This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

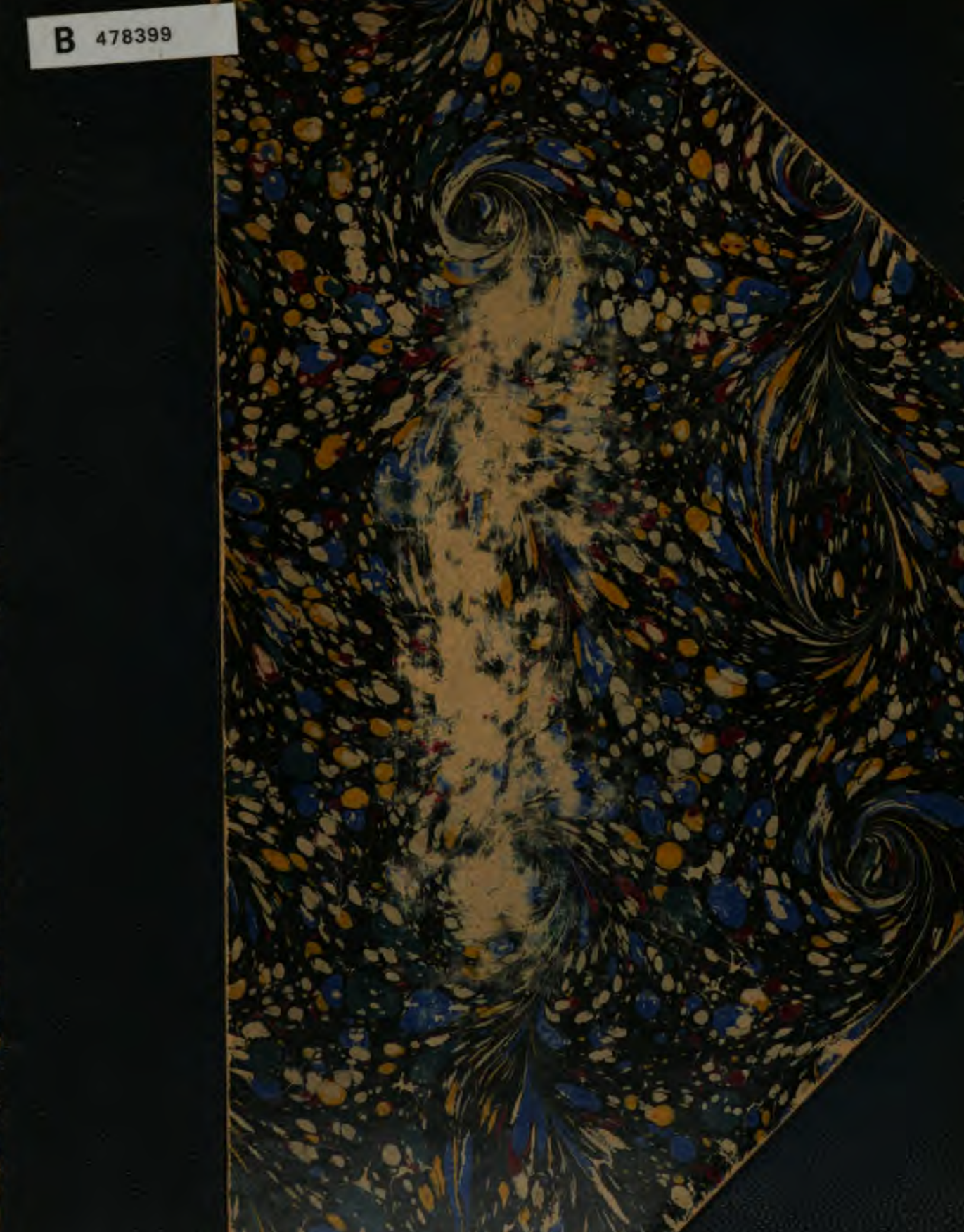
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

B 478399



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
COLLEGE
OF
ARCHITECTURE

2 vol, 6.0

Architectural
Library
NA
2700
.B77

ÉTUDES ARCHITECTONIQUES

ET

GRAPHIQUES

ÉTUDES

ARCHITECTONIQUES

ET

GRAPHIQUES

MATHÉMATIQUES

ARTS D'INDUSTRIE - ARCHITECTURE - ARTS D'ORNEMENT

BEAUX-ARTS

Collection raisonnée d'études et de matériaux, de notes et de croquis pour servir à l'histoire, à la théorie, à la techniquedes arts, et à l'enseignement théorique et pratique dans la famille, dans l'école et dans l'atelier.

Par J. BOURGOIN

« *Entre les vertus intellectuelles, il y en a une qui est architectonique et principale et qui* ORDENE *de tout.* » ORESME.

TOME PREMIER

INTRODUCTION GÉNÉRALE

PROLÉGOMÈNES A TOUTE GÉOMÉTRIE COMME A TOUTE GRAPHIQUE

PARIS

CHARLES SCHMID, ÉDITEUR

51, RUE DES ÉCOLES, 51

1899

A LA MÉMOIRE

DE

A.-A. COURNOT

1801-1877

« Ancien inspecteur général des études »
« Ancien membre du Conseil royal de l'Université et du Conseil impérial de l'Instruction publique »
« Ancien recteur des Académies de Grenoble et de Dijon »
« Commandeur de la Légion d'honneur »

175885

BIBLIOGRAPHIE

DES

ŒUVRES DE COURNOT

Traductions du *Traité d'astronomie* de J.-F.-W. Herschell et des *Éléments de mécanique* de Kater et Lardner (1834-1836). — Edition des *Lettres de L. Euler à une princesse d'Allemagne* (1842).

Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses (1838). — *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal* (1841). — Deuxième édition (1857). — *Exposition de la théorie des chances et des probabilités* (1843). — *De l'origine et des limites de la correspondance entre l'algèbre et la géométrie* (1847).

Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique (1851). — *Traité de l'enchaînement des idées fondamentales dans les sciences et dans l'histoire* (1861). — *Principes de la théorie des richesses* (1863). — *Des institutions d'Instruction publique en France* (1864). — *Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes* (1872).

Matérialisme, vitalisme, rationalisme, études sur l'emploi des données de la science en philosophie (1875). — *Revue sommaire des doctrines économiques* (1877).

AVANT-PROPOS

Les deux volumes dont se compose le présent ouvrage — que nous publions sous le titre collectif d' « Études architectoniques et graphiques » et avec une épigraphe significative — doivent être considérés, pris ensemble, comme constituant une préparation générale à l'étude détaillée comme à la pratique effective des Arts d'industrie, de l'Architecture et des Arts d'ornement.

Cette énumération n'est point arbitraire, et notre sous-titre, par sa disposition générale comme par sa composition typographique, indique très nettement que l'ordre d'études qui nous occupe a pour objet propre tout un monde d'activité, qu'il importe de concevoir comme indépendant et foncièrement autonome. Ce monde, ce vaste domaine où s'épanouit pleinement le génie propre des ouvriers, des artisans et des artistes; dont les richesses sans nombre n'ont point encore été inventoriées et instruites comme il convient; dont la constitution organique fondamentale n'est point encore explicitement révélée; est demeuré flottant et comme suspendu entre deux doctrines depuis longtemps formulées, celles de l'Art et de la Science (avec de grandes lettres), qui s'en disputent le gouvernement.

C'est ainsi que, du moins chez nous, ce domaine, de vie si intense et si originale, est encadré officiellement par le Conservatoire des Arts et Métiers et l'École spéciale des Beaux-Arts. Ces deux établissements, ces deux institutions, avec leurs cours, leurs bibliothèques et leurs collections, ne touchent pas au fond des choses, qui ne leur appar-

tient pas. Leur intronisation, désormais historique, révèle seulement la part d'autorité dogmatique qu'au nom de la Science et l'Art, et au mépris de la Vie, s'est arrogée l'intellectualisme doctrinaire. — C'est par la croyance simpliste en la vertu opérative des « principes généraux » (1) *que triomphent encore, dans l'enseignement d'une part, la doctrine ou le système général des sciences mathématiques et, d'autre part, la doctrine ou le système général des beaux-arts. — En fait ces deux grandes institutions, malgré toutes leurs richesses, ne nous ont été à peu près d'aucun secours pour l'établissement de ce que nous appelons la Graphique. D'ailleurs, les Ingénieurs et les Artistes ne s'y seraient certainement pas acheminés d'eux-mêmes, puisqu'ils ont, comme ont dit, leur siège fait, et mieux ou autre chose à faire.*

Pour l'introduction générale qui, avec les prolégomènes, compose toute la matière du premier volume nous n'avons pas craint de faire de larges emprunts à différents auteurs, trouvant chez eux justement ce dont nous avions besoin, et que nous n'aurions pas su exprimer ni avec la même force ni avec la même autorité. C'est ainsi que Bergmann nous a fourni la première section de la première partie de l'Introduction générale. On y trouvera, entre autres choses, des indications générales sur la méthode à suivre pour coordonner et exposer scientifiquement un ordre de questions. Ce que Bergmann indique pour la science des langues ou la Glossologie est applicable de tout

(1) « La foi que l'on voue aux principes généraux est une des grandes erreurs de notre temps. L'erreur réside principalement dans ce fait, que nous croyons à ces principes d'une façon dogmatigue et aveugle en faisant abstraction des conditions et des exigences de la vie réelle, sans égard aux différences de temps, de lieu, ni aux particularités individuelles ou d'ordre historique. La vie réelle n'est ni une science, ni une philosophie; elle existe par elle-même comme un organisme vivant. Ni la science, ni la philosophie ne dominent la vie; elles puisent au contraire leurs éléments dans la vie réelle en recueillant, en analysant et en généralisant les phénomènes de la vie; mais il ne faudrait pas croire qu'elles puissent embrasser toutes les innombrables manifestations de la vie; épuiser son infinie variété, encore moins lui créer un objet ou des formes nouvelles. Appliquées à la vie réelle, les propositions de la science et de la philosophie ne sont que des hypothèses, que de simples fictions qu'il est toujours indispensable de contrôler par le bon sens, la raison et l'observation des phénomènes auxquels ces propositions se rapportent. » — C.-P. Pobédonostzeff, *Quest. relig., soc. et polit.*, Paris, 1897.

point à la science que nous voudrions inaugurer, la science des arts d'industrie, de l'architecture et des arts d'ornement.

La seconde section, qui procède de Cournot, envisage la science sous un tout autre aspect. Elle contient en outre et du même auteur une revue comparative extrêmement intéressante de l'Art, de la Science et de l'Industrie, entendus au sens strictement classique.

La troisième section, entièrement consacrée aux mathématiques, est empruntée pour une part à Cournot et pour l'autre part à deux jeunes auteurs, qui ont bien voulu nous accorder la faveur d'une communication dont leur seront particulièrement reconnaissants ceux d'entre nos lecteurs que ces matières ne rebutent point.

Enfin, dans la seconde partie et pour la question du dessin comme pour la question de l'enseignement en général, nous avons cité encore d'autres écrivains, tous également intéressants, bien qu'à des titres divers, et à propos desquels nous rappellerons cette parole de Leibnitz : « Il y a bien des personnes dont on pourrait profiter, si on pouvait bannir l'esprit sectaire, *qui consiste dans cette prétention de vouloir que les autres se règlent sur nos maximes, au lieu qu'on devrait se contenter de voir qu'on aille au but principal. »* — Op. Leib., *éd. Dutens, t. I, p. 710.*

Maintenant si l'on demande à qui ce livre s'adresse, nous répondrons que, conçu en vue de la masse générale des lecteurs, il ne fait aucune acception de catégories spéciales non plus que de professions particulières. Il est bien vrai que nous avons été amené, sans que nous l'ayons voulu expressément, à toucher à beaucoup de questions scientifiques, pédagogiques ou philosophiques. Notre justification, s'il en faut une absolument, est dans la longue accointance que nous avons eue avec l'œuvre de Cournot notre maître, et dont l'empreinte a été si forte qu'elle nous est demeurée comme attachée invinciblement dans toutes les circonstances, au moins spéculatives, de notre vie. D'un autre côté, étant parvenu par patience et longueur de temps, à constituer

une théorie entièrement nouvelle, celle de la graphique ou de la langue et de la science des figures, qui fait l'objet propre du second volume, nous nous sommes trouvé tout d'un coup, comme juché au sommet d'un observatoire, d'où nous interrogions le monde avec anxiété pour savoir où déposer le précieux fardeau de nos propres élucubrations. C'est ainsi que nous avons été amené, et d'ailleurs à la suite de Cournot, à proposer, pour l'enseignement primaire, une conception entièrement nouvelle de son objet et de ses fins. En résumé, notre livre est fait pour servir à l'enseignement théorique et pratique, dans la famille, dans l'école et dans l'atelier; il s'adresse donc tout particulièrement à la jeunesse active et studieuse, qui, à l'heure présente, entre dans la vie par quelque porte que ce soit.

Quoi qu'il en soit d'ailleurs, il est bien évident que l'introduction et les prolégomènes qui composent le premier volume ne sont pas faits pour ceux de nos lecteurs, jeunes ou vieux, qui sont appelés à tirer un profit immédiat du second volume, c'est-à-dire des leçons de graphique. Il suffira très bien pour les premiers et une fois leur initiation accomplie, de revenir de temps à autre, aux arcanes, si arcanes il y a, du premier volume. Ce n'est pas en un jour que nous-même nous avons entendu pleinement la doctrine de Cournot. A dire vrai, elle ne nous est devenue complètement intelligible que du jour où mûri par notre propre expérience, il nous fut donné de pouvoir lui confronter une doctrine qui était bien nôtre et qu'il n'avait pas prévue dans ses cadres. Il arrivera donc très probablement la même aventure au lecteur studieux qui, initié — par notre aide, et sous l'action, la seule efficace, de ses propres efforts — au monde si positif et si élégant des figures, pourra désormais peser le fardeau des opinions toutes faites, dont la pauvre humanité, si industrieuse, si avisée pourtant, mais si besogneuse, si routinière aussi, et il le faut bien, se transmet incessamment la charge avec juste autant de clairvoyance et de réflexion qu'en peuvent dépenser, pour leurs propres travaux, l'abeille ou la fourmi.

ERRATA

— « Qui dit ce qu'il sait, qui donne ce qu'il a, qui fait ce qu'il peut, n'est pas obligé à davantage. » Ainsi finit l'un des jolis contes dont Alfred de Musset charmait notre jeunesse. Quels que soient les autres défauts qu'on puisse reprocher à cet ouvrage, nous ne pouvons pas cependant nous résigner à laisser passer, sans les signaler expressément, les quelques fautes d'impression qui nous ont échappé et qu'il est facile de corriger si le lecteur en veut bien prendre la peine. Notamment :

Page 21, troisième ligne en remontant, *aient* au lieu de *ait*.

Page 28, deuxième ligne en remontant, *sage* au lieu de *sages*.

Page 35, (p. 125) au lieu de (p. 34).

Page 36, troisième ligne en remontant, *et les* au lieu de *et la*.

Page 125, à la fin du premier paragraphe, *psychologique* au lieu de *physiologique*.

Page 126, sixième ligne du premier paragraphe, *pour* tous au lieu de *par* tous.

Page 149, supprimer, dans le titre de la page, les mots *et la géométrie*.

Enfin, dans les Prolégomènes, rétablir pour la fig. 10, page 27, le trait déterminant des deux angles obtus et pour la fig. 8, page 54, le cercle intérieur qui ont été oubliés.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

PREMIÈRE PARTIE

I

LES MODES DE CONCEPTION ET LA SCIENCE

« Écoutez-moi, je tiens la vérité ! — Mais la vérité est ainsi faite que dès qu'on la tient on ne croit plus la tenir et qu'on aspire de tout son cœur à la tenir mieux. »

TOLSTOÏ

INTRODUCTION GÉNÉRALE

PREMIÈRE PARTIE

I

LES MODES DE CONCEPTION ET LA SCIENCE

« Écoutez-moi, je tiens la vérité ! — Mais la vérité est ainsi faite que dès qu'on la tient on ne croit plus la tenir et qu'on aspire de tout son cœur à la tenir mieux. »

TOLSTOÏ

I

LES MODES DE CONCEPTION ET LA SCIENCE

— « Toute science, prise dans le sens le plus général, a pour objet de connaître de plus en plus la *vérité*.

« La science qui cherche à connaître, de plus en plus, la vérité, se propose une *tâche* qui, de sa nature, est *infinie*. Or, l'homme ou l'humanité n'a, pour percevoir la vérité, que des moyens *finis*, des forces ou facultés perceptives et intellectuelles, qui sont très limitées, et sont servies par des sens également très bornés.

« Les trois modes de conception qui se font remarquer successivement dans l'esprit humain, et qui se révèlent dans toutes ses manifestations historiques, depuis son premier épanouissement jusqu'à nos jours, sont l'*Intuition des sens*, la *Raison*, et l'*Intelligence*.

« L'*Intuition* est la faculté de saisir, de percevoir par les *sens*, surtout par celui de la vue, qui les complète tous, les phénomènes ou existences du monde physique, tombant sous les sens.

« La *Raison* est la faculté de comparer entre elles et de combiner logiquement les intuitions changées en notions, et de les généraliser de manière à passer des réalités du monde *physique* aux vérités du monde *métaphysique*.

« L'*Intelligence* est la faculté de comprendre la nature des choses visibles et des réalités invisibles, en en saisissant le caractère *essentiel* et *nécessaire*.

« L'esprit humain, à aucun degré de son développement, n'est jamais uniquement Intuition, ou Raison, ou Intelligence; mais l'intuition primitive est modifiée et corrigée par la raison qui se développe, et l'intuition et la raison sont corrigées par l'intelligence qui vient dominer l'une et l'autre. Ces différents modes de conception se succèdent donc l'un à l'autre, non pour s'effacer et s'exclure absolument, mais pour se compléter l'un l'autre, et se limiter réciproquement; ils ne sont pas seulement *émanants* l'un de l'autre, mais aussi *immanents* l'un dans l'autre. Cependant, comme chacun de ces modes de conception *prédomine* successivement, ou à son tour, sur les deux autres, il y a, dans l'histoire de l'esprit humain, trois périodes qu'on peut nommer, d'après le mode de conception qui y est prédominant, la période de l'Intuition, la période de la Raison, et la période de l'Intelligence. Les meilleurs esprits de nos jours sont entrés dans la période de l'Intelligence; mais la grande majorité des hommes de notre époque se tiennent encore dans le mode de conception de la Raison. Ils sont raisonnables, ils ne sont pas *intelligents*, c'est-à-dire que leur esprit connaît beaucoup de choses, mais ne se soucie pas de les comprendre quant à leur nature essentielle et nécessaire. Ils ont des connaissances, ils n'ont pas la Science.

« La science n'est complète qu'autant qu'elle se compose de deux parties constitutives, d'une partie qu'on peut appeler *historique*, comprenant la connaissance des faits, des phénomènes et réalités, qui forment les matériaux de la science, et d'une partie *philosophique*, consistant dans la connaissance de la raison et de l'enchaînement naturel et nécessaire de ces faits, de ces phénomènes, et de ces réalités. Il suit de là que, quand toutes les sciences spéciales auront ajouté à leur partie historique aussi leur partie philosophique indispensable, la Philosophie, comme science *spéciale*, n'aura plus à traiter que les questions qui ne sont pas exclusivement du domaine des autres sciences spéciales, et elle n'aura plus qu'à résumer et systématiser les résultats de la partie philosophique de toutes ces sciences spéciales.

— « Par son origine et sa vie *physiologique*, l'homme fait lui-même partie de la *Nature;* mais, par son esprit, l'homme continue, et complète la Nature physique, terrestre, en ce qu'il devient lui-même créateur d'un Monde nouveau, infini, comprenant les vérités et les réalités de l'ordre spirituel, intellectuel ou métaphysique.

« Parmi les vérités et les réalités du Monde *métaphysique*, qui doivent leur origine, leur forme et leur existence à la puissance créatrice de l'esprit humain, il faut compter :

« 1° Les *Langues* qui, étant la condition indispensable et le souverain moyen de développement de toute vie spirituelle, se constituent, chronologiquement, les premières dans l'ordre métaphysique, et se perfectionnent toujours, à mesure que la vie intellectuelle se développe dans l'esprit des races et des nations ;

« 2° L'*Industrie* et le *Commerce*, par lesquels l'esprit humain vient en aide à sa faiblesse physique, et agrandit le cercle de ses jouissances en même temps que de ses besoins matériels et intellectuels ;

3° L'*État social et moral*, par lequel l'esprit humain assure, de plus en plus, à l'individu et à la société, la sécurité des personnes, celle du travail individuel ou de la propriété, ainsi que les avantages qui résultent de l'application de la justice aux relations sociales ;

« 4° La *Religion*, dans laquelle l'esprit humain se crée et trouve une aide dans sa faiblesse morale, une sanction de ses rapports sociaux, et une explication du désaccord qui existe, pour lui, entre ce qui est dans le Monde *physique* et ce qu'il juge devoir être d'après les lois de la conscience ou du Monde *métaphysique ;*

« 5° Les *Arts* et les *Sciences*, par lesquels l'esprit humain satisfait à ses besoins les plus métaphysiques, c'est-à-dire à ses facultés supérieures, esthétiques, intellectuelles et morales.

— « Toutes les réalités et vérités possibles appartiennent ou à l'ordre *réel* ou à l'ordre *idéel*. L'ordre *réel* comprend tout ce qui *est*, l'Être et les existences, Dieu et le monde, en un mot, *tout ce qui existe*, *indépen-*

damment de notre pensée et de notre science. L'ordre *idéel,* au contraire, comprend les phénomènes, les réalités qui sont les produits de notre sentiment, de notre pensée, et de notre science, et qui n'existeraient pas, comme les choses de l'ordre réel, si l'*homme* n'existait pas, ou si l'on faisait abstraction de ses sentiments, de sa pensée, et de sa science. Tels sont, par exemple, les produits de l'art, les systèmes scientifiques et philosophiques, les principes et les actions de la morale.

« Si, d'un nom général, l'on appelle choses *physiques* ce qui existe dans l'ordre *réel* ou dans la Nature (gr. *phusis*), qui est antérieure à l'esprit, et indépendante de toute pensée ou science *humaine*, on doit aussi appeler choses *métaphysiques* ce qui appartient à l'ordre *idéel.* En effet, tout ce qui est le produit, non de la *Nature*, qui est indépendante de l'homme, mais de l'*Esprit humain*, vient *après la Nature*, et est dépendant d'elle ; l'homme qui sent, pense et agit, produit, autant qu'il lui est possible, *après* et *d'après la Nature*, des œuvres de pensée, de sentiment, et de volonté. Or, *métaphysique* signifie *venant après les choses physiques* (gr. *méta ta phusika*). Les créations de l'esprit, lesquelles, *après* la réalité de l'Être et des existences de la Nature, viennent y ajouter des réalités *spirituelles*, un monde nouveau, le monde de l'Art, de la Science et de l'Action, constituent donc le domaine ou la vie *métaphysique.*

—« Les choses *physiques* naissent et se transforment *sans conscience*, en vertu de la loi de spécialisation et de différenciation qui leur est inhérente. Les choses *métaphysiques*, produites par l'esprit humain, naissent d'abord par l'*instinct*, qui est une raison inconsciente, et se développent ensuite par la *raison* qui est un instinct conscient. Le langage, lui aussi, comme produit de l'esprit, naît, dans l'*origine*, d'une manière *inconsciente.* C'est-à-dire que les hommes primitifs, sous l'empire de l'instinct, parlaient sans avoir conscience et connaissance de la *nature* du langage. Ensuite, comme la *raison,* quelque inconsciente qu'elle soit, est, elle aussi, originairement *ignorante*, on comprend que

la *science* du langage n'a pu avoir, même dans la période de la *raison* des langues *dérivées*, qu'un faible commencement, et qu'elle n'est parvenue à se constituer comme science que de nos jours. La science glossologique n'a commencé que lorsque le langage devint de plus en plus *objectif*, c'est-à-dire lorsque les phénomènes qu'il présente se montrèrent peu à peu à l'observation et à la réflexion, lesquelles engendrent d'abord les connaissances et ensuite la science. Ce sont principalement l'*écriture* et la connaissance d'une ou de plusieurs langues *étrangères*, qui, dans cette seconde période, donnèrent au langage ce caractère objectif. En effet, dans l'écriture, l'homme voit, pour ainsi dire, sa langue hors de lui-même, comme un objet qu'il peut soumettre à son examen, presque tout aussi aisément que les autres objets de la nature. D'un autre côté, comme, dans les langues *étrangères*, presque tout nous est inconnu, et nous paraît *étrange*, l'étude détaillée, que nous sommes obligés de faire pour les apprendre, nous force à *observer* ces détails du langage avec plus d'attention que nous ne le faisons à l'égard de la langue *maternelle*, laquelle, par cela même qu'elle nous est originairement *familière*, ne provoque pas autant notre attention et notre réflexion sur ses différents phénomènes glossologiques.

« Tout homme qui ne sait que sa *seule* langue *maternelle* est dans l'impossibilité d'en connaître, par lui-même, la nature. Car tout sujet d'étude, considéré uniquement en lui-même, est *inintelligible* pour la science, la science ne connaissant les choses que par les rapports et les différences qu'elles ont avec d'*autres* choses analogues ou différentes. — Toute chose considérée uniquement en elle seule est inintelligible à l'esprit humain, qui ne comprend les choses que dans les rapports et les différences qu'elles ont avec d'autres existences. — Les peuples *anciens*, ne sachant que leur *seule* langue maternelle, étaient, par cela même, incapables de connaître quelque peu la nature du langage, à l'exception peut-être des Égyptiens, des Chinois, et plus tard des Hindous, et des Grecs, qui avaient du moins occasion de saisir soit quelques analogies

entre les différents dialectes de leur propre idiome et quelques différences entre le langage *sacerdotal* ou littéraire et le langage *populaire* de leur nation.

« Les études glossologiques des peuples anciens n'ont commencé qu'à une époque relativement assez récente, et ne se sont occupées d'abord que de ce qu'il y a de plus *extérieur* dans le langage, à savoir les formes *grammaticales*. Les grammairiens hindous ont analysé les formes grammaticales avec minutie, en remontant jusqu'aux thèmes (racines) de leur idiome sacerdotal; mais n'ayant aucune idée de la formation et de la transformation *phoniques*, ils n'ont vu dans les mots que des formes stéréotypes immuables, et ils en ont abstrait ou extrait, comme par un procédé algébrique, leurs prétendus thèmes *primitifs*.

« Les grammairiens *grecs* n'ont pas poussé l'analyse des mots jusqu'à arriver à des thèmes primitifs; ils se sont contentés de signaler les formes *extérieures* des parties du discours et de donner des *noms* aux cas, modes et genres grammaticaux. Leur système grammatical, clair et précis, a été appliqué, trop souvent, il est vrai, mal à propos, jusque dans les temps les plus récents, à la grammaire de *toutes* les langues, quelque grande que fût la différence entre ces idiomes et la langue grecque. Cette application *générale* du système grammatical des Grecs a été cause que la plupart des grammairiens modernes n'ont pas toujours remarqué les phénomènes propres à chacune des langues modernes et qu'ils ont cru le plus souvent retrouver dans ces langues ce qui, réellement, n'appartient qu'à la langue grecque.

« L'horizon glossologique s'est quelque peu élargi depuis l'établissement du christianisme, puisque, pour arriver à l'intelligence des textes sacrés de l'Église, l'étude se porta également et à la fois sur le grec, sur le latin, et sur l'hébreu. Mais cette étude trilingue, depuis saint Jérôme jusqu'à la fin du moyen-âge, n'a pas beaucoup profité à la Glossologie. C'est seulement depuis la *Renaissance* qu'elle a fourni, par la comparaison de ces trois langues, quelques données sur les

rapports et les différences entre les idiomes. Bien que ces trois langues, avec leurs dérivées et leurs sœurs, ne fussent pas suffisantes pour baser sur leur connaissance un système glossologique quelque peu scientifique, on a cependant composé, d'après elles, des grammaires prétendues *générales*, qui ont commencé à appeler l'attention sur certaines questions *grammaticales* et *glossologiques*. Dans ces grammaires *générales* on a fait abstraction de ce que les langues ont de particulier et d'individuel, pour s'occuper principalement de ce qu'elles semblent avoir de commun entre elles. On y examinait, le plus souvent, d'après le système grammatical des *Grecs*, la signification *logique* des parties du discours, comme éléments de la proposition. Aussi ces *grammaires générales* renferment-elles une foule d'excellentes remarques sur la logique et l'origine idéologique des langues, mais elles sont de peu d'utilité pour la *glossologie* proprement dite, dont l'essence n'est pas seulement de connaître les lois générales de la *logique* dans la proposition, mais de connaître également l'origine et la valeur des formes *grammaticales* et surtout le rapport qui existe entre le fond idéologique et la forme phonologique dans les langues *primitives* et dans les langues *dérivées*. — Comme toute expression et tout signe reposent sur le rapport entre le fond et la forme, la vérité et la perfection de l'expression et du signe dépendent aussi de la nature plus ou moins développée et parfaite de l'un et l'autre élément. Nous avons vu que le *fond* du langage ou l'idéologie se développe peu à peu et successivement, quant aux sensations, aux aperceptions, et aux notions. La forme *phonique* se développe également, peu à peu, depuis le commencement (qui, comme pour toutes choses, est faible et imparfait), jusqu'au moment où la *phonologie* atteint son apogée et sa perfection. Le langage considéré, quant au rapport naturel entre l'élément *idéologique* et l'élément *phonologique*, ne naît pas, ou *n'est* pas parfait du premier coup; il se perfectionne par degrés. Or, comme tout ce qui consiste en une *forme* exprimant un *fond* tient plus ou moins de l'*art*, qui repose sur une

forme exprimant un fond, on peut dire que le langage, ayant également à exprimer un fond par une forme, a, aux différents degrés de son *développement*, une tendance *artistique;* il veut arriver à exprimer, d'une manière de plus en plus *parfaite et naturelle*, les sensations, les aperceptions, les notions, comme, par exemple, l'art de la peinture veut arriver, de plus en plus, à exprimer, par des formes graphiques de plus en plus parfaites, des sujets de peinture plus ou moins développés. Le langage ou les langues ne sont donc pas, de prime abord ou *originairement*, des chefs-d'œuvre d'expression, mais elles tendent à devenir de plus en plus des chefs-d'œuvre en quelque sorte artistiques.

— « La Raison tend, de sa nature, à *généraliser* ses procédés dans le domaine *pratique*, et ses *notions* dans le domaine de la pensée. Elle croit trouver la grandeur et des avantages réels dans ses procédés et dans ses idées ainsi *généralisées*. De là vient sa prédilection, qui lui est propre, pour les grands États, les grandes villes, les grands établissements, les grands instruments industriels ou guerriers, etc.; aussi aime-t-elle pousser partout au grandiose, à l'immense, au gigantesque. Elle ne se rappelle pas toujours que, dans le domaine *pratique*, il existe une mesure *naturelle* assignée aux choses, et cette mesure est déterminée par le rapport devant exister entre la force *individuelle* de l'homme et la chose à manier par lui, ou à mettre en œuvre, pour son usage. La raison, fascinée par le grandiose, oublie facilement que les choses qui dépassent la mesure convenable deviennent incommodes et pernicieuses, que les trop grands États sont mal gouvernés, les trop grands engins de guerre mal manœuvrés, les trop grands hôpitaux mal aérés, etc. Voulant échapper au travail et aux soins qu'exigent le particulier, le détail, le multiple, la *raison* généralise, uniformise, universalise à qui mieux mieux, dans la pratique. Elle fait de même dans le domaine de la *pensée;* pour échapper à la peine qu'entraîne l'étude des détails, elle étrangle les détails, les diversités. C'est ainsi que, pour échapper

au travail que donne l'étude de plusieurs langues, la raison a songé à inventer une *langue générale*, au moyen de laquelle on pût exprimer ce que chaque peuple exprime par sa langue naturelle... L'inconvénient d'une telle langue ne consiste cependant pas en ce que ses mots, au lieu d'être des signes d'origine *naturelle*, seraient des signes *artificiels;* le principal inconvénient résulterait de ce que les mots, au lieu d'être simplement des désignations ou des symboles, fussent des *définitions* données des choses par la *raison*, d'après les genres et les espèces, et s'imposeraient, comme telles, d'une manière absolue et tyrannique, à l'esprit des individus. Une telle langue philosophique aurait les qualités, mais aussi les défauts, de la raison elle-même; elle serait *rationnelle* jusqu'à un certain point, mais elle serait raide, sèche, mécanique, et abstraite. Elle serait utile, comme le langage *algébrique*, pour formuler certaines parties abstraites de la science, mais elle ne saurait jamais être la traduction tant soit peu exacte de ce qu'une langue naturelle, fût-elle la dernière de toutes, est en état d'exprimer à l'imagination, et au sentiment, soit en prose, soit en poésie. Ressemblant au langage *algébrique*, la langue philosophique serait une espèce de transcription, ou une *écriture* générale (Pasigraphie) plutôt qu'une *langue* générale (Pasilalie)....

« Car pourquoi imaginer une langue factice conventionnelle et *autoritaire*, puisque chacune des langues *naturelles* existantes pourrait tout aussi bien, et à plus juste titre, être élevée au rang de langue *universelle*... La même observation s'applique à la *pasigraphie* ou écriture générale dont parle Leibnitz. Si cette écriture universelle s'en tient, comme tous les autres alphabets existants, à une transcription d'une exactitude seulement *approximative*, inutile alors de faire une nouvelle invention; il suffit de se servir d'un des alphabets existants pour transcrire les textes de toutes les langues. Si, au contraire, la pasigraphie vise à une exactitude *parfaite*, les signes qu'elle emploiera pour exprimer les inflexions de tons si diverses dans les différentes langues seront telle-

ment *nombreux* et *compliqués*, qu'on préférera se servir des alphabets existants, plutôt que d'un alphabet *inventé*, qui serait tellement compliqué dans l'usage... Comme l'essentiel, pour la Glossologie, est de connaître la véritable prononciation des idiomes et des dialectes, le seul usage pratique à suivre dans l'écriture est de laisser choisir à chaque voyageur ou missionnaire tel alphabet qu'il voudra, à charge de faire connaître *exactement* la valeur phonique des signes qu'il aura employés. D'ailleurs l'usage d'une écriture uniforme compliquée est loin de faciliter l'étude des langues : elle déroute la mémoire. Les philologues, les orientalistes, surtout, le savent par l'expérience journalière. Pour reconnaître la signification des mots, notre mémoire est singulièrement aidée par l'écriture *spéciale* usitée dans les langues orientales, tandis que, quand ces idiomes seront transcrits dans un autre alphabet, on aura plus de peine à reconnaître les mots et leur signification, surtout si, dans la lecture, l'on passe brusquement d'une langue à une autre. Ajoutons encore une remarque concernant la *nécessité* et l'*avantage* de la *multiplicité* dans les choses. La *philosophie de l'infini* enseigne que, Dieu étant infini, sa manifestation dans le monde l'est également. Or, le monde étant, de sa nature, composé de phénomènes et de formes *finis* ou *passagers* ce n'est que par la *multiplicité variée* de ces formes et phénomènes que la *plénitude* de *l'infini* peut se manifester plus ou moins. L'ensemble multiple des formes et phénomènes spéciaux est donc plus *compréhensif*, plus *divin*, plus rapproché de l'infini, que telle ou telle forme particulière, ou abstractivement, *unique*; de sorte que la raison qui, dans ses généralisations, fait abstraction du particulier en religion, en politique, en philosophie, amoindrit par cela même la plénitude libre, naturelle, vivante, divine, des choses, tant du monde physique que du monde métaphysique.

— « Bien qu'elles se manifestent, par leurs phénomènes, dans le *temps* et dans l'*espace*, les choses physiques et métaphysiques participent de l'*infini*, comme manifestations partielles de l'*Être*. Les langues actuelles,

comme réalités, et la Glossologie actuelle, comme science, continueront indéfiniment leur développement dans l'avenir. Les langues *naissent* dans la période de l'*intuition*, et se *perfectionnent* dans la période de la *raison;* est-ce qu'elles se métamorphoseront également, de nouveau, dans la période de l'*intelligence*, qui commence de nos jours, et dans laquelle la conception intellectuelle aura à corriger de plus en plus la raison, comme la *raison* a corrigé l'*intuition* instinctive des sens? Faisons remarquer que l'*intelligence*, comme *conception* supérieure à celle de l'*intuition* et de la *raison*, transformera, dans l'avenir, la science et la philosophie, qui, encore de nos jours, reproduisent *généralement* les conceptions propres à l'intuition et à la raison; mais *théorique* plutôt que *pratique*, l'*intelligence* ne modifiera guère profondément les choses usuelles, telles que les langues, auxquelles la raison a donné suffisamment leur caractère convenable d'utilité pratique. Il n'y aura donc pas, dans l'avenir, ou dans la période de l'*intelligence*, des métamorphoses aussi profondes, comme il y en a eu dans les langues passant de la période de l'*intuition* dans celle de la *raison*. Les langues les plus parfaites aujourd'hui, tout en modifiant leur contenu et leur forme, resteront, dans l'avenir, à peu près ce qu'elles sont actuellement. Mais si, dans la pratique des choses telles que les langues, la *raison* n'est guère surpassée et corrigée par l'*intelligence*, il en est autrement dans le domaine de la spéculation et de la science. L'*intelligence*, qui saisit les liens qui rattachent le fini à l'infini, comprendra mieux la nature des langues, laquelle, pour la *raison* et la logique ordinaire, restera toujours pleine de mystères. Car, partant, dans ses conceptions, des phénomènes d'expérience à la fois contradictoires et partiels, et ne s'élevant pas dans ses conceptions au-dessus de la logique que donne le phénomène passager, la *raison* ne saurait concilier les antithèses des phénomènes, ni comprendre les rapports du fini avec l'infini. Ce rapport est saisi par l'*intelligence*, qui ne s'en tient pas seulement à la connaissance des phénomènes et des faits partiels observés, mais conçoit les choses finies,

moyennant l'*idée*, qui en est le type, et qui relie le monde phénoménal à l'*infini* ou à l'*Être*. Aussi doit-on donner à cette science de l'avenir, conçue par l'*intelligence*, le nom de *philosophie de l'Infini*. Ce qu'on peut appeler *Philosophie de l'Infini* n'a pu se produire que dans notre époque; elle est seule en état de donner, approximativement, quelques notions justes de l'Être, et de résoudre certaines questions de Théodicée et de Morale. Seule elle peut maintenir, dans l'état actuel de la science positive, l'idée de l'Être ou de Dieu, idée dont les philosophies de l'Intuition ne sont pas même arrivées à concevoir les caractères distinctifs, et dont les philosophies de la Raison, avec leurs idées de causalité et de personnalité, ne donnent qu'une notion mesquine, qui est en contradiction avec l'idée sublime de l'Infini et de l'Absolu.

— « Toute science, nous le savons, consiste non seulement dans la connaissance *historique* des faits, mais aussi dans l'intelligence *philosophique* de la *raison* des faits; elle se forme et se développe en passant *alternativement* de l'étude *historique* à la spéculation, et de la spéculation à l'étude des faits.

« La science, comme chose de l'esprit, n'existe pas *en dehors* de l'homme; elle existe *dans* l'esprit de ceux qui l'ont acquise par l'étude ou par l'enseignement. Y a-t-il une méthode à suivre pour apprendre, d'abord, et exposer, ensuite, scientifiquement la Glossologie? Faisons remarquer que toute science commence par la *connaissance* des faits. Mais l'acquisition de ces connaissances ne saurait se faire avec choix, d'après un plan régulier, logique et arrêté d'avance, elle se fait nécessairement au hasard. En effet, notre esprit enregistre les faits *à mesure* qu'ils se présentent; et ils se présentent à notre attention, sans ordre, pêle-mêle, et sans choix de notre part. Si l'on comparait les connaissances à acquérir à des mailles devant former le réseau de la science, ou aux cases d'un casier à remplir, il faudrait dire que les mailles se font sans ordre, à tous les points du réseau, ou bien que les cases se

remplissent peu à peu, indistinctement, partout, en haut, au milieu, en bas, à l'extrémité du casier. Il n'y a donc pas de méthode possible à suivre, lorsqu'il ne s'agit encore que d'acquérir la connaissance des faits.

« Mais la méthode s'établit peu à peu dans notre *esprit*, à mesure que nous *aurons* acquis des connaissances, et qu'il nous importe de les mettre dans l'ordre naturel. La méthode, en un mot, existe, non pour celui qui veut *acquérir* la science, mais pour celui qui la possède déjà plus ou moins. Le commençant ne peut faire autre chose, en fait de méthode, que d'adopter celle de ses maîtres, jusqu'à ce que, devenu lui-même maître, il puisse se faire sa méthode qui convient le mieux à la profondeur de son esprit, et à l'étendue de ses connaissances. La méthode est donc la disposition *naturelle* à mettre dans nos connaissances *acquises;* c'est le *casier* qui s'établit dans notre esprit avec ordre et logique, et dans les cases duquel nous plaçons, à mesure qu'elles se présentent à nous, les connaissances qui s'acquièrent au hasard.

— « Si, dans l'*acquisition* des connaissances glossologiques, nous ne pouvons suivre une marche tracée d'avance, il y a cependant une marche ascendante et progressive à suivre dans l'étude successive des différentes *parties* de la Glossologie, puisqu'on ne saurait aborder raisonnablement une partie supérieure de la science, si l'on n'a pas préalablement passé par la partie inférieure qui lui sert d'introduction, de préparation, ou de propédeutique. Voici les parties, de plus en plus élevées, de la Glossologie, qui sont à étudier, et l'ordre dans lequel il convient de les étudier :

« 1° On apprendra des langues en un nombre aussi grand qu'on pourra ; c'est-à-dire qu'on étudiera *d'abord* les *formes grammaticales* et la *signification* des mots de ces langues. Ce sera la partie des études glossologiques, ou la partie *grammaticale* et *lexicographique* de la Glossologie.

« 2° On étudiera ensuite chacune de ces langues dans ses différentes périodes successives, depuis son origine jusqu'à son entier développe-

ment. De cette manière, les connaissances glossologiques ainsi acquises rempliront le vaste cadre de l'*histoire générale* des langues. On reconnaîtra alors, par ces études de l'histoire des langues, qu'à travers ses différentes périodes chaque idiome subit des changements, quant au sens et quant à la forme des mots. Le sens devient généralement plus précis, plus abstrait, et plus varié; la forme se contracte, et les terminaisons s'effacent de plus en plus.

« 3° Connaissant l'histoire du développement historique interne de chacune des langues, on compare chaque idiome, d'abord avec ses dialectes, puis avec les idiomes de la même famille, et enfin, on comparera entre elles des familles entières de langues, pour en saisir les analogies et les différences. Cette étude *comparative* fait connaître les changements que les mêmes mots subissent, quant au sens et quant à la forme, dans les langues de la même famille et de la même souche. Comme ces changements suivent certaines lois de dérivation *logique* et *grammaticale*, on peut, à travers ces modifications, remonter jusqu'à l'*étymologie*, c'est-à-dire jusqu'à la forme et à la signification historiquement la plus ancienne des mots. Ces études formeront la troisième partie de la Glossologie, ou la *Glossologie étymologique*.

« 4° Enfin quand on connaît l'étymologie ou la forme phonologiquement et idéologiquement la plus ancienne des mots, en d'autres termes quand on est arrivé à savoir distinguer, dans les mots, leur *matière première* ou leur thème, et leurs terminaisons et modifications grammaticales, alors on soumet, à leur tour, ces thèmes à l'analyse phonologique et idéologique, afin de remonter à la *signification primitive* ou à l'*intuition* qui s'est exprimée par les éléments consonnaires dont se composent ces thèmes. On découvre ainsi, dans les thèmes, tant des particules indicatives que des mots qualificatifs *mimiques* le rapport *naturel* qui existait, *originairement*, entre leurs éléments *phoniques* et les éléments *idéologiques* de leur signification, et l'on arrive ainsi à l'explication du mystère de la formation *naturelle* des langues *primitives*, qui

ont donné naissance aux langues *dérivées* actuellement existantes. Ces études, ayant pour but de constater le rapport *naturel* qui existait entre l'aperception à exprimer et le *signe* (gr. semeion) qui l'exprimait par sa nature phonique, constituent la partie la plus élevée, ou ce qu'on peut appeler la *sémiotique* de la science glossologique.

« Ces quatre parties de la glossologie qui, dans l'étude successive, se superposent l'une à l'autre, renferment toutes les questions se rapportant à la nature des langues, et font de la glossologie une science complète, qui connaîtra à la fois les lois qui président à la formation et au développement des langues, et saura rendre compte de la raison métaphysique de ces lois de formation et de développement.

« La Glossologie s'étant ainsi constituée comme *science* complète, il ne s'agira plus que de savoir l'exposer scientifiquement. Quelle est la méthode scientifique la meilleure, la plus simple, et la plus commode, à suivre dans cet exposé ? La science, quelle qu'elle soit, étant la connaissance des faits et la connaissance de la raison des faits, la meilleure méthode à suivre, pour l'exposer, est celle qui, en faisant connaître les faits, expose en même temps la raison de ces faits. Cette méthode sera *historique*, en ce qu'elle suivra la série ou la succession des faits; et comme par cette succession historique des faits elle fera, en même temps et à tout moment, connaître les causes immédiates de leur formation ou *genèse*, elle méritera le nom de méthode *génétique*. En effet, si l'on maintient les faits dans leur succession historique, ils s'expliquent presque toujours l'un l'autre, comme cause et effet. Si donc, dans l'histoire de ces faits ou phénomènes glossologiques, on suit exactement le même ordre que la nature elle-même a suivi en les produisant, l'exposition qu'on en fera sera la plus *vraie* possible, et en même temps la plus *scientifique*, puisqu'elle fera connaître non seulement les faits, mais encore la *raison* des faits. » — (F. Bergmann. *Résumé d'études d'ontologie générale et de linguistique*. Paris, 1875.)

II

L'ORDRE ET LA FORME. — L'ARCHITECTONIQUE ET LA GRAPHIQUE — DE L'ART, DE LA SCIENCE ET DE L'INDUSTRIE

« *Entre les vertus intellectuelles il y en a une qui est architectonique et principale et qui* ORDENE *de tout.* »

ORESME.

« *Le rapport de la raison et de l'ordre est extrême. L'ordre ne peut être remis dans les choses que par la raison, ni être entendu que par elle : il est ami de la raison et son propre objet.* »

BOSSUET.

II

L'ORDRE ET LA FORME. — L'ARCHITECTONIQUE ET LA GRAPHIQUE. — DE L'ART, DE LA SCIENCE ET DE L'INDUSTRIE

Nous abordons maintenant l'ouvrage capital de Cournot, TRAITÉ *de l'enchaînement des idées fondamentales dans les sciences et dans l'histoire*. Dans cet ouvrage, précédé de l'ESSAI *sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique*, et suivi des CONSIDÉRATIONS *sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes*, Cournot débute ainsi dans sa préface :

« Il y a plus de deux siècles que HOBBES, au milieu des agitations politiques de son pays, « voulant, comme il le dit (1), se divertir à l'étude de la philosophie et prenant plaisir d'en recueillir les premiers éléments, donnait carrière à son esprit et le promenait par toutes les choses du monde qui lui venaient en la pensée... »

« Nos prétentions (l'avouerons-nous?) ont été plus grandes. Nous n'avons pas voulu seulement nous divertir à penser sur toutes sortes de choses, sauf à trouver ensuite un cadre pour y ranger nos pensées : au contraire, le cadre a été le principal objet que nous eussions en vue, et la toile a été faite pour le cadre, non le cadre pour la toile...

« Que Descartes et ses contemporains, à l'instar des philosophes grecs, ait compris dans leur *physique* la génération, le développement et les fonctions des êtres vivants, aussi bien que l'ensemble des lois auxquelles obéissent les corps inertes et privés de vie, cela s'explique par l'état

(1) Préface du Traité *de Cive*, première traduction française par *Sorbière*, 1651.

des sciences : mais aujourd'hui une telle manière de philosopher n'est plus soutenable. Si les sciences *physiques* (celles qui ont pour objet la matière à l'état inorganique) ont fait bien des progrès depuis Descartes et Hobbes, les sciences *naturelles* (celles qui traitent des êtres organisés et vivants) ont pris des développements encore plus vastes ; et plus les unes et les autres se sont développées, mieux le contraste des unes et des autres s'est prononcé, quant aux objets, aux principes et aux méthodes. D'autre part, plus on étudie les langues, les mœurs, les idées, les institutions et l'histoire des divers rameaux du genre humain, plus on est amené à s'aider, dans cette étude, des principes et des méthodes des sciences naturelles. Il y a là un fait d'expérience scientifique, plus puissant que toutes les idées préconçues, et auquel il faudra bien que les philosophes accommodent leurs idées systématiques, faute de pouvoir incliner les faits devant leurs systèmes.

« D'où la nécessité de faire désormais une place à part, dans toute classification de ce genre ou dans toute *Somme* philosophique, à la discussion des phénomènes de la vie et des idées qui nous guident dans l'interprétation scientifique de ces phénomènes. Là est vraiment la partie centrale et moyenne, le nœud du système de nos idées et de nos connaissances scientifiques. De plus (et ceci est de la plus grande importance), quand la série de nos idées est ainsi construite, on s'aperçoit que de part et d'autre de la région nodale ou médiane, les deux parties de la série montrent une tendance à une disposition symétrique. Aux deux extrémités de la série, la raison, le calcul, le mécanisme donnent à la fois la première clef de l'étude de la Nature et l'explication des dernières phases des sociétés humaines. Ce sont les parties correspondantes du système de nos connaissances que la constitution de notre intelligence rend pour nous les plus claires, tandis que nous sommes condamnés à n'avoir jamais qu'un sentiment obscur du principe de la vie et de ses opérations instinctives. Telle est l'idée dominante dont il faudra surtout chercher dans cet ouvrage les développements et les preuves. No-

tre peine ne serait pas perdue si nous avions réussi à la mettre suffisamment en relief : car elle est de grande conséquence pour la spéculation, comme pour l'intelligence des résultats pratiques dont on fait plus de cas maintenant que de la pure spéculation.

« Il ne suffirait pas de bien reconnaître l'emplacement du jalon médian : il faut disposer convenablement les jalons extrêmes..... La philosophie doit expliquer l'ordre établi, et non pas mettre le désordre où l'ordre s'est établi de lui-même. Les sciences logiques et mathématiques, qui ont pour objet l'ordre, la forme, et par suite les relations, les proportions, la quantité, la figure, le temps, le lieu, le mouvement, n'ont que faire des idées de cause et de puissance. Celles-ci, et quelques autres qui s'y associent nécessairement, sont l'objet propre des sciences physiques et des sciences naturelles. De là, trois étages bien distincts dans la constitution scientifique et dans l'explication philosophique que nous tâcherons d'en donner : l'étage des sciences logiques et mathématiques (l'ordre et la forme), l'étage des sciences physiques (la force et la matière), l'étage des sciences naturelles (la vie et l'organisme). Tel est l'objet des trois premiers *livres*, ou du premier volume du présent ouvrage.

« Nous ne pouvions pas davantage imiter Hobbes dans le projet qu'il a eu de traiter de l'*homme*, avant de s'occuper de la *société civile*. D'abord, sans être très chaud partisan des idées de Joseph de Maistre (1), nous demanderions volontiers avec lui que l'on veuille bien nous montrer l'*homme*, sur lequel portent les spéculations abstraites des philosophes, ou du moins nous dire où il se trouve. Et quant à la *société civile*, il faudrait s'entendre et savoir si l'on donne ce nom à la manière de vivre de tant de peuplades sauvages, barbares ou non *civilisées*.

« Combien Platon était plus près du vrai, lorsqu'il recommandait d'étudier la société civile, en vue surtout de connaître la nature de l'homme ! En

(1) « La constitution de 1795, comme ses aînées, est faite pour l'*homme*. Or il n'y a point d'*hommes* dans le monde. J'ai vu dans ma vie des Français, des Italiens, des Russes, etc. ; je sais même, grâce à Montesquieu, qu'*on peut être Persan;* mais, quant à l'*homme*, je déclare ne l'avoir rencontré de ma vie; s'il existe, c'est bien à mon insu. » *Considérations sur la France*, ch. VI.

effet, l'homme, tel que les philosophes le conçoivent, est le produit de la culture sociale, comme nos races domestiques, animaux et plantes, sont le produit de l'industrie de l'homme vivant en sociétés. L'Auteur de toutes choses, en donnant à l'homme, avec d'autres instincts et d'autres facultés supérieures, l'instinct de sociabilité, a créé les sociétés humaines et mis directement sur les sociétés humaines le cachet de ses œuvres ; le perfectionnement progressif des sociétés humaines, en les amenant à cet état où elles méritent le nom de sociétés civiles, a réagi sur les qualités, les facultés, les aptitudes de l'homme individuel, au point de motiver les spéculations des philosophes, même les plus raffinées et les plus subtiles : mais il ne faut pas intervertir cet ordre, sous peine de brouiller les idées et de perdre le fil de la déduction scientifique. D'après cela, nous avons partagé notre second volume en deux livres, dont l'un (le livre IV) traite en général des sociétés humaines, et l'autre (le livre V et dernier) de l'histoire et de la civilisation, chez les peuples privilégiés, appelés à vivre de la vie de l'histoire et à être les instituteurs des autres peuples. »

§ 1^er^. — *L'ordre et la forme.*

A la fin du chapitre septième du Livre premier et sous le titre : « De l'arrangement synoptique des idées qui tiennent à l'ordre et à la forme, » on lit ce qui suit :

« Nous venons de passer rapidement en revue, dans ces premiers chapitres, tout un groupe ou toute une famille d'idées fondamentales, ayant entre elles des rapports intimes, s'appelant ou se suscitant les unes les autres, possédant des caractères communs et intervenant de la même manière dans l'économie de tout le système de nos connaissances, mais pouvant aussi se suffire à elles-mêmes, et suffire à la construction de théories scientifiques dont les mathématiques nous offrent le type le plus parfait. Il ne sera pas inutile de montrer, par le tableau synoptique suivant, comment on peut résumer ou exprimer d'une manière concise les rapports dont il s'agit, tels qu'ils ressortent de toutes les explications qui précèdent.

L'ORDRE ET LA FORME		
ORDRE PUREMENT INTELLIGIBLE		ORDRE PHÉNOMÉNAL
SCIENCES LOGIQUES	SCIENCES MATHÉMATIQUES	
Idées de genre et d'espèce. Classification (Syllogistique). Combinaison (Syntactique).	Idées de nombre, de rapport, de grandeur et de quantité, de mesure. (Théorie des nombres — Arithmétique proprement dite — Analyse algébrique ou théorie des quantités en général).	Idées de temps et d'espace (Géométrie pure). (Cinématique ou théorie géométrique des mouvements).
.....	.....	.....
Idées de la raison des choses, de la loi et de l'enchaînement rationnel, de l'essentiel et de l'accidentel (Logique supérieure). Classification rationnelle. Idées de type.	Idées de la variation des grandeurs, des variables indépendantes et des fonctions qui en dépendent. (Théorie des fonctions, analyse infinitésimale).	Mesure du temps (Applications de la théorie des fonctions et de l'analyse infinitésimale à la géométrie et à la cinématique).
.....	.....	.....
Idée de hasard ou de combinaison fortuite. Probabilité philosophique, critique, analogie, induction.	Idée de chance. Probabilité mathématique. (Calcul des probabilités).	Applications à la distinction des mouvements absolus et relatifs, réels et apparents.

« Cette table est de celles que l'on appelle *à double entrée* (1) : elle exprime au moyen d'une double disposition, par étages ou tranches horizontales et par colonnes verticales, des rapports dont on ne pourrait pas avoir aussi commodément l'intuition, par une disposition en *série linéaire,* ou *à simple entrée.*

« La distinction en trois étages séparés par des lignes ponctuées et non pleines, afin d'indiquer que l'on n'exclut pas la transition insensible d'un étage à l'autre, est suffisamment justifiée par tout ce qui précède et par la division même de notre texte en chapitres qui y correspondent.

« La disposition des têtes de colonnes a pour but de marquer ce qu'il y a de singulier dans les relations de la colonne médiane avec les deux

(1) Cournot, *Essai....* chap. XVI et XXII.

colonnes latérales. Car, d'une part l'arithmétique et la géométrie, les sciences de calcul et celles qui ont pour objet la contemplation des formes de l'étendue, composent un groupe trop naturel pour qu'on ne les ait pas de tout temps associées sous le nom collectif de *mathématiques*. D'autre part, l'embranchement des mathématiques, dont les idées de nombre et de rapport numérique sont la souche, et qui constitue la partie purement abstraite et intelligible des sciences mathématiques, a des connexions non moins naturelles avec la logique pure, en tant que celle-ci se rattache aux idées-mères de classification et de combinaison. Cet ordre purement intelligible, où nous voyons les idées logiques et mathématiques en corrélation soutenue, d'un bout de la série à l'autre, contraste évidemment avec toute la partie des spéculations mathématiques qui se fonde sur l'intuition des formes de l'espace et du temps, conditions sensibles de la manifestation de tous les phénomènes. Quant au degré d'abstraction et de généralité, ce second embranchement des mathématiques est subordonné au premier, comme il l'est aux idées générales de la logique; et, d'un autre côté, la contemplation des formes de l'espace et du temps nous est nécessaire, par notre constitution psychologique, pour peindre à l'imagination aussi bien les idées générales de la logique que celles qui se réfèrent à la science des nombres et des grandeurs abstraites. »

§ 2. — *L'architectonique et la graphique.*

A la fin d'un voyage prolongé et studieux dans l'Orient musulman, et encore sous l'empire de la doctrine forte et substantielle de Cournot, dont nous venions de pénétrer l'œuvre avec passion, nous conçûmes le projet ambitieux, et alors fort inconsidéré, de publier une suite d'études qui devaient embrasser l'universalité des arts dans tous les temps et dans tous les lieux. Nous pressentions à ce moment, plutôt que nous ne le savions d'ores et déjà, qu'il devait y avoir dans les arts proprement dits, c'est-à-dire dans les arts d'industrie et dans les arts d'ornement aussi bien que

dans l'architecture et les beaux-arts, un principe intérieur de coordination, une raison maîtresse qui seuls pouvaient justifier de leur constitution propre, spéciale, autonome et que la science comme la philosophie avaient négligé d'instruire. La philosophie comme on l'entend d'ordinaire, la philosophie traditionnelle en Europe, se partage entre les sciences et les lettres, et, si elle pénètre dans les arts, ce n'est que par l'intermédiaire des doctrines préétablies des belles-lettres et des beaux-arts. Toute son esthétique se résume, en effet, dans le dogme classique et purement littéraire de la description comme de l'imitation de la belle nature. Mais que devient alors le fond d'industrie qui demeure en permanence dans l'humanité tout entière et qui est si visiblement la condition comme le support ou le soutien des œuvres si diverses que le génie des ouvriers, des artisans et des artistes a prodiguées en tous les points du globe comme à tous les moments de l'histoire? Comment rattacher à la doctrine des beaux-arts, apanage exclusif des peuples de culture classique, les arts du Haut-Orient comme ceux de l'Extrême-Orient; les arts de notre moyen-âge européen, comme ceux du moyen-âge asiatique? Cela est visiblement impossible, et s'il est vrai que la tradition classique implique bien et en fait le plus haut épanouissement de la vie artistique dans l'humanité, il est non moins vrai que cette tradition érigée en doctrine, et devenant alors une théologie, comme disent les philosophes, relègue orgueilleusement et dans la plus indigne obscurité l'œuvre vive, spontanée, toute d'inspiration et d'invention, sortie des entrailles mêmes du peuple tout entier, c'est-à-dire de l'humanité laborieuse, industrieuse et artiste. Dès lors il devint clair pour nous que la philosophie de Cournot, à laquelle nous étions tant attaché, était pour le moins incomplète et qu'en se bornant à embrasser les lettres et les sciences il y manquait une tierce partie non moins essentielle que les deux autres, à savoir, l'ample et vivant domaine des arts d'industrie, de l'architecture et des arts d'ornement envisagés dans leurs fondements propres et autonomes.

Les études que nous projetions alors et qui, dans notre pensée, étaient

destinées à remplir ce vide, devaient être rassemblées et publiées successivement sous les quatre titres suivants : 1° l'Ordre et la Forme ; 2° le Relief et la Couleur ; 3° les Arts et Métiers ; 4° enfin, l'Architecture. Dans le premier livre, terminé tant bien que mal et imprimé en 1869, mais non édité alors, et qui fut réimprimé tel quel et publié en 1873 sous le titre de « Théorie de l'Ornement », voici ce que nous écrivions à propos du tableau synoptique précédent : ... Reprenant, à d'autres fins, une maîresse indicati on proposée par un philosophe éminent, A. Cournot, nous inscrirons hardiment le tableau suivant :

L'ORDRE ET LA FORME		
ORDRE PUREMENT INTELLIGIBLE		ORDRE PHÉNOMÉNAL
LOGIQUE	SCIENCES MATHÉMATIQUES	ARCHITECTONIQUE

Nous croyons volontiers que Cournot, à qui nous avions communiqué notre manuscrit, et qui avait la patience d'en entendre la lecture, fut frappé de cet emploi du mot architectonique. Nous ne voulons pas revenir ici sur cette œuvre de jeunesse, car nous concevons aujourd'hui les choses tout autrement. Toujours est-il que ce nous fut un bonheur, lors de l'apparition, en 1872 et en 1875, des deux ouvrages intitulés : *Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes*, et *Matérialisme, Vitalisme, Rationalisme. Études sur l'emploi des données de la science en philosophie*, d'y rencontrer les lignes suivantes :

« Donc la dénomination de « philosophie positive » est une contradiction dans les termes, et il y a autre chose que du positif dans les sciences. Comme le disait d'après Aristote le bonhomme chargé d'instruire ce roi que nos aïeux ont qualifié de *sages* ; « entre les vertus intellectuelles il y en a une qui est architectonique et principale, et qui

ORDENE de tout (1); » et quand cette architectonique de l'entendement ne mériterait pas d'être étudiée pour elle-même, il faudrait l'étudier afin de pénétrer dans l'économie des sciences de même qu'il faut étudier l'économie des sciences si l'on veut soumettre à une épreuve critique la valeur des idées-maîtresses de notre entendement. » — *Cons...*, t. II, p. 226.

« Si donc la philosophie est pour chaque science en particulier *l'alpha et l'oméga*, le principe et la fin, la base et le couronnement de l'édifice, si pour ce motif on peut accorder au philosophe qu'elle règne sur les sciences on est encore mieux fondé à dire qu'elle ne les gouverne pas: l'expérience, nous apprenant que chaque science se fraye sa voie, trouve ses procédés, se crée ses instruments, sa langue et sa méthode selon ses propres besoins, d'après la nature des choses sur lesquelles portent ses investigations. Envisage-t-on au contraire les sciences dans leur ensemble et par ce qui les relie toutes en un même faisceau, à savoir l'intervention active de l'esprit humain? Alors il sera vrai de dire avec Nicole Oresme (ce bon évêque et précepteur de *roy*, qui ne savait pas seulement la philosophie de son temps, mais qui était avant le temps algébriste, économiste), que la philosophie *ordenne de tout*, ou mieux encore qu'elle *ordenne du tout :* son objet propre étant l'architectonique des sciences; et son rôle royal, son rôle de régulateur ou d'ordonnateur devenant d'autant plus utile que chaque science, en se fortifiant, semble plus disposée à faire parade de son autonomie, à s'affranchir de toute subordination ». — *Matérialisme...*, p. 369.

— En employant le mot architectonique (je commande aux artisans),

(1) ORESME, *Eth.*, 180 : « Entre ces vertus intellectives il y en a une qui est architectonique et principale et le maistre de l'œuvre qui regarde et comande sus tous et par semblable la vertu qui prent garde et est maistresse sus toutes œuvres humaines. Elle est dite architectonique et cest politique. » — « Car aussi comme en édiffier sont les maistres de l'œuvre qui ordonnent et commandent et les autres qui besognent de la main et massonnent ». — « Architectonique (architecton en grec) est le maistre de l'œuvre en édification ou en édiffier qui regarde et ordonne sur toutes choses appartenant à vie humaine est dicte vertu ou science architectonique et telle est politique ». — *Les Ethiques d'Aristote.*

nous prenions le mot dans son sens direct (1). N'ayant en vue que sa signification originelle, nous en étendions simplement l'acception à un ordre de choses corrélatif de l'architecture, c'est-à-dire aux arts d'industrie, aux arts d'ornement et aux beaux arts. A ce moment, nous ne songions nullement à l'interprétation qu'en donnent Aristote, Oresme ou Cournot qui, tous trois et en se succédant l'un à l'autre, se servent du mot architectonique par une métaphore empruntée à l'architecture. Voici, en effet, ce que dit Aristote dans sa *Morale :* « Il est clair que, dans tous les arts, la fin de ceux qu'on pourrait appeler architectoniques (c'est-à-dire ordonnateurs ou directeurs) est plus désirable, ou plus importante que celle des arts qui lui sont subordonnés ; car c'est en vue de cette fin qu'on exerce ou qu'on pratique ceux-ci. » (Livre I, § 1.)—Puis : « Un premier point qui peut sembler évident, c'est que le bien relève de l'architectonique, de la science la plus fondamentale de toutes. Et celle-là c'est précisément la science politique (2). » (Livre I, ch. 1, § 9, — Et enfin : « Ainsi dans la science qui gouverne l'État, on peut distinguer cette prudence qui, régulatrice de tout le reste, et architectonique (3), est celle qui fait les lois, et cette autre prudence qui, s'appliquant aux faits particuliers, a reçu le nom commun qu'elles portent toutes les deux et s'appelle la politique. » (Livre V, ch. VI, § 1.)

Or, il est bien clair qu'en passant d'Aristote à Oresme s'est interposée la scolastique du moyen-âge qui a préparé l'avènement des idées mo-

(1) « L'architectonique au sens élevé du mot, cette force active qui produit, qui crée et qui construit. » — Gœthe, *Entretiens avec Eckermann.*

(2) « ... il est à remarquer que, non seulement en Orient, mais en Europe et dans nos langues modernes, tout ce qui constitue les Gouvernements établis est constamment désigné par un mot indiquant tel ou tel détail de l'habitation humaine. Non seulement on dit la politique des *Tuileries*, de l'*Escurial*, du *Vatican*, du *Quirinal*, mais les Assemblées s'appellent « *les Chambres ;* le Ministère, « un *Cabinet* » ; l'entourage du souverain « *la Cour* ». On dit : le discours *du Trône*, pour le discours du Roi ; la Papauté, c'est le *Saint-Siége ;* le Gouvernement turc se nomme *le Divan ;* etc., etc. » — H. Lasserre, *les Saints Evangiles*, page 547.

(3) Barthélemy Saint-Hilaire ajoute en note : « C'est la législation qu'on peut en effet distinguer de la pratique, c'est-à-dire du maniement des affaires, dont Aristote semble faire peu de cas. » De même que : « Préoccupé exclusivement d'une politique préceptive et dogmatique, Aristote ne fait pas attention à l'histoire. » —J. Ferrari, *Essai sur les principes et les limites de la philosophie de l'histoire.* Paris, 1843.

dernes dans les sciences et dans l'histoire; et qu'en passant d'Oresme à Cournot s'est constituée la scolastique moderne qui préside à l'organisation actuelle de nos sciences et de nos institutions. Il en résulte que le mot architectonique, en s'éloignant avec Aristote de son contenu initial, a pris un sens de plus en plus détourné, de plus en plus abstrait, de plus en plus philosophique pour devenir enfin, avec Cournot, l'architectonique de l'entendement et l'architectonique des sciences, bases essentielles de toute sa philosophie.

— D'autre part et en ce qui nous concerne, les connaissances mathématiques qui nous avaient été transmises et dont nous nous croyions assurés, venaient d'être soumises à une rude épreuve. Nous trouvant aux prises avec un art *étranger* (p. 7), l'art oriental du moyen-âge asiatique, c'est-à-dire et brièvement l'art arabe, qui est un art d'allures et d'inspiration essentiellement *géométriques*, nous prétendions l'instruire à l'aide de notre géométrie de collège, et le soumettre de force à la triture toute scolastique qui nous avait été enseignée. C'était de notre part une erreur d'interprétation qui enchaînait notre judiciaire, c'était une faute d'ailleurs inévitable puisqu'elle tenait à nos préjugés d'éducation et, pour tout dire, à nos préjugés d'Européen. Lors donc que cette erreur nous fut révélée, et qu'en conséquence, secouant le joug d'une scolastique si intempestive, nous prîmes, comme on dit, le taureau par les cornes, il nous apparut tout d'un coup que la diversité du génie humain était infinie et donc que ce génie se conditionnait diversement aussi selon les temps, les races et les lieux, selon les mœurs, les usages et les coutumes, c'est-à-dire et finalement sous des formes distinctes et irréductibles l'une à l'autre. Alors aussi nous fut révélé le sens de cette parole d'un spirituel orientaliste, Abel Rémusat, que cite Cournot quelque part dans ses œuvres : « Il sera trop tard pour étudier les hommes quand il n'y aura plus sur la terre que des Européens. » De là et après cette expérience positive, il nous fallut bien conclure à l'inanité de notre savoir comme à l'insuffisance de nos moyens d'investigation appliqués là où ils n'avaient que faire : « l'ex-

périence, nous apprenant que chaque science se fraye sa voie, trouve ses procédés, se crée ses instruments, sa langue et sa méthode selon ses propres besoins, d'après la nature des choses sur lesquelles portent ses investigations. » C'est alors que, nous reportant à l'œuvre de notre maître, il devint clair pour nous que Cournot, appesanti par la vaste étendue comme par la solidité de ses connaissances, s'en tenait encore au mode de conception de la Raison (p. 4), si, de par son sens de la vie et de l'histoire comme de par son sens philosophique, son esprit critique si l'on veut, il était entré déjà dans la période de l'intelligence. Toute son œuvre, en effet, révèle une lutte constante entre sa raison et son intelligence, entre sa science positive ou sa scolastique et sa philosophie : celle-là alourdissant celle-ci, qui ne parvient qu'à grand'peine à se délivrer d'un joug aussi pesant, ce qui, par contre et peut-être, assure d'autant mieux la trempe, l'acuité, la pénétration de ce puissant et vigoureux esprit. Quoi qu'il en soit, cette lutte n'est nulle part aussi accusée, aussi significative, qu'à propos des sciences mathématiques, et c'est ce qui se révèle dans les nombreux extraits que nous avons recueillis dans l'ensemble de ses œuvres et qu'on trouvera réunis dans la troisième partie de cette introduction.

— En outre de l'architectonique qui *ordene de tout*, nous pressentions encore qu'il y avait au fond de toutes les pratiques des arts d'industrie, de l'architecture et des arts d'ornement, une sorte d'écriture figurative, ou de notation figurée, qui n'est ni le dessin géométrique, ni le dessin d'art tels qu'ils sont enseignés dans nos écoles ou que nous les pratiquons d'ordinaire et que n'ont connus d'ailleurs ni les Anciens, grecs ou romains, ni les Asiatiques, indo-arabes ou sino-japonais, ni les méso-asiatiques, coptes ou byzantins, ni enfin les Gothiques, mais exclusivement les seuls Européens et seulement à partir de la Renaissance. Cette écriture figurative, intermédiaire obligé entre l'esprit et l'œuvre, cette sorte de moyen terme qui fut pratiqué de tout temps, mais sans qu'on eût jamais, à aucun moment, l'idée de le considérer à part

— c'est ce qui s'est produit aussi pour l'algèbre (1) qui ne s'est constituée comme langue et comme science que dans des temps tout à fait modernes — et qui, par conséquent n'a pas de nom, c'était la *graphique*, c'est-à-dire « la langue ou la science des figures » et ce n'est que bien tardivement, et après des épreuves indéfiniment réitérées, qu'il nous fut donné d'en prendre une pleine conscience. Mais ce moment arrivé, et toujours préoccupé, à la suite de Cournot, du meilleur rangement des idées fondamentales dans les sciences, dans l'histoire et dans les arts, il s'agissait pour nous d'emplacer à son rang la graphique qui a des rapports étroits avec la géométrie ou les mathématiques d'une part et avec les arts du dessin ou les beaux-arts d'autre part. Cela était fort difficile, fort embarrassant aussi, car aucun des cadres connus ne nous convenait, si bien qu'après avoir rassemblé les matériaux de notre bâtisse future, nous dûmes songer à la construire nous-mêmes et sur un plan entièrement nouveau. C'est alors que, nous remémorant les trois modes de conception de Bergmann (p. 3) et un paragraphe significatif de Cournot (2) et après avoir emplacé l'architectonique dans le mode de conception de l'Intelligence, et la graphique dans le mode de conception de la Raison, de proche en proche, et préoccupés de bien d'autres idées encore, nous sommes arrivés finalement, tout au moins pour le repos de notre esprit, au tableau synoptique ci-joint.

(1) Qui est « une de ces choses qui, loin de devoir leur invention à un seul auteur, n'ont pris, règle, forme et ordre, qu'après un long temps de circuitions, d'intermissions et de continuelles exercitations d'esprit ».— Jacques Peletier du Mans. *Algèbre*, 1554.

(2) « Non seulement l'application des idées fondamentales des mathématiques à l'interprétation scientifique de la nature nous montre qu'elles ne sont par des créations artificielles de l'esprit, mais il est à remarquer que plusieurs de ces idées, malgré leur haut degré de généralité et d'abstraction, ne sont que des formes particulières, et en quelque sorte des espèces concrètes d'idées encore plus abstraites et plus générales, auxquelles nous pourrions nous élever par d'autres voies que celles de l'abstraction mathématique, et par la contemplation d'autres phénomènes que ceux auxquels le calcul et la géométrie s'appliquent. Les idées de combinaison, d'ordre, de symétrie, d'égalité, d'inclusion, d'exclusion, etc., ne revêtent pas seulement des formes géométriques ou algébriques; et certaines propriétés des figures ou des nombres, qui tiennent à telle espèce d'ordre, à tel mode de combinaison ou de symétrie, ont leur cause ou raison d'être dans une sphère d'abstractions supérieures à la géométrie et au calcul. » — *Essai*... I (154).

L'INTUITION

AFFECTIVE ET PSYCHIQUE	INSTINCTIVE ET ORGANIQUE	PERCEPTIVE ET TECHNIQUE
	Les Facteurs	
	I. PSYCHOLOGIQUES	
Sympathiques	Syncrétiques	Synergiques
	II. PHYSIOLOGIQUES	
Phonétiques	Synoptiques	Mimiques
	III. TECHNOLOGIQUES	
Tonétiques	Chromatiques	Techniques

LA RAISON

DISCURSIVE ET LOGIQUE	DISTINCTIVE ET SYMBOLIQUE	CONSTRUCTIVE ET STATIQUE
	Les Relations	
	I. SPÉCULATIVES	
Logiques (idées)	Symboliques (signes)	Statiques (objets)
	II. QUALITATIVES	
Syntactiques (nombres)	Graphiques (figures)	Cinématiques (mouvements)
	III. QUANTITATIVES	
Logistiques (grandeurs)	Plastiques (formes)	Dynamiques (forces)

L'INTELLIGENCE

COMPRÉHENSIVE ET DIALECTIQUE	DISTRIBUTIVE ET ARCHITECTONIQUE	OPÉRATIVE ET MÉCANIQUE
	Les Coordinations	
	I. SYNCRÉTIQUES	
Linguistiques	Ethniques	Economiques
	II. SYNTHÉTIQUES	
Psychologiques	Architectoniques	Technologiques
	III. SYSTÉMATIQUES	
Scolastiques	Politiques	Mécaniques

Ce tableau si évidemment de composition artificielle, que nous abandonnons d'ailleurs et tel quel à la sagacité comme à la critique du lecteur, est commode, au moins comme casier provisoire, comme *crible* si l'on veut; et, sans y insister bien longuement, nous ferons à son propos seulement quelques remarques. Ce tableau pour sa *première entrée* est divisé en trois étages correspondants aux trois modes de conception reconnus par Bergmann : l'Intuition, la Raison, l'Intelligence; et pour sa *seconde entrée*, en trois colonnes. La colonne de gauche relève tout entière de la *psychologie*, celle de droite relève tout entière de la *technologie*, et enfin celle du milieu, mitoyenne aux deux autres, est essentiellement *syncrétique*. Et cela veut dire que la psychologie n'est point le tout de nos facultés, mais qu'elle est doublée par la technologie et réciproquement; toutes deux d'ailleurs se rattachent à la colonne du milieu, c'est-à-dire à la *physiologie* ou au syncrétisme fondamental de notre humaine constitution (p. 34).

En second lieu et pour ce qui concerne la division par étages, nous ferons remarquer que la *chromatique* par exemple, c'est-à-dire le problème tant physiologique que psychologique et technologique de la couleur, relève entièrement de l'Intuition et nullement de la Raison et, par conséquent, que toutes les théories que l'on en peut faire comme celle de Chevreul, par exemple, sont arbitraires et valables seulement pour des raisons de commodité pratique ou didactique. De même pour l'architectonique qui relève de l'Intelligence et qui par conséquent non plus ne peut avoir d'explication rationnelle; aussi offre-t-elle les rapports les plus étroits avec la philosophie; celle-ci étant plus particulièrement compréhensive et dialectique, c'est-à-dire psychologique, celle-là étant plus particulièrement opérative et mécanique, c'est-à-dire technologique.

Le second étage de notre tableau, ou l'étage intermédiaire, celui de la Raison, contient virtuellement tout le tableau de Cournot (pag. 25) et préside dans son ensemble à la constitution des sciences mathématiques, lesquelles d'ailleurs et en tant qu'elles forment un système logiquement

organisé, rentrent, d'autre part, comme d'ailleurs toutes les sciences écrites et didactiques, dans la *coordination scolastique* et par conséquent dans l'étage de l'Intelligence. — C'est l'Intelligence qui instruit en dernier ressort toutes les doctrines établies. — Ajoutons encore que dans la colonne technologique à l'étage de la Raison, les mots de Statique, Cinématique, Dynamique doivent être distraits de l'acception étroitement spéciale qu'on leur donne à l'ordinaire dans les théories et les livres de mécanique rationnelle ou industrielle. Il faut les entendre ici dans un sens tout leibnitzien, en se rapprochant du *devenir* de leur étymologie et en s'éloignant au contraire de la définition nécessairement bornée, étroite et spéciale qu'on en donne dans tous les dictionnaires. Et il en faut en dire autant du mot *Plastique*.

§ 3. — *De l'art, de la science et de l'industrie.*

— « Les sociétés, plus encore que les individus, comportent en certaines choses le progrès indéfini, et moyennant des circonstances favorables une durée indéfinie. Mais ce qui peut y être affranchi de la fatale loi des âges ne l'est que par une fixité de principes et de règles incompatible avec les phases du mouvement vital. Ainsi s'établit un ordre de faits sociaux qui tend à relever, *omisso medio,* des principes ou des idées purement rationnelles auxquelles était consacré notre premier livre, et qui nous ramène à une sorte de mécanique ou de physique des sociétés humaines, gouvernée par la méthode, la logique et le calcul : en sorte que ce qui s'appelle proprement une *civilisation progressive* n'est pas, comme on l'a dit souvent, le triomphe de l'esprit sur la matière (ce qui n'aurait, nous l'accordons, que de bons côtés, quoique cela sente un peu son gnosticisme), mais bien plutôt le triomphe des principes rationnels et généraux des choses sur l'énergie et la qualité propres de l'organisme vivant, ce qui a beaucoup d'inconvénients à côté de beaucoup d'avantages.

« Les sociétés humaines sont tout à la fois des *organismes* et des *mécanismes*. On ne peut les assimiler exactement, ni les choses qu'elles produisent, surtout dans leurs phases finales, à un organisme vivant : mais on se tromperait encore plus si l'on méconnaissait, dans leurs premières phases, leur grande ressemblance avec un organisme vivant ; et ce n'est pas une des moindres conquêtes intellectuelles des temps modernes, que d'avoir enfin saisi cette ressemblance, malgré la grande dissemblance des conditions où nous sommes aujourd'hui placés nous-mêmes.

« L'avènement du règne de l'idée dans les sociétés humaines n'y détruit pas les forces instinctives, pas plus que les fonctions vitales ne s'arrêtent chez l'homme entièrement absorbé par les travaux de l'esprit ou voué au culte d'une idée : mais l'idée régnante est comme une *forme* qui, une fois bien arrêtée, s'assujettit de plus en plus les *forces* instinctives, en leur imposant le cadre où doivent ultérieurement se déployer leur activité propre et leur vertu opérative. »

— « Nous venons de passer rapidement en revue, pour le but philosophique que nous poursuivons, les grandes institutions de la société : institutions religieuses, politiques, juridiques, économiques; nous voulons comparer du même point de vue l'art, la science, l'industrie, que l'on ne peut plus considérer comme des institutions sociales, qui ne prennent même une constitution et une forme propres qu'au sein de quelques sociétés choisies, mais qui n'en conviennent que mieux, pour fournir, par leur rapprochement et par leurs contrastes, l'exemple le plus net de la distinction capitale établie *ci-dessus*.

« L'art est assujetti dans son développement à des lois tant de fois observées qu'on ne peut hésiter à les tenir pour nécessaires, lors même qu'on ne verrait pas ce qui en fait la nécessité. Une foule d'exemples en tout genre nous montrent que la marche naturelle du génie humain est de débuter dans les arts par la raideur et de finir par le maniéré de l'exécution. On va de la grossièreté à la naïveté, de la naïveté à l'élé-

gance, et de l'élégance à l'affectation. Le simple mène au grand, et le grand passe au boursouflé. Chaque type sur lequel l'art s'exerce a des caractères et un genre de beautés propres, que le génie saisit après quelques tâtonnements, mais que l'on ne tarde pas à exagérer et à corrompre, jusqu'à ce que l'activité humaine, inspirée d'un autre souffle, placée dans un milieu différent, cherche sous d'autres formes, avec d'autres moyens matériels d'exécution, la réalisation de l'idée du beau, et parcoure à nouveau de semblables périodes. Peu importe que des noms d'artistes ou d'écrivains éminents servent ou non à jalonner ces périodes. Les progrès et la décadence de l'art suivent les mêmes lois et tiennent aux mêmes causes, dans les monuments de l'Égypte et dans les cathédrales du moyen-âge, comme dans les productions de la Grèce antique et de l'Italie moderne; quoique le secret des sanctuaires égyptiens et l'humilité des cloîtres catholiques n'aient pas permis aux auteurs cachés de tant de maîtresses œuvres d'acquérir l'immortalité historique des Phidias et des Michel-Ange.

« Il n'est pas malaisé de donner des raisons toutes simples d'une loi si remarquable. Les arts n'ont pas seulement pour but d'exciter en nous ce sentiment exquis que donne à l'esprit la contemplation du beau idéal, et que le temps n'épuise pas : ils s'adressent aussi à notre sensibilité physique et nous exigeons qu'ils nous procurent de ces émotions plus vives sur lesquelles notre sensibilité se blase à la longue. En toutes choses nous éprouvons, au sein des jouissances, le besoin de changement, et, parvenus au faîte, nous aspirons à descendre. D'ailleurs il est de l'essence de tous les arts de tendre à exprimer, d'une manière qui leur est propre, des idées par des images sensibles, et l'image à laquelle nous sommes trop habitués perd de sa vertu expressive : on cherche une expression plus énergique, aux dépens de la justesse des rapports, qui ne peut s'altérer sans que la beauté s'altère. L'artiste est donc sollicité de tous les côtés à sacrifier la perfection de l'art à la recherche du neuf, lors même qu'il fait abnégation de sa renommée, et qu'il n'éprouve pas pour son

propre compte le besoin de sortir du sentier frayé, et de fonder sa gloire personnelle sur l'originalité de ses conceptions.

— « Toutes ces explications ont du vrai, et pourtant nous ne croyons pas qu'elles pénètrent suffisamment dans la raison intime du phénomène qu'il faut expliquer. Autrement, pourquoi l'art ne passerait-il point par une suite d'oscillations, et ne reviendrait-on pas, en fait d'art, comme souvent en fait de mode, exactement aux points par lesquels on a passé, et au point de perfection comme à tout autre, sauf à ne pas s'y arrêter davantage? Mais ces retours étudiés à une ancienne manière, cette recherche rétrospective de la perfection des grands maîtres, cette reprise du beau causée par la satiété du laid n'ont jamais eu pour effet de produire des œuvres que l'on pût mettre à côté de celles que l'art a enfantées dans ses périodes de splendeur. Ce sont comme des fruits mûris par artifice, hors de leur saison ou loin de leur terre natale. Cela revient à dire que le mouvement, le travail intérieur qui produit le développement de l'art tient des merveilleux caractères du mouvement vital, et que l'on n'a pas sans raison désigné par des expressions identiques l'inspiration de l'artiste et le souffle de vie. Il faut ce souffle vivifiant pour que l'imitation et les travaux méthodiques n'excluent pas l'inspiration, quand une force supérieure au génie individuel appelle le progrès qui doit se faire. Or, s'il y a dans l'art un principe de vie qui s'épuise par son action même, un mouvement spontané dont on ne peut imiter les effets par des combinaisons réfléchies, nous ne devons plus chercher pourquoi l'art se perfectionne et décline jusqu'à ce que des conditions nouvelles fassent surgir une nouvelle manière, ou, à proprement parler, un art nouveau, destiné, comme tout ce qui porte en soi un principe de vie, à passer par les mêmes périodes. »

— « Tout au rebours de l'art, la science a pour caractère essentiel d'être constamment progressive. Une découverte nouvelle, soit que le hasard l'ait procurée, soit qu'elle provienne de l'inspiration d'un homme de génie (c'est-à-dire d'une autre espèce de hasard), ou qu'elle soit le

résultat d'une investigation méthodique, reste comme une propriété acquise à la science, que naturellement elle ne doit pas perdre, ou qu'elle ne perdra qu'exceptionnellement, accidentellement, comme si, par suite de quelque catastrophe, la civilisation même du peuple chez qui la science était cultivée périssait sans laisser de trace. En outre, chaque découverte, chaque nouvelle acquisition en prépare une autre, par son influence médiate ou immédiate. »

— « Qu'elles soient ou non influencées par les progrès de la science, les acquisitions des arts industriels, de l'industrie proprement dite, ont, omme celles des sciences, la propriété de pouvoir être précisément constatées et identiquement transmises d'un individu à un autre, d'une nation à une autre, d'un siècle à un autre : ce qui fait qu'il est dans leur nature, comme dans celle des sciences, d'avancer toujours, chaque découverte servant ou pouvant servir à en faire une autre. La loi est la même, soit qu'il s'agisse de la découverte d'une nouvelle culture, de l'acquisition d'une nouvelle espèce domestique, d'un nouveau procédé industriel ou d'un nouveau théorème.

« Dans les choses qui tiennent à la fois de l'art et de la science ou de l'industrie, il faut s'attendre à ce que les deux lois de développement que nous mettons en contraste se combinent entre elles, sans pourtant se masquer l'une l'autre. Voyez comme dans l'architecture, par exemple, qui est à la fois un art et une science ou une industrie, la coexistence et la distinction sont frappantes. Il est clair que l'architecte habile tient de l'artiste et de l'ingénieur, et que, selon les circonstances, selon le caractère et la destination des constructions dont il sera chargé, il devra briller davantage par le génie de l'artiste ou par le talent de l'ingénieur, et s'attendre à être jugé d'après les principes du goût ou d'après les règles de la science. En tant qu'elle est un art, l'architecture a, comme tous les beaux-arts, ses périodes de progrès, de splendeur et de décadence, pour chaque école et pour chaque style, ses époques de confusion et de transition d'un style à l'autre. On dirait même qu'il vient un

moment où, les diverses combinaisons entre les données fondamentales de l'art étant comme épuisées, on sent l'impuissance de créer un style original, et l'on se borne à imiter, tantôt un style, tantôt l'autre : et ce temps est pourtant celui où, grâce au progrès de l'industrie et de la richesse publique, on élève le plus de constructions en tout genre, et où toutes les parties de la science de l'ingénieur, dans son application à la construction des édifices, sont le plus perfectionnées. Il est donc manifeste qu'un élément progressif de sa nature s'associe en pareil cas à un élément soumis à une toute autre loi de développement. L'architecture romaine emploie la voûte : c'est un progrès scientifique sur l'architecture grecque; ce qui ne veut pas dire qu'au point de vue de l'art le style romain l'emporte sur le style grec dont il n'est au contraire qu'une imitation altérée. Le dôme byzantin, la nef élancée des cathédrales gothiques marquent autant de progrès de la science architecturale qui, suivant la juste remarque des modernes, débute par les constructions les plus massives qu'elle va toujours en évidant de plus en plus : mais il ne faudrait pas conclure de là que la basilique de Justinien l'emporte comme œuvre d'art sur le Parthénon de Périclès. Il faut simplement reconnaître que les données scientifiques de l'art ont changé et que la science s'est enrichie de combinaisons nouvelles, quoique à une époque de décadence de l'art, et l'on pourrait dire à une époque de décadence générale, s'il ne fallait toujours excepter ce qui admet le perfectionnement indéfini, et ce qui continue de cheminer, bien qu'obscurément, même dans les temps que nous appelons ténébreux, parce qu'ils ne brillent pas de ce genre d'éclat qui séduit l'imagination et attire de préférence l'attention de la postérité. » — Cournot, *Traité...*, II, chap. I et chap. XIV.

— « Dans toutes les branches de l'art, et pour toutes les écoles qui atteignent les unes après les autres leur point culminant et leur époque de décadence, la succession des âges, l'influence du milieu social sur l'évolution progressive des types et des idées, le souffle de vie commune

III

LES MATHÉMATIQUES

« *Ce que les mathématiques ont de réellement applicable, dans l'ordre des choses humaines et terrestres, se réduit à si peu de chose qu'on en est effrayé.* »

COURNOT.

« *Les mathématiques, à ne considérer que leurs parties théoriques dégagées des applications dont elles sont susceptibles, constituent moins une science qu'une méthode.* »

E. LE ROY ET G. VINCENT.

« *L'organisation des méthodes en mathématiques comme dans les autres sciences a pour but d'économiser le travail du jugement synthétique et de dispenser du génie d'invention.* »

COURNOT.

III

LES MATHÉMATIQUES

— « Sous le nom collectif de MATHÉMATIQUES, on désigne un système de connaissances scientifiques étroitement liées les unes aux autres, fondées sur des notions qui se trouvent dans tous les esprits, portant sur des vérités rigoureuses que la raison est capable de découvrir sans le secours de l'expérience et qui néanmoins peuvent toujours se confirmer par l'expérience dans les limites d'approximation que l'expérience comporte. Par là les mathématiques réunissent au caractère de sciences rationnelles celui de sciences positives, dans le sens que le langage moderne donne à ce mot.

« On démontre en arithmétique que le produit de plusieurs nombres ne change pas, dans quelque ordre qu'on les multiplie : or, rien de plus facile que de vérifier en toute rigueur cette proposition générale sur tant d'exemples qu'on voudra, et d'en avoir ainsi une confirmation expérimentale. On démontre en géométrie que la somme des trois angles d'un triangle vaut deux angles droits : c'est ce qu'on peut vérifier en mesurant avec un rapporteur les trois angles d'un triangle tracé sur le papier, en mesurant avec un graphomètre les trois angles d'un triangle tracé sur le terrain, et en faisant la somme. La vérification ne sera pas absolument rigoureuse, parce que la mesure d'une grandeur continue comporte toujours de petites erreurs : mais on s'assurera, en multipliant les vérifications, que les différences sont tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, et qu'elles ont tous les caractères d'erreurs fortuites. On n'établit pas d'une autre manière les lois expérimentales de la physique.

« Au contraire la jurisprudence qui est une science rationnelle comme les mathématiques, n'est pas pour cela une science positive. Après que les jurisconsultes ont établi que la combinaison des règles de l'interprétation juridique conduit à telle solution, on ne voit pas quelle pourrait être l'expérience qui donnerait à ce résultat du raisonnement une confirmation positive. L'expérience qui consisterait à faire voir que, là où la solution contraire a prévalu, elle a produit tels ou tels inconvénients susceptibles d'être constatés, est une expérience d'un autre genre : elle peut soutenir ou combattre une solution juridique dans l'intérêt de l'utilité publique, non dans l'intérêt de la justesse du raisonnement.

« La logique aristotélicienne, à cause de sa nature purement formelle, comporte bien, comme les mathématiques, une sorte de vérification expérimentale. Je prouve par des raisons théoriques que telle forme de syllogisme n'est pas concluante, et j'appuie ma preuve en prenant pour exemple un syllogisme de cette forme dont l'ineptie saute aux yeux de ceux-mêmes qui ne pourraient expliquer en quoi la forme pèche. Ce genre de vérifications est pourtant bien borné en comparaison des vérifications expérimentales que les mathématiques comportent, précisément parce que la syllogistique, comme science d'application, est très stérile en comparaison des mathématiques.

« Grâce à ce double caractère que nulle autre science ne présente, les mathématiques ainsi appuyées sur l'une et l'autre base de la connaissance humaine s'imposent irrésistiblement aux esprits les plus pratiques, comme aux génies les plus spéculatifs. Elles justifient le nom qu'elles portent et qui indique les sciences par excellence, les sciences éminentes entre toutes les autres par la rigueur des théories, l'importance de la sûreté des applications. »

— « Le nom même de *màthématiques* dénote assez que les Grecs, qui les ont inventées et qui par là ont jeté les fondements des sciences, les regardaient comme la *science* ou comme la *doctrine* par excellence; et de fait, leurs plus anciennes écoles de philosophie étaient des écoles de ma-

thématiques, au propre sens du mot, où d'austères cénobites enseignaient l'arithmétique telle qu'ils la concevaient, la géométrie telle que nous la comprenons encore, avec la pensée qu'ils mettaient ainsi leurs disciples sur la voie de l'interprétation des énigmes de la nature. Quelquefois, dit-on, ces cénobites sortaient de leurs studieuses retraites pour donner à leurs compatriotes des constitutions et des lois; mais des expériences beaucoup plus récentes semblent avoir montré qu'il vaut encore mieux que les professeurs de mathématiques se bornent à enseigner les mathématiques.

— « Chose remarquable! les mathématiques, sciences exactes par excellence, sont du nombre de celles où il y a le plus de vague et d'indécision dans la classification des parties, où la plupart des termes qui l'expriment se prennent tantôt dans un sens plus large, tantôt dans un sens plus rétréci, selon le contexte du discours et les idées propres à chaque auteur, sans qu'on soit parvenu à en fixer nettement et rigoureusement l'acception dans une langue commune..... Le vague de la langue accuse souvent l'imperfection de notre connaissance de l'objet et alors la langue se corrige par le progrès de nos connaissances; mais il accuse le plus souvent encore l'impossibilité absolue d'exprimer avec les signes du langage, en leur conservant toujours la même valeur fixe, des rapports dont nous ne disposons pas, et qui admettent malgré nous des modifications continues. C'est ce qui arrive à l'égard des termes employés pour diviser en compartiments le domaine des mathématiques.

« Quand même on pourrait imaginer de tels compartiments bien délimités, il faudrait que la classification offrît l'exacte traduction des rapports que ces compartiments auraient entre eux; et c'est ce que la nature des choses rend encore impossible. Par la forme même du langage, nos idées s'enchaînent dans le discours suivant l'ordre que les géomètres qualifient de linéaire (..... parce qu'on peut en donner une représentation sensible au moyen d'une suite de points disposés sur une ligne indéfiniment prolongée, de part et d'autre d'une origine

arbitraire); et comme il n'arrive que très accidentellement qu'un tel ordre corresponde, même grossièrement, à l'ordre réel des choses, tel que la pensée le conçoit, on a recours à l'artifice de tableaux synoptiques, sorte de construction géométrique à deux dimensions, moyen bien insuffisant encore, auquel il est évident qu'on substituerait souvent avec avantage une construction géométrique à trois dimensions si l'on avait des moyens commodes de la réaliser physiquement. Mais, plus fréquemment encore, l'espace, avec ses trois dimensions, ne suffirait pas pour nous donner une image sensible des rapports très multipliés, ou même infiniment multipliés, qu'ont entre elles les diverses parties d'un système, objet de l'intuition intellectuelle; et ceci s'observe notamment pour le système des mathématiques. La théorie des nombres relève de celle de l'ordre et des combinaisons; et, sous un autre aspect, le calcul des combinaisons est une application de l'arithmétique. Des faits d'arithmétique ont leur raison dans certaines lois de l'algèbre, et des faits d'algèbre ont leur raison dans certaines propriétés des nombres. Tous ces liens peuvent être partiellement et successivement indiqués; les systématiser synoptiquement ou les exprimer dans une classification, paraît chose impossible.

— « Il n'est guère plus aisé de donner du système une définition proprement dite, uniquement tirée de la nature de l'objet, qu'il ne l'est de définir et de classer les diverses parties du système. Les mathématiques pures ont pour objet les idées de nombre, de grandeur, d'ordre et de combinaison, de chances, d'étendue, de situation, de figure, de ligne, de surface, d'inclinaison, et même les idées de temps et de forces, quoique, pour celles-ci, on ne puisse pousser bien loin la construction scientifique, sans recourir à des données de l'expérience. Toutes ces idées s'enchaînent et se combinent de diverses manières, et donnent lieu à des rapprochements, souvent très inattendus, comme lorsqu'on voit figurer dans l'évaluation des chances de la reproduction d'un événement, le rapport de la circonférence du cercle à son diamètre. Mais ces idées

ont-elles un caractère commun qui rende raison de leur association en un tout, et dont l'idée soit l'idée même des mathématiques prises dans leur ensemble? On n'a pas eu de peine à apercevoir que les lignes, les surfaces, les angles, les forces, etc., sont des grandeurs mesurables, et l'on en a tiré cette définition vulgaire, d'après laquelle les mathématiques sont les sciences qui traitent de la mesure ou des rapports des grandeurs; mais, avec un peu plus d'attention, on remarque qu'une foule de théorèmes sur les nombres (la plupart de ceux qui composent la théorie des nombres proprement dite) peuvent être conçus indépendamment de la propriété qu'ont les nombres de servir à la mesure des grandeurs; qu'une multitude de théorèmes de géométrie (ceux qui composent la géométrie *descriptive* proprement dite, par opposition à la géométrie *dimensive*) seraient parfaitement intelligibles quand même on ne considérerait pas les lignes, les angles, etc., comme des grandeurs mesurables; que dans l'algèbre, enfin, les symboles algébriques peuvent souvent dépouiller toute valeur représentative de quantités réelles ou de grandeurs, sans que les formules cessent d'avoir une signification. De là une conception philosophique clairement exprimée par Descartes, que Leibnitz n'a point négligée et qu'en dernier lieu M. Poinsot a reproduite avec des développements très dignes de fixer l'attention des géomètres, conception d'après laquelle les spéculations mathématiques auraient pour caractère commun et essentiel de se rattacher à deux idées ou catégories fondamentales : l'idée d'ORDRE, sous laquelle on peut ranger, comme autant de variétés ou de modifications spécifiques, les idées de *situation*, de *configuration*, de *forme* et de *combinaison;* et l'idée de GRANDEUR, qui implique celles de *quantité*, de *proportion* et de *mesure*.

« Mais nous ne nous proposons pas de faire de telles excursions dans la région des abstractions de la métaphysique, et si loin du terrain des sciences positives. En nous tenant à la distinction posée par Descartes, nous devons fixer l'attention sur un fait très digne de remarque, à

savoir que, pour les applications aux phénomènes de la nature, les spéculations mathématiques dont l'importance est sans comparaison la plus grande sont certainement celles qui portent sur la proportion ou la mesure des grandeurs; de sorte que la plupart des autres spéculations de mathématiques pures (et notamment celles qui ont pour objet ces propriétés des nombres dont nous avons tant parlé) sont avec raison à ce point de vue réputées de pure curiosité, et ne cessent de paraître telles que lorsque, pouvant faire avancer la théorie de la mesure des grandeurs, elles sont ou promettent d'être médiatement utiles à l'interprétation des phénomènes naturels.

« Aussi, tandis que les philosophes, depuis Pythagore jusqu'à Kepler, avaient cherché vainement dans des idées d'ordre et d'harmonie, mystérieusement rattachées aux propriétés des nombres purs, l'explication des grands phénomènes cosmiques, la vraie physique a été fondée le jour où Galilée, rejetant des spéculations depuis si longtemps stériles, a conçu l'idée, non seulement d'interroger la nature par l'expérience, comme Bacon le proposait de son côté, mais de préciser la forme générale à donner aux expériences, en leur assignant pour objet immédiat la mesure de tout ce qui peut être mesurable dans les phénomènes naturels. Et pareille révolution a été faite en chimie un siècle et demi plus tard, lorsque Lavoisier s'est avisé de soumettre à la balance, c'est-à-dire à la mesure, des phénomènes dans lesquels on ne songeait généralement à étudier que ce par quoi ils se rattachent aux idées de combinaison et de forme. C'est cette même direction que l'on poursuit dans l'étude de phénomènes bien plus compliqués encore, quand on tâche de mesurer par la statistique tout ce qu'ils peuvent offrir de mesurable.

« Il faut reconnaître en même temps que dans les mathématiques, considérées comme un corps de doctrine abstraite, indépendamment de toute application aux lois des phénomènes physiques, les parties dont l'organisation logique a reçu le plus de perfection, celles qui ont été soumises aux méthodes les plus générales et les plus uniformes, et qui

finalement ont donné lieu à la construction d'une langue, réputée la plus parfaite de toutes, sont précisément celles qui concernent la grandeur ou la quantité; d'où il est résulté : 1° qu'on a imaginé, autant qu'on l'a pu, des méthodes pour ramener artificiellement à des problèmes qui portent directement sur l'ordre, la situation ou la forme, et notamment les problèmes de géométrie descriptive à des problèmes de géométrie dimensive; 2° qu'à défaut de telles méthodes les questions à résoudre ont exigé un surcroît de sagacité pour trouver la solution, ou pour démontrer simplement ce qui comportait en effet une démonstration simple, et ce qui n'avait été obtenu d'abord qu'à l'aide de considérations détournées. » — Cournot, *De l'origine...*

— « A quoi tient donc cette singulière prérogative des idées de nombre et de quantité? D'une part à ce que l'expression symbolique des nombres peut être systématisée de manière qu'avec un nombre limité de signes conventionnels (par exemple, dans notre numération écrite, avec dix caractères seulement) on ait la faculté d'exprimer tous les nombres possibles, et, par suite, toutes les grandeurs commensurables, avec celles qu'on aura prises pour unités; d'autre part, à ce que, bien qu'on ne puisse exprimer rigoureusement en nombres des grandeurs incommensurables, on a un procédé simple et régulier pour en donner une expression numérique aussi approchée que nos besoins le requièrent : d'où il suit que la continuité des grandeurs n'est pas un obstacle à ce qu'on les exprime toutes par des combinaisons de signes distincts en nombre limité, et à ce qu'on les soumette toutes par ce moyen aux opérations du calcul; l'erreur qui en résulte pouvant toujours être indéfiniment atténuée, ou n'ayant de limites que celles qu'apporte l'imperfection de nos sens à la rigoureuse détermination des données primordiales. La *métrologie* est la plus simple et la plus complète solution, mais seulement dans un cas singulier, d'un problème sur lequel n'a cessé de travailler l'esprit humain : exprimer des qualités ou des rapports à

variations continues, à l'aide de règles syntaxiques, applicables à un système de signes individuels ou discontinus, et en nombre nécessairement limité, en vertu de la convention qui les institue. Les trois grandes innovations qui ont successivement étendu, pour les modernes, le domaine du calcul, à savoir, le système de la numération décimale, la théorie des courbes de Descartes, et l'algorithme infinitésimal de Leibnitz, ne sont, au fond, que trois grands pas faits dans l'art d'appliquer des signes conventionnels à l'expression des rapports mathématiques régis par la la loi de continuité.

— « L'approximation méthodique et indéfinie du continu par le discontinu n'est pas seulement possible quand il s'agit proprement de rapports entre des grandeurs : elle s'adapte également bien aux rapports de situation et de configuration dans l'espace qui d'ailleurs jouissent de la propriété de pouvoir être implicitement définis au moyen de relations entre des grandeurs. Ainsi, que l'on ait ou non égard à la longueur d'une courbe et à l'étendue de la surface qu'elle circonscrit, on en déterminera, avec une approximation illimitée, l'allure, les inflexions, les sinuosités (en un mot, tous les accidents qui tiennent directement à la forme et non à la grandeur), si l'on a des procédés rigoureux pour déterminer autant de points de la courbe qu'il plait d'en choisir, et si ces points peuvent être indéfiniment rapprochés les uns des autres. A la vérité, lorsqu'on voudra relier par un trait continu ces points isolément déterminés, la main du dessinateur sera guidée par un sentiment de la continuité des formes, qui ne saurait se traduire en règles fixes, et qui ne comporte pas une analyse rigoureuse; ce sera une affaire d'art et non de méthode : mais, plus les points de repère seront rapprochés, plus on resserrera les limites d'écart entre les dessins divers que diverses mains traceraient, selon qu'elles sont plus fermes et plus habiles, ou qu'elles obéissent à une intelligence douée d'une perception plus nette et plus sûre de la continuité des formes.

« Chacun connaît le procédé pour copier un dessin ou une image à deux

dimensions, on en conservant ou on en changeant l'échelle. On décompose en carreaux correspondants la surface du modèle et celle qui doit recevoir la copie, et l'on copie carreau par carreau, de manière à resserrer les écarts possibles de la copie entre des limites d'autant plus rapprochées que les carreaux ont été plus multipliés, et à diminuer de plus en plus par cette méthode la part laissée à l'habileté et au goût de l'artiste, à la netteté de ses perceptions et à la sûreté de sa main. Les praticiens statuaires ont un procédé analogue pour reproduire méthodiquement et mécaniquement en quelque sorte, sur le marbre, le relief dont ils ont le modèle en terrre pétri de la main de l'artiste, en mettant, comme on dit, la figure *au point :* ce qui, bien entendu, ne dispense pas l'artiste de donner ensuite à son œuvre ces dernières touches savantes et à peine physiquement saisissables sur lesquelles la méthode n'a point de prise, et dont le génie seul a le secret.

« Au fond, et quelque bizarre que ce rapprochement puisse sembler au premier coup d'œil, c'est sur un artifice analogue que roule constamment l'administration de la justice et des affaires. Des règles sont établies, des cadres sont tracés pour restreindre entre des limites plus ou moins étroites l'appréciation consciencieuse d'un expert, d'un arbitre, d'un juré, d'un juge, d'un administrateur : appréciation rebelle à l'analyse et qui échappe par conséquent à un contrôle rigoureux. Mais, comme il ne s'agit plus ni de grandeur, ni d'étendue, ni, en un mot, de continuité quantitative, la nature des choses répugne à ce qu'on puisse organiser systématiquement un procédé de restriction progressive et indéfinie, et à ce qu'on puisse, à chaque pas fait dans un procédé de restriction systématique, se rendre un compte précis de l'approximation obtenue.

— « Il est évident que toute règle logique qui promet ou semble promettre en théorie une exactitude illimitée ne comporte qu'une exactitude bornée dans la pratique dès qu'elle exige pour être appliquée l'intervention de facultés ou l'emploi d'instruments auxquels ne compète

qu'une précision limitée. On peut se passer la fantaisie de pousser jusqu'à tel ordre de décimales que l'on veut le calcul du rapport de la diagonale d'un carré à son côté, ou celui du rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre. La règle pour ce calcul une fois trouvée, l'application en est, comme on dit, mécanique : ce qui ne signifie pas précisément qu'un automate pourrait la faire, mais ce qui exprime plutôt que, la règle prescrivant une succession d'actes parfaitement distincts et déterminés, les agents qui l'exécutent peuvent se contrôler les uns les autres, de manière à donner la quasi-certitude de la justesse du résultat. Maintenant s'il s'agit, en vertu de cette règle, d'exprimer numériquement la longueur de la diagonale d'un carré dont on a mesuré le côté, comme la précision de la mesure est nécessairement bornée, puisqu'il y a nécessairement des bornes au perfectionnement des sens et des instruments mis en œuvre, il serait chimérique d'outrepasser, dans l'application du calcul ou de la règle logique, la limite de précision imposée à l'opération de la mesure. Si l'on ne peut répondre d'un décimètre sur la mesure de la longueur du côté, il serait déraisonnable de pousser le calcul de la diagonale jusqu'aux millimètres ou aux fractions de millimètre ; et le défaut de précision des données, quand on arrive aux fractions de cet ordre, ôterait toute signification à la précision du calcul. Cette remarque doit paraître bien simple, et pourtant elle a été bien fréquemment perdue de vue dans les applications du calcul aux sciences physiques : sans égard à toutes les circonstances qui devaient influer sur la limite de précision des observations et des mesures souvent très compliquées, on a affecté dans les calculs ou dans certains détails d'expériences une précision illusoire, dont l'inconvénient n'est pas tant d'entraîner des soins et des travaux inutiles, que de donner à l'esprit une fausse idée du résultat obtenu.

« Une illusion du même genre, beaucoup plus difficile à démêler et à détruire, peut nous tromper sur la portée et sur les résultats de ces règles administratives et judiciaires, par lesquelles on s'est proposé, non

sans de bons motifs, de limiter l'usage discrétionnaire de certains pouvoirs, la latitude arbitraire de certaines appréciations. Pour que la raison fût pleinement satisfaite d'un système de pareilles règles, il faudrait que l'arbitraire, repoussé par une porte (si l'on veut nous passer cette image triviale), ne rentrât point par l'autre; qu'en imposant d'une part des règles de procédure ou de comptabilité minutieuse, on ne laissât pas, d'autre part, au juge, dans l'appréciation de certains faits, au comptable dans la gestion de certaines affaires, une latitude qui détruit les garanties achetées par l'accomplissement de formalités gênantes et dispendieuses. En un mot, il faut se prémunir contre l'abus du formalisme en affaires, aussi bien et par la même raison qu'il faut se prémunir contre l'abus du calcul en physique : parce qu'il y a des limites à la précision possible; parce que, dès qu'il s'agit de déterminations pratiques ou expérimentales, la règle ne serait qu'une forme vide, une lettre morte, sans l'intervention de forces émanées du principe de la vie, dont le développement continu se soustrait à la mesure, à la règle et au contrôle.

— « Si les géomètres ont pour artifice habituel de supposer d'abord une discontinuité fictive là où il y a réellement continuité, une fois que cet artifice les a mis en possession de règles pour mesurer le continu, ils ont assez fréquemment recours à l'artifice inverse, qui est de supposer, pour l'abréviation et la commodité des calculs, une continuité fictive là où il y a réellement discontinuité. Ils n'obtiennent ainsi qu'une approximation des vrais résultats, mais ils s'arrangent pour que l'approximation soit suffisante : tandis que le calcul rigoureux, quoique théoriquement possible, serait de fait impraticable, à cause de l'excessive longueur des opérations qu'il exigerait. Cet artifice des géomètres, utile surtout dans le calcul des chances et des probabilités mathématiques, ressemble au fond à ce qui se pratique tous les jours dans les circonstances les plus vulgaires. C'est ainsi qu'au lieu de compter des graines on les mesure; le rapport des volumes,

si les graines sont de même espèce, ne devant pas différer sensiblement du rapport entre les deux grands nombres qui exprimeraient (si l'on avait la patience de les compter) combien il y a de graines dans les volumes mesurés. C'est encore ainsi que, dans les banques, on pèse les sacs au lieu de compter les écus, quoique la valeur des écus, tant qu'ils ont cours de monnaie, se compte légalement à la pièce et ne se mesure pas au poids, ou soit indépendante des variations de poids d'une pièce à l'autre, pourvu que ces variations, continues de leur nature, ne dépassent pas les limites fixées par la loi.

« En général, si l'esprit humain est tenu, par son organisation et par la forme des instruments qu'il emploie, de substituer habituellement à la continuité inhérente aux choses une discontinuité artificielle, et en conséquence de marquer des degrés, de briser des lignes, de tracer des compartiments d'après des règles artificielles et jusqu'à un certain point arbitraires, il y a lieu aussi de pratiquer l'artifice inverse, d'opérer sur le discontinu comme il opérerait sur le continu, en s'affranchissant des procédés systématiques et rigoureux dont l'application serait impossible, à cause du temps et du travail qu'elle exigerait. Ainsi, bien qu'on ait des procédés rigoureux pour mettre en perspective un objet susceptible d'être géométriquement défini dans toutes ses parties, comme une machine, une décoration architecturale, le dessinateur, le peintre, le décorateur de théâtre n'appliqueront ces procédés longs et pénibles qu'à quelques points principaux qui leur serviront de repères, et ils se fieront pour le reste à leur dextérité d'artiste. Ainsi, dans les jeux de société, on se détermine à chaque instant d'après des chances dont l'évaluation rigoureuse, sans être théoriquement impossible, serait de fait impraticable, à cause des immenses calculs qu'elle entraînerait, ou bien d'après des chances dont l'évaluation, sans exiger beaucoup de temps, en demanderait encore plus que les habitudes de la société et les usages du jeu ne permettent d'en accorder. Il faut alors que l'appréciation des chances se fasse instinctivement, spontanément, par une sorte de sens dont la

finesse, provenant de l'aptitude naturelle ou de l'exercice, constitue ce que l'on nomme l'esprit du jeu, le tact, le coup-d'œil du joueur : et ceci ne s'applique pas seulement au jeu, mais au négoce, à la tactique guerrière, et à une foule d'autres affaires où l'homme a besoin d'être éclairé par une inspiration soudaine, dans les choses mêmes qui ne seraient pas absolument rebelles de leur nature à une analyse exacte et à des raisonnements rigoureux. » — COURNOT, *Essai...*, t. I (200) à (204).

— « Les idées de grandeur et de mesure sont si simples, elles donnent lieu à des constructions scientifiques si régulières, qu'elles semblent dominer les mathématiques tout entières, et que l'on définit vulgairement les mathématiques, la science ou les sciences qui ont pour objet la mesure des grandeurs. Il s'en faut cependant bien que cette définition soit exacte. L'Arithmétique supérieure, celle qui étudie les propriétés des nombres en eux-mêmes, n'a rien ou presque rien de commun avec l'idée de grandeur ou de quantité. Les figures de géométrie offrent de même une foule de propriétés qui tiennent à la situation et à l'ordre, et dont on pourrait faire un corps de doctrine, lors même que l'on n'aurait aucune idée de l'application des nombres à la mesure des grandeurs géométriques.

« La théorie des nombres, la théorie des figures géométriques, la théorie des grandeurs forment trois corps de doctrine qui ont entre eux des rapports multipliés, qui s'appliquent mutuellement l'un à l'autre, mais qui procèdent chacun d'idées fondamentales distinctes, quoique étroitement liées.

« La théorie des grandeurs est celle des trois qui comporte le développement le plus régulier, le plus uniforme, le plus méthodique (1) et,

(1) « En veut-on un exemple des plus simples? La division, au point de vue de l'arithmétique pure, de la théorie des nombres, est une opération qui réussit ou ne réussit pas, accidentellement en quelque sorte, ou plutôt d'après des lois cachées et singulières, que nous avons grand'peine à découvrir et plus de peine encore à systématiser. Au point de vue de la théorie des grandeurs, la division réussit toujours et tout probleme ramené à une division est un problème censé résolu. »

en conséquence, la plupart des géomètres ont employé leurs efforts à assujettir les deux autres théories à celle-ci, à démontrer, et à trouver, par l'emploi régulier et systématique de grandeurs auxiliaires, ce qui pourrait à la rigueur se concevoir, se démontrer et se trouver, indépendamment de la notion de grandeur et de mesure. Pour ce qui est enfin de l'utilité des mathématiques et de leur application, soit à la philosophie naturelle, soit à la pratique des arts, on vient de voir qu'elles sont entièrement dues à la puissance du calcul, en tant qu'il s'applique aux grandeurs mesurables, et en ce sens au moins, la définition qu'on donne communément des mathématiques se trouve pleinement justifiée. » — COURNOT, *Traité...*, t. I, p. 25.

SUR LA MÉTHODE MATHÉMATIQUE

— « Quand on se livre à l'étude des mathématiques et qu'on a déjà poussé cette étude assez loin pour entrevoir l'étendue de la science, la complète satisfaction de l'esprit exige que l'on revienne sur ses pas, que l'on redescende jusqu'aux éléments pour en discuter la valeur et que l'on reprenne à un point de vue critique les raisonnements dont on a fait usage. Certes nous n'avons pas l'outrecuidance de croire ce résumé complet.... Nous espérons cependant n'avoir rien omis d'essentiel dans notre examen du mécanisme logique, mis en œuvre par les géomètres.

« Nous nous proposons d'étudier la méthode mathématique et notre but est triple : définir la nature du calcul, déterminer la fonction du calcul, analyser le mécanisme du calcul. On peut assimiler le calcul à un instrument; cela étant, nous allons successivement examiner la structure, l'usage et le fonctionnement de cet instrument.... La méthode que nous adopterons pour résoudre ce problème est une méthode d'observation; nous supposerons connue la science mathématique et nous chercherons à saisir sur des exemples convenablement choisis la nature des procédés dialectiques qui ont servi à la construire.

— « La science mathématique a pour objet l'étude des grandeurs mesurables. Il existe des grandeurs d'une autre catégorie : l'intensité d'une sensation d'odeur, par exemple. Ces grandeurs-là, qui ne sont point susceptibles, au moins actuellement, d'être exprimées en nombre, n'appartiennent pas encore au domaine mathématique, parce qu'en pareil cas l'application du calcul se réduirait à un pur jeu de formules dont on ne pourrait donner aucune interprétation précise.....

« Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une grandeur de même espèce et la construire mentalement à l'aide de cette dernière. Le terme fixe de cette comparaison se nomme un nombre. On peut dire qu'un nombre est une sorte de formule, un résumé d'opérations : c'est l'expression de la construction d'une grandeur au moyen de son unité. Cela étant, nous appellerons quantité toute grandeur mesurable. Nous pouvons dire alors que l'objet mathématique, c'est la quantité et cela nous conduit à essayer de préciser et d'éclaircir cette idée de quantité afin d'arriver par approximations successives à une exacte définition de la science mathématique. Toute la portion vague et insaisissable du concept de grandeur se trouve éliminée par l'adjonction du concept de mesure qui détermine nettement un caractère auquel on reconnaîtra ce qui est quantité.....

« Nous percevons quatre espèces de quantités : la pluralité, l'étendue, la durée, l'intensité;..... ces notions sont dégagées par abstraction des données primitives et par un second degré d'abstraction réductible à une même forme : le nombre entier. En effet, considérons d'abord des quantités intensives : poids, température. La balance substitue à l'action d'un poids le parcours d'une longueur ; le thermomètre fait correspondre aux variations de température des variations de niveau. D'une façon générale les instruments de mesure sont destinés à transformer les quantités les unes dans les autres pour arriver finalement, par l'intermédiaire du mouvement, à les traduire en étendue... Donc les quantités intensives, en tant que formes de la raison pure, ne diffèrent pas

réellement de la quantité extensive. Considérons alors celle-ci : c'est une étendue ou une durée. L'étendue et la durée, en tant que formes de la perception prise, au point de vue purement logique, sont homogènes et continues ; d'où il suit que, en tant que formes de la raison, elles sont résolubles en pluralités. Parce qu'elles sont homogènes, on peut les partager en morceaux identiques entre eux ; parce qu'elles sont continues, on peut nettement juxtaposer les morceaux quel que soit le mode de partage adopté. Alors soit une étendue ou une durée; parce que cette quantité est homogène et continue, on peut la décomposer en une somme de parties identiques et rigoureusement juxtaposées, c'est-à-dire la résoudre en pluralité... Par conséquent, toute quantité, en tant que forme de la raison pure, est résoluble en pluralité. En d'autres termes, l'action de l'intelligence sur la perception primitive l'a transformée en perception de pluralité. Or, dans une telle perception considérée seulement au point de vue quantitatif, le contenu ou matière ne joue plus aucun rôle logique ; on peut donc le supprimer par abstraction, et la perception de pluralité, en passant ainsi dans le domaine de la raison pure, devient le concept de nombre entier.....

« Il n'a été question jusqu'ici que des quantités intensives ou extensives simples. Il reste donc à parler brièvement des quantités intensives ou extensives complexes. Celles-là sont résolubles en pluralités simples ; celles-ci sont résolubles en complexes de pluralités. En d'autres termes, celles-ci s'expriment par un complexe de plusieurs nombres considérés simultanément, c'est-à-dire par un groupe de nombres différenciés les uns des autres et rangés dans un ordre déterminé. Voici des exemples. La notion de vitesse implique la notion d'un chemin parcouru et la notion du temps employé à le parcourir ; la vitesse est donc une quantité qui, en tant que forme de la perception, se présente à nous comme un rapport et qui, en tant que forme de la raison pure, est résoluble en un complexe de deux pluralités; au point de vue qui nous occupe, elle s'exprime, non par un seul nombre, mais par un complexe de deux nombres. Le même

fait se présente en ce qui concerne la hauteur d'un son ; cette hauteur est d'abord perçue par nous comme une quantité intensive d'une sorte particulière ; elle apparaît ensuite à notre raison comme le rapport d'un nombre de vibrations exécutées au temps employé à les produire et s'exprime donc par un complexe de deux nombres dont chacun représente un des éléments de la quantité étudiée.

« ..... A notre affirmation, on opposera sans doute l'exemple de certaines grandeurs, comme les grandeurs photométriques — éclat d'une source lumineuse, éclairement d'une surface opaque, — qui sont aujourd'hui mesurées et nombrées sans être dénombrées et résolues en pluralités. Nous ferons remarquer que cette prétendue mesure n'est qu'un repérage grossier, un classement approximatif qui permet d'apprécier jusqu'à un certain degré — 1/64 environ — l'égalité ou l'inégalité de deux de ces grandeurs, mais qui ne donne aucun moyen de suivre le développement continu des grandeurs en question, en sorte que l'on ne peut voir là rien autre chose qu'un pis-aller provisoire en attendant les progrès futurs de la science. L'intensité d'une couleur, sa tonalité, son degré de saturation ou, en d'autres termes, sa pureté sont actuellement pour nous des grandeurs sensibles, c'est-à-dire, des formes de la perception; ce ne sont pas encore des grandeurs intellectuelles, c'est-à-dire des formes de la raison. Mais ces éléments cesseront d'être logiquement insaisissables quand on saura en construire une représentation extériorisable et impersonnelle, c'est-à-dire quand on saura substituer à ces complexes confus de matière et de forme des formes pures équivalentes fabriquées à l'aide des seules données primitives de la conscience. — On dit qu'une chose en représente une autre, quand il existe entre ces deux choses une correspondance telle que tout changement dans l'une entraîne un changement dans l'autre et qu'il suffise par conséquent d'agir sur l'une pour agir par contre-coup sur l'autre. Deux choses ainsi liées sont logiquement substituables l'une à l'autre et la connaissance de l'une permet d'obtenir par simple traduction la connaissance de l'autre.

« En résumé, au point de vue de la raison pure, il n'y a qu'une forme quantitative : le nombre entier. Pour découvrir ce qui constitue, rationnellement parlant, la quantité, il suffit donc de considérer le nombre entier. »

. . . . . .

— « La valeur de l'analyse est la valeur même de l'esprit humain, puisqu'elle en vient tout entière au point de n'en être en quelque sorte qu'une extériorisation et qu'elle est construite uniquement à l'aide de la loi fondamentale de la raison. L'analyse mérite donc une confiance absolue, au seul sens raisonnable que l'on puisse *a priori* attribuer à ce mot. Mais aussi sa portée n'est que celle de l'esprit humain. « Le calcul, disait Poinsot, est un instrument d'analyse qui ne produit rien par lui-même. » Cela est vrai de tout calcul, qu'il soit fait ou non avec le secours de la notation algébrique, c'est-à-dire de toute évolution d'idées qui n'est conduite que par le principe d'identité. Un tel mode de raisonnement ne vaut que par les données qui lui servent de point de départ et de matière. Si donc on le fait fonctionner à vide comme en analyse pure, il est clair qu'il n'engendrera que des conclusions vides aussi. Dans ce cas, toute série de comparaisons ou de transformations tend à mettre en évidence un certain rapport entre deux systèmes de grandeurs ; mais ce rapport est établi dans l'abstrait pur, indépendamment des choses réelles dont il peut exprimer les relations, en sorte que c'est une forme vide qui reste sans signification et sans intérêt tant que l'expérience n'est pas intervenue pour le remplir d'une matière déterminée. Par conséquent les mathématiques, à ne considérer que leurs parties théoriques dégagées des applications dont elles sont susceptibles, constituent moins une science qu'une méthode, et c'est à juste titre que Leibnitz les appelait : « une extension ou promotion particulière de la logique générale. » Quelques remarques suffisent pour démontrer cette proposition :

« 1° L'objet mathématique, c'est la quantité. Or une quantité peut être représentée, soit par la notation arithmétique, c'est-à-dire par la nota-

tion-chiffre, soit par la notation algébrique, c'est-à-dire par la notation-lettre. Dans le premier cas, la quantité est considérée abstraction faite de son espèce, mais non de sa valeur; dans le second cas, elle est considérée abstraction faite et de son espèce et de sa valeur, à l'état de pure essence que rien ne détermine ni ne limite. En tout cas, sa nature n'est jamais spécifiée, quand bien même sa valeur l'est. D'où il suit que les théorèmes auxquels son étude conduit ne peuvent par eux-mêmes avoir aucun sens concret.

« 2° Le caractère de parfaite abstraction des vérités mathématiques devient en quelque sorte palpable lorsque l'on pense au calcul des symboles opératoires où l'on représente par des lettres, non plus des quantités, mais de simples opérations.

. . . . . .

«.... Finalement l'esprit humain ne possède, au point de vue mathématique, qu'une seule donnée primitive, qu'une seule matière primordiale : l'unité. Sur cette matière il opère de diverses façons; il crée ainsi la série des concepts analytiques et, par identification de ces divers modes de construction, la série des vérités analytiques. Ainsi se trouve constituée l'analyse. L'unité fonctionne comme matière par rapport aux formes qu'on en dérive en travaillant sur elle et qui sont les différentes notions de l'analyse. Mais, en elle-même et par rapport aux choses, elle n'est aussi qu'une forme, un point de vue de l'esprit, quelque chose comme l'idée du moi extériorisée et vidée de son contenu.

. . . . . .

— « Cela posé, n'est-il pas possible de prolonger le développement de l'analyse en y faisant entrer progressivement toutes les grandeurs physiques? La science poursuit l'explication de l'univers et travaille à en construire une idée que nous puissions ensuite, par notre industrie, imposer comme une forme au monde. Le seul moyen d'atteindre complètement ce but semble être de donner une représentation analytique de l'ensemble des phénomènes. Comment procéder dans cette entreprise?

C'est ce que nous allons examiner. Nous abordons ainsi l'étude des mathématiques appliquées : géométrie, mécanique et physique.

« Occupons-nous d'abord de la géométrie et, pour commencer, posons nettement la question. Nous nous proposons d'étudier la géométrie comme nous avons étudié l'analyse : nous examinerons donc successivement l'objet de la géométrie et les diverses manières de l'envisager, la nature de la géométrie et sa portée logique, le caractère et la valeur des fondements de la géométrie. Gardons pour cette nouvelle recherche la méthode d'investigation qui nous a servi jusqu'ici : supposons la géométrie constituée et connue, et prenons-la comme une donnée que nous entreprenons d'analyser.

« Point n'est besoin sans doute de redire ici quelle est la véritable nature des idées fondamentales de temps, d'espace et de mouvement auxquelles on se heurte dès le début de l'application des mathématiques à l'analyse des phénomènes physiques. Il est bien facile de démontrer — et c'est un théorème désormais incontesté — que ces notions ne correspondent pas à des existences extérieures directement perçues. Ce ne sont pas des représentations, mais des conditions nécessaires de certaines représentations. D'une façon précise, ce sont des formes de notre perception.

« Cela posé, qu'est-ce que la géométrie ? On la définit souvent : la science de l'étendue. Cela n'est pas exact, la géométrie est seulement la science de l'étendue figurée en tant que figurée. Elle étudie, non pas l'étendue elle-même, mais ses lois de limitation : c'est proprement la science des phénomènes de l'étendue, la science des apparences sensibles sous lesquelles se manifeste à nous une des propriétés inconnues de la matière, en un mot la science des formes étendues.

« L'espace fonctionne seulement en géométrie comme milieu où l'on peut choisir des points et comme réceptacle de figures. Son intervention se réduit à constituer la possibilité des divers êtres géométriques : c'est une puissance indéterminée dont les figures étudiées sont des actes. Cette remarque nous conduit immédiatement à répondre à une objection

possible. Si la géométrie repose sur la notion d'espace, comment l'analyse d'une notion fort obscure et sur le contenu de laquelle personne n'est d'accord engendre-t-elle des propositions très claires qui appartiennent justement à la catégorie de celles qui sont les seules sur lesquelles tout le monde soit du même avis? Voici l'explication de ce fait étrange : les théorèmes géométriques ne supposent que l'existence de l'espace, et encore l'existence de l'espace dans la pensée, c'est-à-dire la connaissance de sa fonction logique, et restent vrais quelle que soit l'idée que l'on se fasse de son essence sur laquelle ils ne supposent rien que des lois peu nombreuses immédiatement aperçues par l'intuition. La même chose pourrait être répétée au sujet de la notion de mouvement. Nous parvenons donc à une première conclusion. Quelles formes peut-on découper dans cette matière amorphe qu'on nomme l'espace et quelles sont les lois constitutives de ces formes ? Tel est l'énoncé général du problème géométrique.

« L'objet géométrique, cette espèce de corps dépouillé de ses propriétés et réduit à sa figure dont parle Descartes, peut être envisagé à plusieurs points de vue différents.

« En géométrie pure, on procède par construction et comparaison de figures et la seule notation que l'on emploie est la notation graphique. On y raisonne, non pas sans doute sur les figures elles-mêmes, mais à l'aide de ces figures, qui ne jouent qu'un rôle de signes : « On fait de la géométrie avec de l'étendue comme on en fait avec de la craie, » dit M. Poincaré. C'est ce qui permet de comprendre pourquoi la géométrie est une science exacte, quoi qu'on ne réussisse jamais à dessiner la figure théorique que l'on considère : cela résulte immédiatement de ce que les images tracées sur le tableau ne servent qu'à soutenir l'attention et ne sont en réalité que des symboles suggestifs de fonctions logiques. Si ce fait est déjà clairement visible dans la géométrie des anciens où l'on n'étudie que les propriétés les plus simples des plus simples figures sans constituer aucune doctrine générale, il apparaît en pleine évidence dans la géomé-

trie moderne. Là en effet les théorèmes établis sont applicables, non à une figure déterminée, mais à une classe de figures, à une essence géométrique conçue indépendamment des formes sensibles qu'elle peut affecter et, par exemple, la représentation d'une conique n'a plus rien de commun avec l'apparence que présente une courbe de ce genre quand elle est réalisée sur le papier. Ce choix d'une notation graphique a l'avantage de forcer à faire à chaque instant appel à l'intuition, en sorte que, non content de démontrer les théorèmes on parvient encore à les faire voir. Mais ce beau résultat ne va pas sans inconvénient : si l'intuition est un guide entraînant, c'est quelquefois un guide dangereux. Une expérience directe permet en effet de se convaincre que le raisonnement géométrique mérite moins de confiance qu'on ne lui en accorde généralement et nécessite quelques précautions pour être employé légitimement... Contentons-nous actuellement d'avoir précisé le degré d'importance qu'il faut attribuer au dessin dans les spéculations géométriques et continuons notre revue des divers modes de la géométrie.

« La géométrie descriptive n'est pas une science distincte : ce n'est qu'une méthode, un art enseignant à figurer sur le plan les faits géométriques de l'espace. Concevons deux plans coordonnés; associons deux à deux les phénomènes géométriques de ces plans, en sorte que chaque phénomène s'accomplissant dans le premier plan soit lié à un phénomène s'accomplissant dans le second plan ; établissons une correspondance entre les complexes de faits géométriques plans ainsi accouplés et les faits géométriques de l'espace; de telle façon que les uns soient les signes des autres; nous construirons par cette convention un dictionnaire permettant de traduire la géométrie de l'espace en géométrie du plan, puisque l'une sera la représentation de l'autre, et nous aurons alors constitué la géométrie descriptive. Cette géométrie n'est donc pas autre chose qu'un langage, un système de notation comme l'algèbre. Le dessin est une langue très expressive. De là l'utilité de la géométrie descriptive et des divers procédés graphiques inventés pour la

représentation sensible des phénomènes et pour la résolution rapide des problèmes. De là aussi une justification de l'usage si fréquent des courbes figuratives dans toutes les branches des sciences appliquées : rien ne s'oppose à leur emploi dès qu'on ne les regarde plus que comme des résumés suggestifs de lois compliquées, c'est-à-dire comme des formules. Malheureusement le dessin est une langue peu précise, et c'est pourquoi le champ d'application de la méthode graphique est si restreint.

« Puisqu'une figure géométrique est seulement le symbole d'une fonction logique qui seule intervient d'une manière efficace dans le raisonnement, le rôle du graphique doit être tout accessoire en géométrie. Ne peut-on pas diminuer l'importance accordée à l'intuition par cet emploi du dessin comme système de notation? Sans doute il restera toujours des éléments irréductibles pour la définition desquels il faudra bien recourir à l'intuition ; les fonctions logiques primitives seront toujours simplement données par leur signe sensible, par leur notation graphique ; mais, à partir de ces matériaux premiers, il doit être possible de construire les êtres géométriques successifs sans nouvel emprunt à l'intuition.

« C'est en effet ce qu'a réalisé Descartes par la création de la géométrie analytique, que l'on peut appeler une narration algébrique des phénomènes géométriques. Il y a trois éléments géométriques fondamentaux : le point, la droite, le plan. Considérons comme exemple l'un d'eux : le point. Qu'est-ce que l'idée de point? C'est l'idée d'une forme étendue dénuée de dimensions. Il semble qu'il y ait là contradiction dans les termes mêmes. Pour détruire cette contradiction qu'on ne peut évidemment laisser subsister à l'origine d'une science, il faut considérer le point comme un minimum visible, dont nous puisons la notion dans l'observation des astres qui n'ont pas de diamètre apparent, si toutefois nous n'en avons pas l'intuition directe. Précisons. Soit une aire plane limitée par un contour variable. Supposons que ce contour se rétrécisse et vienne à s'évanouir en passant par une série quelconque de formes.

La limite de l'aire, c'est-à-dire l'état où elle sera quand ses différentes parties seront devenues indiscernables, constitue ce qu'on nomme un point : ce n'est donc qu'un minimun visible. La conception purement géométrique du point étant ainsi précisée, cherchons à extraire du groupe confus donné par l'intuition la fonction logique représentée par la notation graphique que nous venons d'établir. On sait comment on y parvient et que c'est par là que s'effectue la réduction de l'idée de situation à l'idée de nombre. La position d'un minimum visible est la seule propriété par laquelle ce minimum intervienne dans le raisonnement ; or cette position peut être fixée par deux nombres que l'on nomme ses coordonnées; donc un minimum visible peut être représenté, au sens précis donné antérieurement à ce mot, par un système de deux nombres. Effectuons alors un changement de notation et appelons point tout complexe de deux nombres différenciés. Nous avons ainsi construit le concept analytique qui forme la base de la géométrie cartésienne. Considérons maintenant un minimum visible mobile dans un plan suivant une certaine loi : il décrira ce qu'on nomme une courbe. Quelle sera la définition analytique de cet être nouveau ? Ce sera la relation permanente qui lie entre elles les coordonnées changeantes du point courant : l'idée de forme étendue se trouve ainsi ramenée à l'idée de fonction. Par un procédé tout semblable, on fait correspondre à toute opération graphique une opération analytique, de telle façon que la première ne soit qu'une image de la seconde ou, si l'on veut, quelque chose comme une métaphore dont l'interprétation analytique constitue le sens. Cela posé, dans la géométrie ainsi construite, on peut regarder les définitions initiales comme posées *a priori* et le dessin correspondant apparaît bien alors comme une notation graphique de la fonction logique sur laquelle seule porte la définition analytique; en définitive, à part quelques données qui ne sont définies que par leur apparence visible, tout ce qui suit n'est plus que déduction pure. La géométrie de Descartes doit donc être considérée comme un dictionnaire à double entrée permettant de

traduire la géométrie en analyse et réciproquement. Faciliter la résolution des problèmes trop complexes pour que l'intuition parvienne à les débrouiller, donner naissance à des énoncés généraux qui résument et coordonnent une multitude de faits épars, mettre en évidence par l'analogie des calculs la parenté de questions en apparence très dissemblables, fournir un principe de classification naturelle pour les courbes et les surfaces, procurer un moyen de suivre la déformation graduelle des formes étendues et la marche continue des phénomènes géométriques, donner une méthode générale pour obtenir la figuration concrète des faits analytiques : telle est la portée des inventions de Descartes.

« Le problème géométrique, vu du côté de l'intuition, consiste en ceci : construire une représentation rationnelle d'une certaine classe de phénomènes naturels, de ceux qui sont relatifs à la situation et à la configuration des corps. La géométrie est donc une branche de la physique. Les traditions antiques nous rapportent en effet que cette science a commencé par des études expérimentales sur l'arpentage et la mesure des terrains. D'ailleurs une critique déjà faite des idées géométriques fondamentales achève de justifier notre affirmation. Un point n'est qu'un minimum visible; une ligne n'est qu'un tube assez délié pour que les dimensions transversales en soient devenues imperceptibles; une surface n'est qu'une plaque dont l'épaisseur est tombée au-dessous des limites où elle serait discernable. Il est impossible de définir autrement ces êtres géométriques au point de vue intuitif sous peine de contradiction : les vérités géométriques ne sont donc que des vérités approchées comme les vérités physiques. L'apparence de rigueur qu'offre la géométrie vient simplement de ce que cette science, comme ont fait depuis la mécanique et la physique, a conquis ses principes et les a réduits au moindre nombre possible. En conséquence, si l'on prend la géométrie par son côté intuitif, elle n'est pas une science exacte : il est impossible de la réduire à l'analyse et par suite de déduire celle-là de celle-ci.

« Comment donc concilier ces deux propositions : la géométrie est un

chapitre de la physique, la géométrie est une science exacte ? Par la possibilité de traduire la géométrie en analyse. Il faut regarder la forme géométrique donnée parfois à un raisonnement comme ne faisant qu'exprimer un calcul ; c'est un système de notation qui peut être plus commode et plus élégant dans certains cas, mais dans ces cas, si la simplicité de la démonstration vient du langage géométrique employé, sa rigeur et sa précision ne viennent que de la traduction algébrique sous-entendue ; l'existence possible d'une géométrie exclusivement analytique fait l'exactitude réelle de la géométrie ordinaire. Cette manière de voir est pleinement confirmée par l'usage que fait la géométrie moderne des éléments imaginaires et des éléments rejetés à l'infini, éléments qui, au point de vue strictement géométrique, c'est-à-dire au point de vue des phénomènes de l'étendue, n'ont évidemment aucune réalité. Les figures ne jouent pas d'autre rôle dans les traités de géométrie que les dessins schématiques dans les traités d'histoire naturelle : elles représentent ; les appels à l'intuition ne sont que les substituts de calculs possibles et n'interviennent que par le raisonnement analytique dont ils sont une notation condensée : ils abrègent ; les apparences graphiques acceptées comme définitions initiales ne sont que des métaphores suggestives, dont le sens analytique est seul réellement actif dans la construction de la science : elles font voir. Voilà ce qui constitue, en dépit du manque de rigueur qui paraît inhérent à l'usage de l'intuition, la solidité inébranlable et l'exactitude absolue de la géométrie. En définitive, la géométrie n'est qu'un calcul masqué, la seule vraie géométrie est la géométrie de Descartes, et la géométrie ordinaire, si on ne la considère pas comme une simple traduction de cette géométrie abstraite, en est seulement une application à l'étude de quelques phénomènes physiques. Concluons donc et pour cela fixons notre attention sur la véritable géométrie qui est la géométrie-notation : l'algèbre sous-entendue en fait la valeur logique, le langage graphique adopté en fait la puissance explicative et la signification physique.

« Un raisonnement géométrique peut toujours être lu comme une page d'analyse écrite dans un langage particulier. Les lois intuitives de l'étendue ne sont alors que des manières de parler ; les aperceptions immédiates sur les propriétés de l'espace ne jouent qu'un rôle de formules et, par exemple, les noms géométriques, sous lesquels on désigne les contours imaginés par Cauchy pour figurer la marche d'une variable complexe ne retirent pas à ces derniers leur fonction naturelle de purs symboles. Voilà notre dernière conclusion. Cependant la géométrie cartésienne n'est pas seulement un système de calculs abstraits : c'est aussi une application de ces calculs à la théorie de la situation et de la configuration des corps. Distinguons bien ici. L'application consiste à trouver une interprétation des calculs : on veut leur attribuer un sens concret. On a appelé droite telle loi de correspondance entre deux séries continues de nombres, on a appelé sphère telle autre loi de correspondance entre trois séries continues de nombres et il s'agit de reconnaître que ces définitions abstraites conviennent à telles formes sensibles de l'étendue et peuvent servir à les représenter. Il ne s'agit là que d'effectuer une traduction : il ne saurait donc être question de rigueur, mais simplement de commodité. Descartes a, nous le savons, indiqué un moyen facile d'accomplir ce passage de l'idéal au réel : il découle de la correspondance intuitive qui existe entre un système de deux nombres et le minimum visible qu'on appelle point. De l'aperception de cette correspondance et de l'aperception de quelques autres semblables en petit nombre, il est aisé de déduire tout le reste du dictionnaire cherché. Cette remarque nous ramène encore au même résultat : la certitude des théorèmes est due à ce qu'on peut les regarder comme expression d'une identité analytique et leur sens concret résulte du langage spécial dans lequel on les formule.

— « L'étude critique de la géométrie se trouve ainsi achevée, au moins dans la mesure qui nous est utile. Que dire maintenant sur la mécanique cinématique ou dynamique — qui ne soit une répétition des

remarques précédentes ? Un point matériel n'est qu'un point géométrique auquel est attaché un coefficient numérique ; une force n'est que la notation d'un mouvement possible. Ces exemples, que l'on pourrait multiplier, montrent ceci : les concepts fondamentaux de la mécanique ne sont que des concepts analytiques auxquels des noms physiques, attribués par l'intuition, donnent une puissance de représentation et une fécondité d'explication qu'on ne leur soupçonnait pas. On verrait de même que les postulats mécaniques, tels que le postulat de l'inertie ou le postulat de l'égalité de l'action et de la réaction, sont identiques dans leur nature et dans leur fonction aux postulats géométriques.

« La géométrie et la mécanique sont des parties détachées de la physique plus avancées que les autres à vrai dire et devenues autonomes par suite de leurs progrès ; mais elles ne constituent encore que la préface de cette science vers laquelle est orienté tout le développement de l'analyse et qu'il nous faut donc étudier maintenant en elle-même. Pénétrer le mécanisme des phénomènes donnés par la nature jusqu'à pouvoir en reproduire à volonté l'évolution en soi, construire une idée des choses qui transforme les sensations venues de l'extérieur en conceptions purement rationnelles dont la pensée dispose à son gré, combiner dans ce dessein un équivalent mental de chacune de ces réalités confuses dont l'existence seule est d'abord vaguement perçue, prendre ainsi graduellement conscience de l'univers, tel est dans sa généralité le but poursuivi par le physicien. Comment ce but peut-il être atteint ? l'examen le plus superficiel indique *a priori* deux procédés possibles. Il y a d'abord la constatation directe, ce que Bacon appelait l'interrogation de la nature : c'est la méthode expérimentale, si heureusement employée en ce siècle et seule capable en effet de procurer une base solide aux tentatives d'explication. Il y a ensuite la prévision logique des faits à partir des données subjectives, la divination rationnelle des événements physiques et l'imposition des lois de l'esprit au monde : c'est une méthode moins sûre, mais bien séduisante et seule propre en toute rigueur à créer des for-

mules qui donnent de vraies réductions et non de simples résumés des observations..... L'expérience pure est impropre à nous contenter; réduite à ses seules ressources, elle ne conduirait jamais qu'à dresser une liste de faits catalogués; or un simple inventaire ne nous satisfait pas, parce qu'il ne nous permet pas de prévoir ni de reconstruire mentalement le développement de la série des choses; il faut donc tout au moins interpréter l'expérience, et une interprétation d'expériences n'est pas autre chose, à qui sait concevoir le calcul en dehors de la notation algébrique, qu'une construction de théorie; voilà pourquoi la physique expérimentale, malgré sa nécessité pour indiquer les principes les plus probables à la physique mathématique, est impuissante à résoudre le problème cosmique dont la recherche est l'objet de nos efforts..... Fournir à la raison une notion claire et distincte des faits, dégager de ce grand complexe perçu qu'on appelle l'univers les indications générales d'où l'esprit tirera ses hypothèses qui dirigeront sa marche déductive, tel est le rôle et telle est la fonction de l'expérience. Construire un système de notation analytique propre à représenter les phénomènes, à les classer par familles logiques, à les coordonner entre eux, à les distribuer en séries et à les réduire les uns aux autres, tel est le rôle et telle est la fonction de la théorie. C'est donc bien la physique mathématique qui donne, à proprement parler, la solution du problème que nous énoncions tout à l'heure. L'astronomie actuelle, pouvons-nous dire en manière de conclusion, par les développements merveilleux de la mécanique céleste qu'elle joint à ces étonnantes méthodes de calcul et d'observation grâce auxquelles on détermine les positions des astres et les lois de leurs mouvements, réalise l'idéal vers lequel doit s'orienter la physique : l'analyse y domine et l'expérience y est réduite à établir le point de départ des déductions ou bien à procurer les valeurs numériques de certaines constantes.

— « Nous venons d'étudier la méthode analytique dans ses applications à la science des nombres et à la science des quantités physiques.

Sa portée, on le sent bien, est beaucoup plus grande que son domaine actuel : c'est, en théorie du moins, une méthode absolument générale. Il est alors naturel de nous demander quel est au juste le champ d'application de cette méthode et voici donc un nouveau problème qui se pose logiquement à nous. Existe-t-il des cas où, la notation algébrique étant impropre, le mode de raisonnement qui l'accompagne puisse néanmoins servir encore? La notion d'unité n'est pas la seule intuition élémentaire, le seul atome de pensée susceptible d'être posé comme source d'une série déductive : en conséquence, il y a sans doute d'autres branches de l'analyse qui se développent à côté de celle dont l'objet est l'étude du nombre entier... » —E. Le Roy et G. Vincent, *Rev. de métaph. et de morale*, IIe année, 5 et 6.

— « Ce que les mathématiques ont de réellement applicable, dans l'ordre des choses humaines et terrestres, se réduit à si peu de chose qu'on en est effrayé. Avec la connaissance des quatre règles on peut être le plus habile banquier du monde, et encore éluderait-on le plus souvent la division proprement dite. Rien de plus simple et de plus palpable que les notions de géométrie sur lesquelles sont fondés l'arpentage, la levée des plans, la plupart des opérations usuelles. Les Chinois qui, s'il faut en croire leurs livres canoniques, ont débuté dans la civilisation par des travaux d'ingénieurs, et dont l'industrie s'est tant développée, n'ont jamais eu l'idée de la démonstration mathématique; et les constructeurs des cathédrales du moyen-âge connaissaient les procédés, mais nullement la théorie de la géométrie descriptive. Si l'on retranchait de l'enseignement mathématique de nos collèges tout ce qui ne sert qu'à dresser, élever et fortifier l'esprit, et qu'on y introduisît quelques notions de calcul infinitésimal, on aurait tout ce qui suffit, *à la rigueur*, pour les besoins du métier d'ingénieur, et ce qui suffit à plus forte raison pour

faire une reconnaissance d'état-major ou pour commander une batterie d'artillerie. » — COURNOT, *Des Inst.*, p. 447.

— « On peut comparer les mathématiques à un moulin d'un travail admirable, capable de moudre à tous les degrés de finesse ; mais cependant ce qu'on en tire dépend de ce qu'on y a mis, et comme le plus parfait moulin du monde ne peut donner de la farine de froment si on n'y met que des cosses de pois, de même des pages de formules ne tireront pas un résultat défini d'une donnée insuffisante. » — Th. HUXLEY, *les Sciences naturelles* (*sermons laïques*).

— Deux méthodes, l'une synthétique, l'autre analytique. « La première, qui a conservé le nom de géométrique, consiste à atteindre le but par des combinaisons d'idées concrètes, se traduisant par des transformations de figures; la seconde, la méthode algébrique, consiste à résoudre des équations.

« C'est à cette seconde méthode que pourrait s'appliquer, jusqu'à un certain point, l'observation du profane Jean-Jacques, que la géométrie analytique est un moulin dont il suffit de tourner la manivelle pour en voir sortir des solutions de problèmes. — Il serait à désirer que l'on eût, pour tous les genres de recherches, des moulins aussi utiles. Ce sont justement ces moulins que la Science cherche sous le nom de méthodes : plus ils peuvent moudre de solutions, et moins ils laissent à faire au meunier; plus ils sont parfaits, et plus ils attestent le mérite des ingénieurs. » — M. MARIE, *Hist. des sc. math.*, III, p. 5.

DEUXIÈME PARTIE

I

LA QUESTION DU DESSIN

DEUXIÈME PARTIE

I

LA QUESTION DU DESSIN

I. — « Savoir observer les formes, les couleurs, les apparences, les qualités et surtout les réalités de chaque chose est un talent, dont l'application est singulièrement utile dans la plupart des carrières.

« En vérité, je ne vois qu'un mathématicien pur qui puisse se dispenser de regarder, et encore il n'est pas toujours enfermé dans son cabinet ; il est homme et doit connaître mille choses étrangères à ses études. Bref la qualité de savoir observer est indispensable, pour ainsi dire, à tout le monde.

« Nous en sommes doués, dans notre enfance, à un degré remarquable. Que fait-on ensuite, et surtout que faisait-on presque toujours, dans l'enseignement primaire et secondaire, pour développer cette précieuse faculté ? A peu près rien. Que fait-on, au contraire, pour l'entraver, l'éteindre, la subordonner à d'autres facultés ? Énormément.

« Le dessin est tellement utile dans la plupart des professions et contribue si directement à développer l'esprit d'observation, qu'il ne faudrait pas craindre de lui consacrer du temps dans les écoles. Je crois seulement qu'il conviendrait de changer du tout au tout la manière ordinaire de l'enseigner.

« Le système, encore trop répandu, de faire copier des modèles et de faire répéter indéfiniment le tracé, pour assouplir les doigts, est peut-être nécessaire quand on veut préparer des dessinateurs de profession,

mais pour la masse des écoliers, qui n'est pas destinée à cette carrière, ce système a deux inconvénients : il est ennuyeux et ne développe ni l'intelligence ni la mémoire.

« L'ennui des leçons de dessin est chose connue. Plus les élèves ont les facultés intellectuelles développées, plus ces leçons leur répugnent. J'ai cru jadis que c'était la faute de certains professeurs, parmi lesquels je voyais pourtant des hommes d'esprit, mais il paraît qu'on fait la même réflexion un peu partout, même en Italie, où le sentiment de l'art est très répandu (1).

« Le moyen d'y parer serait, ce me semble, un changement complet de méthode. Je voudrais qu'on fît dessiner vite d'après nature, en choisissant pour modèles des objets simples, qui demandent cependant une appréciation des trois dimensions, par conséquent un peu de perspective. Je commencerais par faire dessiner à main levée, sur un tableau, quelques formes régulières, ensuite sur du papier des choses un peu moins simples. Les fleurs sont d'assez bons modèles, si on les choisit grandes et d'un aspect agréable. L'élève apprendrait par occasion le nom de la plante et ses caractères les plus apparents. Il sentirait peut-être la grâce naturelle des contours et l'harmonie des couleurs. Je parle ici par expérience. Les premières et les seules leçons de dessin qui m'aient intéressé et les seules qui m'aient servi à quelque chose, m'ont été données par un homme qui n'avait passé par aucune école et qui était devenu pourtant un habile dessinateur d'objets d'histoire naturelle. A sa première leçon, il mit devant moi une branche feuillée et fleurie, en me disant de la copier comme je voudrais. Je m'escrimai, je cherchai, je me demandai (ce qui ne m'était pas arrivé jusqu'alors dans mes leçons de dessin) pourquoi je ne réussissais pas. Provoquer la réflexion est bien plus utile que montrer. C'est surtout ce qui importe pour l'immense

(1) « Le marquis d'Azeglio a été, comme on sait, peintre de profession et passionné pour son art, avant de devenir un homme d'Etat. Voici comment il juge les leçons de dessin qu'on donnait dans son pays : « Quella solita lezione di designo, con la sua solita fricassea d'orecchie, di nasi, di bocche, ec., m'aveva infastidito come una trista pedanteria. » (*I miei ricordi*, ed. 4, vol. I, p. 195).

majorité des élèves, puisque la plupart ne doivent pas devenir des artistes.

« Je ferai une seule recommandation puisée dans la nature.

« Lorsqu'un enfant veut s'amuser, il crayonne à sa fantaisie, sans copier. Lorsqu'un écolier veut faire une caricature de son maître ou d'un camarade, il dessine presque toujours de souvenir. Donc il y a un charme à ne pas copier. On se plaît naturellement à reproduire les choses qu'on a vues et dont on a su conserver le souvenir. Ceci est une indication de la bonne méthode. Je voudrais qu'un professeur de dessin fît de temps en temps dessiner de souvenir. On montrerait aux élèves un rameau portant, par exemple, trois fleurs et un certain nombre de feuilles, ou bien un insecte remarquable, ou encore le modèle d'un monument peu compliqué. L'objet ayant été vu, on le cacherait, et chaque élève aurait à le dessiner de souvenir. L'attention et la mémoire seraient alors en jeu. L'art du dessin ne serait plus une routine, et l'on ne verrait pas des élèves, après avoir copié des centaines de nez, de bouches et de têtes, ne pas pouvoir dessiner à volonté une figure qui rit ou une figure qui pleure.

« De passif l'élève deviendrait actif, or, l'activité est ce qui développe les facultés. L'esprit d'observation y gagnerait. Dans les études subséquentes on aurait des élèves moins gauches, plus prompts à voir et à comparer. Le goût des sciences naturelles se répandrait davantage, et dans toutes les professions on aurait des hommes plus habitués à observer et plus en état de dessiner, ce qui certainement serait un progrès, indépendamment de celui des sciences et des arts.

«... Si ces progrès d'une nature élevée ne sont pas obtenus, on aura du moins ceux-ci : que les hommes connaîtront plus de faits, sauront mieux en chercher de nouveaux et profiteront mieux de leurs facultés physiques, en particulier de la vue.

«... Évidemment la déduction, qui repose sur l'enchaînement des faits, est plus difficile que l'observation pure et simple. Mais il y a quel-

que chose de plus difficile encore, c'est d'amener les enfants ou les adultes à chercher eux-mêmes, à observer volontairement et à réfléchir ou raisonner sur ce qu'ils voient. Il est utile, sans doute, qu'on enseigne, mais il l'est bien plus qu'on apprenne, et pour apprendre il faut de la curiosité, des efforts individuels, des recherches faites un peu au hasard, suivies de réflexions. C'est pour cela que l'enseignement, même avec de bonnes méthodes, ne produit jamais ce que les enthousiastes se flattent de le voir produire. — Alph. de Candolle, *Hist. des sciences et des savants*. Genève, 1885, pp. 1 à 10.

« Les dessins ont été le mode primitif et préhistorique de description. Ensuite l'invention de l'écriture a conduit à des rédactions, et c'est après de nombreux perfectionnements que celles-ci sont devenues de siècle en siècle plus importantes. Il y a une sorte d'antagonisme ou de rivalité entre ces deux manières de représenter les faits. Quand les descriptions écrites sont irrégulières, imparfaites ou incomplètes, ce qui était le cas pour les espèces avant le XVIII^e^ siècle, on se croit obligé de donner beaucoup de figures. Presque toutes les plantes connues du temps de Bauhin étaient figurées. Aujourd'hui la majorité des espèces décrites ne l'est pas. On se contente, sans trop de regrets, de descriptions bien faites, en bon ordre et développées...

« Tout le monde comprend l'avantage des figures pour indiquer nettement la forme et la position des objets, mais on ne tient pas assez compte de certains inconvénients qu'elles peuvent avoir. Généralement elles sont plus précises qu'il ne faudrait. Les contours vagues sont indiqués par une ligne trop distincte; les pubescences très légères sont supprimées totalement; les demi-adhérences sont données comme de véritables insertions, etc. Cela provient d'une disposition, fréquente chez les dessinateurs, de tracer des contours plus arrêtés qu'ils ne les voient (1). Une autre cause d'erreur est plus grave, parce qu'elle est à

(1) « Ce que je dis ne paraît pas d'accord avec la figure, mais la figure est très inexacte. Cette inexactitude fait bien comprendre comment on peut altérer les faits. Quand j'en vis le dessin, je

peu près inévitable : toute figure représente un cas particulier, tandis que les groupes de formes appelés genres, espèces ou organes, sont des moyennes, ayant des variations et des extrêmes qu'il ne faut pas négliger. Lorsqu'on juge d'un objet composé d'éléments au moyen d'une figure, on juge du tout d'après la partie. La comparaison de plusieurs planches d'une même espèce ou d'un même organe le fait sentir quelquefois d'une manière palpable, en montrant bien la diversité des cas particuliers.

« A vrai dire, les figures ont la valeur d'échantillons qui se conservent et que la plupart des botanistes peuvent regarder, mais qui n'offrent pas l'avantage de pouvoir être disséqués ou seulement retournés et examinés de toute manière. Leur utilité est d'autant plus grande qu'elles sont plus à la portée des hommes spéciaux. Cela dépend du prix, chose à laquelle auteurs, dessinateurs et libraires ne pensent point assez.

« Il y a trois catégories de figures :

« 1° Celles qui représentent les objets tels qu'on les voit; 2° les figures schématiques, c'est-à-dire qui « retracent le plan d'une chose, sans en retracer la forme » (Littré); 3° les figures emblématiques, destinées à représenter une idée, une opinion, par exemple les affinités de plusieurs groupes, ou la descendance présumée de formes.

« La première catégorie a le défaut d'indiquer un objet particulier pour un ensemble; les deux autres donnent une précision de lignes qui n'est pas de l'exactitude. Toutes cependant ont des avantages bien évidents. » — Alph. de Candolle, *La Phytographie*, ch. xxv. Paris, 1880.

fis remarquer au dessinateur qu'il avait donné aux courbes des rapports bien plus évidents avec les corps qu'elles enferment qu'ils ne le sont dans l'original ; il y fit sous mes yeux des corrections que je trouvai suffisantes. Mais plus tard, en voyant la figure sur l'épreuve imprimée, je reconnus que le graveur, dominé par la même supposition que le dessinateur, et croyant qu'il fallait montrer une relation, avait tracé ses lignes de manière à l'accuser encore plus nettement que n'avait fait le dessinateur avant les corrections. On voit que des représentations linéaires vagues, comme des représentations verbales vagues, sont susceptibles de prendre plus de précision quand elles sont répétées. L'hypothèse gauchit les perceptions aussi bien que les idées. » — Herbert Spencer, *Principes de Biologie*, II, p. 87. Paris, 1878.

II. — « Les enfants jugent très bien de la ressemblance et de la dissemblance de deux objets, par exemple de la ressemblance et de la dissemblance que présentent deux figures humaines. Ils en saisissent, avec un talent remarquable, les différences caractéristiques. Ils nomment avec une exactitude fort énergique ces différences qui, par leur singularité, constituent ce que nous appelons les défauts, les difformités de la physionomie, de la taille ou de la tournure.

« L'art du dessin, qui devrait faire partie de l'éducation chez tous les hommes qui veulent diriger des établissements d'industrie, s'acquiert en partie par l'agilité de la main ; il s'acquiert surtout par l'habitude donnée à l'œil de mesurer des étendues, et de juger si la copie conserve les proportions de l'objet représenté.

« A cet égard, on observe un progrès très remarquable dans le talent des élèves. Lorsqu'ils commencent à dessiner, leurs copies sont bien loin de reproduire l'original. Cependant, pour peu qu'il y ait au total quelque ressemblance, l'œil de l'élève, encore mal exercé à mesurer des étendues, regarde comme identiques les dimensions de la copie et du modèle. Au fur et à mesure qu'il s'applique, sa main se forme, son œil apprend à mieux mesurer, et la copie, par conséquent, ressemble davantage à l'original. Alors, si l'élève regarde ses premiers dessins, il trouve, en les comparant avec l'original, des différences énormes et qui ne l'avaient point frappé, lorsque l'instrument de sa vue était plus imparfait. En apercevant ainsi des défauts qu'il était naguère hors d'état de découvrir, il reconnaît que ses sens sont devenus de meilleurs instruments de mesure, et qu'ils ont acquis une supériorité nouvelle ; il juge de ses progrès, et ce plaisir redouble son zèle pour le travail.

« Si l'élève ne fait pas de lui-même ces rapprochements, le maître doit l'aider à les faire, et lui montrer, par les progrès déjà produits, ceux qu'il est raisonnable d'espérer ; c'est le moyen de donner aux jeunes gens l'amour du travail.

« On voit au contraire des maîtres absurdes qui, pour montrer leur

supériorité, regardent toujours en pitié les ébauches de leurs écoliers, et n'y trouvent que des défauts. Je voudrais qu'on suivît une voie tout opposée. Il ne faudrait jamais faire un seul reproche aux jeunes gens sur leurs premiers essais. Ces essais ne peuvent être, par eux-mêmes, ni louables, ni blâmables ; ils sont, si je puis parler ainsi, *un fait*, qui constate le degré d'avancement qu'ont acquis et l'organe de la vue et l'agilité de la main d'un élève, au moment où cet élève est admis à l'école.

« A mesure que le disciple avance, je voudrais qu'on lui fît apercevoir avec soin, ce qu'il acquiert, et qu'on lui montrât, par degrés, ce qu'il doit encore acquérir, afin de l'exciter sans cesse et de ne l'effrayer jamais.

« Ce que je dis au sujet du dessin, je le dirais avec autant de raison de tous les autres genres d'études qui ont pour objet de perfectionner nos qualités physiques et avec elles nos qualités morales; *je le dis également du talent, si difficile et si rare, de bien former des apprentifs dans les diverses branches de l'industrie.*

« Il est un inconvénient grave en lui-même, mais qui, par bonheur, se rencontre assez peu fréquemment. Chez quelques personnes la vue se trouve beaucoup plus exercée que la main, quand elles commencent à dessiner. L'esprit alors ne juge que trop bien des distances, des formes et des contours; il les indique à la main qui pourtant ne peut encore les rendre qu'imparfaitement.

« Il en résulte que notre vue est choquée des défauts de notre propre ouvrage, et que le dégoût s'empare de nous. Je puis parler de cet inconvénient avec connaissance de cause ; car ayant toujours eu le coup d'œil moins inexact que la main, je n'ai jamais appris le dessin qu'avec découragement. C'est la seule étude qui m'ait fait éprouver plus de peine que de plaisir.

— « Suivons le sens de la vue, dans un progrès plus grand encore. Évaluons la dimension des objets, en les mesurant par la pensée, lorsqu'ils ne sont pas en présence l'un de l'autre.

« Au bout d'un temps assez peu considérable, on parvient à dessiner d'une manière ressemblante une tête qu'on a sous les yeux. Mais il faut des circonstances particulières, même à des hommes d'un rare talent, pour qu'ils puissent dessiner une tête qu'ils n'ont vue qu'une fois, sans avoir actuellement le modèle devant eux. Cependant, c'est encore un genre de talent qu'on peut acquérir. Un homme qui dessinerait la même tête, dix, quinze, vingt, trente fois de suite, finirait par en graver les traits dans imagination, et par être en état de les reproduire sans avoir cet objet en sa présence. L'artiste qui s'habituerait à dessiner ainsi de mémoire finirait à coup sûr par travailler dans ce genre avec quelque facilité.

« Il est certaines effigies qu'on retrouve en tous lieux et dans tous les instants : celle du souverain, par exemple. Elle est offerte au respect des peuples, dans tous les endroits publics; elle est reproduite sur toutes les monnaies nationales, qu'elle sert à distinguer des monnaies étrangères la gravure en est exposée chez tous les marchands d'estampes; les portraits en sont reproduits à toutes les expositions publiques; enfin, des statues, des bustes, des tableaux, placés dans les endroits destinés à des grandes assemblées, offrent au spectateur cette même effigie. Elle est donc empreinte par l'habitude dans toutes les imaginations; aussi la plupart des dessinateurs sont-ils en état de l'imiter, sans avoir jamais aperçu la figure même dont ils ont cependant une idée très nette. » — Ch. Dupin, *Géométrie et méchanique des arts et métiers et des beaux-arts.* — Paris, 1826, t. III, pp. 15 à 19.

III. — « Lorsqu'il y a neuf mois je me suis mis à l'enseignement du dessin, je n'avais pas encore alors de plan arrêté; je ne savais ni comment distribuer la matière de cet enseignement, ni comment guider les élèves. Je n'avais ni dessins ni modèles, seulement quelques albums illustrés dont je ne devais pas user d'ailleurs, me contentant des simples moyens auxiliaires qu'on peut toujours se procurer dans chaque école de village. Un tableau en bois peint, de la craie, des ardoises, des règles carrées,

de longueurs différentes, déjà employées pour l'étude des mathématiques, voilà tout notre matériel d'enseignement, ce qui, du reste, ne nous empêchait pas de copier tout ce qui nous tombait sous la main. Aucun des élèves n'avait encore appris à dessiner, ils ne m'apportaient que leur jugement, auquel on laissait la pleine liberté de se prononcer, comme et quand ils le voulaient, et qui devait, en me révélant leurs aspirations, me mettre à même de composer un plan précis d'étude.

« Pour commencer, je formai un carré de quatre règles, pour voir si les enfants seraient en état de copier ce carré sans préparation préalable. Quelques-uns seulement dessinèrent des carrés très irréguliers, reproduisant par des lignes droites les règles qui formaient le carré. Je ne fus pas satisfait. Pour les plus faibles, je traçai avec de la craie un carré au tableau. Puis nous composâmes de même une croix et nous la copiâmes.

« Un sentiment inconscient, inné, faisait trouver à la plupart des enfants un rapport assez juste entre les lignes, bien qu'ils dessinassent ces lignes assez mal. Et moi je ne croyais point nécessaire d'arriver à obtenir dans chaque copie la régularité des lignes droites, pour ne pas les tourmenter inutilement; je désirais seulement que la figure fût copiée. Je préférais leur montrer d'abord les rapports des lignes entre elles, d'après leur longueur et leur direction, plutôt que de les guider dans l'art de tracer ces lignes.

« L'enfant comprendra le rapport entre une ligne courte et une longue, la différence entre un angle droit et un angle obtus, avant d'apprendre lui-même à mener passablement une ligne droite.

« Peu à peu, dans les leçons suivantes, nous arrivions à reproduire les angles de ces règles carrées, et nous en composions ensuite les figures les plus variées. Les élèves négligeaient absolument l'épaisseur de ces règles, la troisième dimension, et nous ne dessinions jamais que la face antérieure des objets à copier.

« La difficulté de reproduire, avec notre matériel insuffisant, la position et les rapports de ces objets, m'obligeait parfois à dessiner les figu-

res au tableau. Souvent je combinais le dessin d'après nature avec le dessin d'après le modèle, en proposant un objet quelconque : si les enfants n'avaient pas pu copier l'objet donné, je le dessinais moi-même au tableau.

« Voici comment se faisait la copie des figures d'après le tableau. Je traçais d'abord une ligne horizontale ou verticale, je la divisais par des points en un certain nombre de parties : les élèves copiaient cette ligne. Ensuite je menais une ou plusieurs autres lignes perpendiculaires à la première ou inclinées suivant un certain angle, et je les divisais en parties égales. Ensuite nous joignions les points de division des différentes lignes par des lignes droites ou courbes et nous composions une figure symétrique, qui, à mesure qu'elle avançait, était copiée par les élèves.

« Je voyais à cela deux avantages. Le premier c'est que, de cette manière, les enfants étudient à l'aide de la simple vue tout le mécanisme de la formation de la figure. Secondement, la copie d'après le tableau développe en lui la notion du rapport des lignes bien mieux que la copie des dessins et des originaux. Ce système ôte tout moyen de copier dans les proportions réelles : la figure elle-même, comme l'objet naturel, doit être reproduit à une moindre échelle.

« Il est presque toujours inutile de proposer une figure ou un grand tableau entièrement dessinés, parce que l'élève commençant sera au bout de son latin devant ce tableau comme devant un objet naturel. Mais la construction même de la figure sous ses yeux a une grande importance. Il voit alors le squelette du dessin, sur lequel viendra ensuite s'appliquer le corps lui-même. Les élèves étaient toujours invités à faire la critique de mes lignes et de leurs rapports entre elles. J'affectais souvent de dessiner irrégulièrement, pour reconnaître à quel point se formait leur jugement sur la régularité des lignes et sur leurs rapports entre elles. Ensuite je demandais aux enfants, quand j'avais dessiné quelque figure, où il fallait, à leur sens, ajouter une ligne; même

j'obligeais l'un ou l'autre d'entre eux à inventer la composition de la figure.

« Je provoquais ainsi chez les enfants, non seulement un plus vif intérêt, mais leur libre coopération à la composition et au développement de la figure, ce qui empêchait la question « *pourquoi?* », question que l'enfant se pose toujours naturellement dans la copie de l'original.

« Je réglais la marche et la méthode de l'enseignement d'après le plus ou moins de compréhension, d'après le plus ou moins d'intérêt, et j'ai plus d'une fois laissé de côté telle leçon entièrement préparée uniquement parce qu'elle ennuyait ou déroutait les enfants.

« Je commençai par donner à copier des figures symétriques, leur formation étant plus aisée et plus apparente. Ensuite, à titre d'essai, je priai les meilleurs élèves d'imaginer eux-mêmes et de dessiner des figures au tableau. Bien que tous dessinassent des figures du même genre, il n'en était pas moins intéressant d'observer leur émulation, leurs jugements réciproques, la construction originale de leurs figures. Beaucoup de ces dessins correspondaient aux divers caractères des élèves.

« Chaque enfant sent en lui un instinct d'indépendance qu'il serait pernicieux d'étouffer dans n'importe quel enseignement, et qui, ici, se manifeste surtout par de l'irritation contre la copie des modèles. Par suite des procédés ci-dessus mentionnés, cet instinct non seulement ne s'étouffait pas, mais allait se développant et s'affermissant encore davantage.

« Si l'élève n'apprend pas dès l'école à créer de lui-même, il ne fera qu'imiter toujours dans la vie, copier puisque après avoir appris à copier, bien peu sont capables de faire une application personnelle de leurs connaissances.

« En observant toujours dans le dessin les formes naturelles, en donnant tour à tour les objets les plus variés, comme par exemple les feuilles d'un aspect caractéristique, les fleurs, la vaisselle, les choses usuelles, les outils, je tâchai d'éviter la routine et l'affectation.

« Avec les plus grandes précautions je me mis à expliquer les ombres, les demi-teintes, parce que le commençant altère facilement, par des lignes hachées, le caractère et la régularité de la figure et s'accoutume bien vite à barbouiller.

« Grâce à cette méthode, plus de trente élèves ont, en quelques mois, appris assez fondamentalement à saisir les rapports des lignes dans les figures et dans les objets les plus divers, et à reproduire ces figures au moyen de lignes nettes et précises.

« L'art tout mécanique du dessin linéaire se développe peu à peu comme de lui-même. Le plus difficile pour moi fut d'accoutumer les élèves à la propreté des cahiers et du dessin lui-même. La commodité d'effacer ce qui était tracé sur les ardoises me rendait sur ce point la tâche malaisée. En donnant des cahiers aux meilleurs élèves, aux mieux doués, je réussis à obtenir une plus grande propreté dans le dessin en lui-même; car la grande difficulté d'effacer les oblige à tâtonner moins, à moins salir ce sur quoi ils dessinent. Au bout d'une courte période, les meilleurs élèves étaient arrivés à un si juste, un si pur maniement du crayon, qu'ils pouvaient dessiner proprement et régulièrement non seulement les figures rectilignes, mais aussi les plus fantastiques, toutes en lignes courbes.

« J'obligeais quelques-uns des élèves à corriger les figures des autres quand ils avaient fini les leurs, — et cette attention de l'instituteur aiguillonna grandement les élèves, qui pouvaient de la sorte appliquer sur l'heure ce qu'ils venaient d'apprendre.

« Dans les derniers temps, je me suis occupé avec les aînés à dessiner les objets dans les positions, les perspectives les plus diverses, sans m'attacher exclusivement à la méthode si connue de Dupuis. » — Comte Léon Tolstoï, *l'École de Yasnaïa-Poliana*. Paris, 1888, pp. 300-309.

II

L'ENSEIGNEMENT DE L'ART. — LA DOCTRINE CLASSIQUE ET LA MÉTHODE OFFICIELLE

IV. — Dans la suite d'études « purement didactiques » réunies par M. E. Guillaume sous le titre d'*Essais sur la théorie du dessin et de quelques parties des arts*, et publiées en 1896, on lit dans l'avertissement :

« La réforme de l'enseignement du dessin accomplie en France, seulement depuis 1880, occupait depuis longtemps les esprits. On se souviendra peut-être que, dès 1865, les questions qui s'y rattachent étaient vivement soulevées et, au point de vue de la méthode à intervenir pour remédier à l'empirisme alors existant, aussitôt résolues. Une association privée, l'Union centrale des Beaux-Arts appliqués à l'Industrie (1), avait eu la pensée d'ouvrir, à ce sujet, une sorte d'enquête. Elle avait fait appel à tous les établissements publics et privés dans lesquels on enseignait à dessiner. Elle avait obtenu que les différentes institutions envoyassent les travaux exécutés par leurs élèves et elle en avait formé une exposition spéciale. M. Eugène Guillaume, chargé de faire un rapport sur cette exposition, publia en 1866 l'essai (2) qui figure en tête de ce volume (3). Il y résuma les idées que la réunion de tant d'ouvrages lui avaient suggérées, et sans s'attarder à une critique inutile il dégagea les conditions dans lesquelles le dessin devait être enseigné et il en formula la méthode. Cette méthode, de caractère général et rationnel,

(1) Aujourd'hui l'Union Centrale des Arts décoratifs.
(2) *Idée générale d'un enseignement élémentaire des Beaux-Arts appliqués à l'Industrie.*
(3) Sous ce titre : *Idée générale d'un enseignement du dessin.*

s'appuie sur la démonstration de deux faits importants : la nature exacte du dessin et l'unité de l'art.

« Ces idées, nouvelles alors, ont fait peu à peu leur chemin. Bien qu'elles aient été développées et précisées par l'auteur dans un grand nombre d'occasions, la substance en est tout entière dans la brochure de 1866. C'est une des œuvres de M. Eugène Guillaume, d'avoir à la fois éclairé ces questions et déterminé leurs conséquences pratiques; et on peut dire que l'honneur d'avoir remis le dessin dans sa voie lui appartient. Son travail, dont la première édition était depuis longtemps épuisée, n'avait jamais été réimprimé; on le demandait. Il a paru intéressant de le présenter de nouveau au public. En effet, les données essentielles du sujet, l'application des principes aux divers ordres de l'enseignement, les programmes mêmes qu'il importe de suivre, tout y est formulé. Depuis, la méthode a été adoptée par le Conseil de l'Instruction publique et elle est pratiquée partout. »

D'après cela, et considérant que cette méthode officielle est au fond la même que la pédagogie disciplinaire et scolastique du dix-neuvième siècle a instituée dans tous les pays d'Europe ou soumis à son influence, qu'en outre la doctrine de M. Guillaume représente assez exactement l'opinion moyenne de tous les esprits cultivés qui prennent parti dans « la question du dessin », nous ne saurions mieux faire, pour bien fixer l'état de la question, que de transcrire ici les passages les plus significatifs de ses deux écrits : *Idée générale d'un enseignement du dessin*, et *Théorie de l'enseignement élémentaire du dessin*.

§ 1er.— *Enseignement élémentaire*

« Le caractère de tout enseignement élémentaire est d'être fondé sur la raison, et par conséquent de s'adresser à tous sous la forme de principes à peu près absolus. L'art du dessin, qui sert à représenter un ordre de nos idées qui échappe à tout autre moyen d'expression, cet art qui est une langue, en un mot, ne peut, ni dans son principe ni dans

ses applications, s'affranchir de toute démonstration rationnelle, et il importe de dire en commençant que, comme les autres modes sensibles que la pensée humaine emploie pour se manifester, il est soumis à cette logique supérieure à l'homme lui-même, qui est à la fois pour lui l'art de penser et la règle de tout langage.

« Ainsi donc nous devrons présenter d'abord quelques notions exactes sur la nature du dessin en général, et nous essayerons ensuite d'exposer successivement, en nous appuyant sur l'observation et le bon sens, quels sont les principes qui régissent ses branches principales. Mais nous devons dire avant tout que le dessin doit être considéré au début bien plutôt comme un mode de représentation positive que comme un moyen d'exprimer les sentiments. Il faut le considérer surtout sous le rapport de la correction et de l'exactitude, l'envisager en un mot par son côté utile, qui consiste d'abord à bien copier. On exercera les yeux et la main des élèves, tandis que, par le choix des modèles, pris parmi les œuvres les plus admirables de l'antiquité et des temps modernes, on fera insensiblement l'éducation de leur goût ; on leur enseignera, en y insistant, l'usage des moyens de précision ; enfin on cultivera leur mémoire, afin de fortifier l'observation et de nourrir en eux, si elles existent, les facultés créatrices.

« En nous plaçant d'abord au point de vue donné, qui est celui de l'art appliqué à l'industrie, nous désirons sans doute, par le plan que nous formons, pourvoir aux besoins des branches les plus relevées comme les plus modestes de la production de notre pays. Mais le grand but que l'on doit se proposer d'atteindre par le premier enseignement du dessin, c'est de donner sur les arts des idées saines à toute la jeunesse française; c'est de chercher à lui faire connaître, à titre d'exemples, les ouvrages des grands maîtres et de préparer sur un fonds d'idées commun à toutes les classes l'épanouissement d'un goût public dans notre pays.

§ 2. — *Théorie de l'enseignement élémentaire du dessin* (1).

« On est toujours beaucoup trop disposé à croire que le dessin ne relève que du sentiment et que l'habileté à dessiner s'acquiert uniquement par des exercices empiriques. S'il en était ainsi, l'enseignement du dessin serait sans autorité parce qu'il ne reposerait sur aucune base rationnelle : il ne mériterait pas d'exister dans les établissements d'instruction publique. Rien en effet ne justifierait sa présence sur le programme des études. Dans ses leçons, le professeur pourrait donner des recettes, mais non s'appuyer sur des principes. Il y aurait pour le dessin des systèmes variables, il n'y aurait point de méthode et d'unité. Les principes positifs propres à assurer son point de départ et les moyens de vérification de nature à apprécier ses résultats feraient également défaut. Il resterait dans le domaine de l'à-peu-près : son exactitude ou son imperfection n'auraient d'autres juges que nos sensations. Le dessinateur n'arriverait jamais à la certitude.

« Au fond, il y a toujours sur ce sujet une grande confusion dans les idées. On ne s'entend même pas sur ce que c'est que le dessin. Bien des personnes pensent qu'il y en a de plusieurs sortes et qui sont comme étrangers les uns aux autres. Il semble que le dessin géométrique, dessin d'architecture, dessin d'ornement et dessin de figure soient autant de dessins. L'idée que ces différentes manières d'être d'un seul et même art, que ces modes, bien que divers, ont des principes communs et une seule et même essence, cette idée ne s'offre pas généralement à l'esprit. Dans le monde, on ne pense plus souvent au dessin que pour le considérer dans ses applications aux beaux-arts. On ne sait pas que c'est avant tout une science qui a sa méthode, dont les principes s'enchaînent rigoureusement et qui, dans ses applications variées, donne

(1) « Extrait du *Dictionnaire pédagogique* de M. F. Buisson. Les idées exposées dans cet article ont été adoptées, plus tard, par le conseil de l'Instruction publique, et elles ont servi de base à la réorganisation de l'enseignement du dessin dans les établissements universitaires, telle qu'elle a été accomplie en 1879-80. »

des résultats d'une incontestable certitude. Or aucune certitude ne doit être négligée et devenir vaine, et s'il existe véritablement un ensemble méthodique de règles au moyen desquelles on arrive à exécuter avec une entière sûreté tous les tracés possibles, il est évident que la connaissance et la pratique de ces règles doivent former la base de l'enseignement du dessin.

« Cet ensemble de moyens ayant le caractère absolu de l'exactitude nous est donné par la géométrie. En effet, si nous considérons le dessin en lui-même, nous voyons qu'il a pour objet de représenter les choses soit dans leur vérité, soit dans leur apparence. Dans le premier cas, l'opération consiste à donner la figure des objets, suivant leurs dimensions et avec leurs mesures, par des délinéations exécutées en vraie grandeur ou réduites proportionnellement. C'est le dessin qu'emploient les architectes et les ingénieurs pour leurs plans, élévations et coupes; celui dont ils font usage pour les tracés d'épures qui fournissent, avec la dernière rigueur, les développements de lignes qu'il serait impossible d'obtenir avec le dessin de sentiment. C'est, en un mot, celui qui est en usage dans toutes les professions ou métiers plastiques pour diriger le travail de l'ouvrier; il constitue le moyen graphique par lequel le maître de l'œuvre, quelle qu'elle soit, exprime ses conceptions, les transmet et les rend intelligibles à ceux qui sont chargés de les exécuter. Ce genre de dessin, qui est dit géométral, est l'écriture propre à toutes les professions qui s'exercent dans le monde de la forme. D'autre part, s'il s'agit de rendre l'apparence des choses et de les figurer telles qu'elles semblent être dans l'espace, la perspective intervient et permet d'obtenir des représentations avec une sûreté telle que la vraisemblance, qui est parfaite, devient une vérité mathématique. Si l'on ajoute à ce qui précède que la géométrie nous donne aussi les lois du tracé des ombres et qu'elle ajoute ainsi, au domaine de la forme dont elle nous rend maîtres, le domaine de l'effet, on voit que cette science contient et constitue le dessin tout entier.

« Entre l'art et la science, l'union ne saurait être plus intime. »

§ 3. — *Idées géométriques.*

« La géométrie, en nous enseignant que les surfaces et les solides sont bornés par des lignes, nous donne l'idée la plus claire et la plus complète du dessin, qui réside dans les contours. Les contours tracés sur une surface plane de manière à représenter les objets qui sont dans l'espace constituent le genre de dessin qui s'applique à la peinture. L'étude des contours, dont les rapports deviennent aussi nombreux et aussi variés qu'il y a de points de station autour d'un corps, c'est l'application du dessin à la statuaire et à la sculpture d'architecture et d'ornement. D'un autre côté, comme la géométrie nous fournit le moyen de déterminer avec la dernière rigueur, en les développant, des lignes qu'il serait impossible d'obtenir à l'aide du dessin ordinaire (service qu'elle rend à l'architecture et à la mécanique), on peut dire que cette science contient le principe exact de toutes les branches du dessin et affirme l'unité du dessin lui-même. Enfin, si l'on considère que la géométrie peut fournir le tracé des ombres que possèdent et que projettent des formes quelconques, lorsqu'elles sont éclairées sous un angle donné, on voit qu'elle embrasse encore le champ considérable de l'effet qui résulte du contraste de la lumière avec les ombres.

« De plus, nous voyons que non seulement elle reconnaît en principe la nécessité du contour, mais qu'elle en définit parfaitement la nature. La définition de la ligne qui, sans grosseur appréciable, n'est qu'une abstraction pour exprimer l'endroit où les surfaces et les solides expirent, cette définition mathématique nous donne la véritable manière d'entendre les contours. Du reste, tous les termes employés dans les arts pour exprimer les qualités essentielles des formes et leurs rapports sont empruntés aux sciences exactes. Par exemple, la proportion qui signifie l'harmonie des parties en vue de leurs fonctions ; la symétrie et

la similitude, qui sont dans les formes organiques les conditions de l'ordre et de l'unité dans la dualité; l'équilibre, qui rend ces formes stables; la pyramide et l'ellipse, qui sont les données générales qui se prêtent le mieux à servir d'enveloppe aux compositions: ces expressions, qui sont communes à l'art et à la science avec toute leur signification, sont si justes qu'on ne peut leur substituer aucun équivalent.

« Mais les mots ne fournissent qu'un ordre de preuves tiré de la force irrésistible avec laquelle la logique préside à la formation des langues. La géométrie n'existe dans le langage de l'art que parce qu'elle est dans l'essence des choses qui font son objet. On observe non seulement que la figure des corps célestes et de leurs systèmes, mais que la forme de plusieurs corps inorganiques et celle de tous les corps organisés attestent l'intervention suprême. La régularité apparaît dans la création comme la marque d'une intervention intelligente, comme une condition réfléchie de la vie. Or, si la géométrie préside à la conformation des êtres, si elle y intervient comme une cause et un signe expressif de leur perfection, elle existe aussi dans la constitution des esprits. Par la rigueur de sa méthode, par la nécessité où nous sommes de lier nos idées, de leur imposer des règles, des bornes et une mesure, par le besoin impérieux que nous éprouvons de former des plans réguliers et définis, la géométrie tient au plus intime de l'intelligence humaine, si avide dans ses conceptions d'un ordre formel et de la conséquence rigoureuse qui semble manquer aux événements. Comment donc n'aurait-elle pas sa place dans l'art, où l'homme, s'emparant de la nature, refait une autre nature selon les besoins de son esprit et à la mesure de sa raison?

« La régularité, bien qu'elle soit par elle-même dénuée d'expression, est néanmoins la condition indispensable de toute représentation artistique : elle pose des limites dans lesquelles les formes de l'art avec leur vive signification peuvent, comme les formes de la nature organisée, osciller à l'infini. Néanmoins, plus l'art s'élève, plus les conditions rigoureuses dont nous parlons sont voilées. A mesure que la personnalité

de l'artiste devient plus puissante, les idées exactes sur lesquelles nous insistons semblent perdre de leur caractère universel ; cependant elles ne cessent pas d'être nécessaires. Il faut donc en conclure que le caractère absolu des notions exactes dans l'art est la preuve qu'elles sont élémentaires et qu'elles doivent servir de base à tout l'enseignement du dessin.

« Ces vues ne seraient pas sans importance quand bien même elles ne seraient que de pures spéculations ; mais elles sont essentiellement pratiques, et leur justification se trouve aussi dans l'histoire. La science donne les procédés techniques de tous les arts : elle leur fournit à la fois les moyens initiaux et les moyens de vérification, et les vérités qu'elle enseigne étant d'un ordre universel, leurs applications seront profitables au plus grand nombre. Or l'enseignement du dessin tel que nous l'entendons doit être fait pour tous, pour les ouvriers aussi bien que pour les gens du monde, nos ouvriers peut-être n'en recevront jamais d'autre. Il doit, non susciter des hommes de génie, ce qui n'est le propre d'aucune éducation, mais produire des auxiliaires habiles, des praticiens capables et aussi de bons esprits. Faire commencer l'étude de l'art comme celle d'une profession exacte, c'est le meilleur moyen de régler les esprits. Si par là nous apaisons la crainte quelquefois manifestée de voir naître chez l'ouvrier les aspirations de l'artiste, nous combattons en même temps la vanité qui repousserait, comme mettant l'artiste au niveau de l'ouvrier, la connaissance préalable des moyens pratiques. Qu'on veuille bien y réfléchir : dans tout artiste habile il doit y avoir un praticien consommé ; à cette seule condition, l'artiste sera complet. Seuls ceux qui savent peuvent exprimer ; les savants sont les maîtres de la forme. C'est la possession d'une méthode mathématique et anatomique et la rigueur des moyens joints à une imagination puissante qui ont fait ces génies qu'au même titre que Pascal on peut appeler effrayants : Léonard et Michel-Ange, les plus grands artistes, les plus grands dessinateurs des temps modernes.

« Ainsi, en dernière analyse, dans la pratique comme dans la théorie, il faut reconnaître que la géométrie est la base du dessin : elle en constitue la science. »

§ 4. — *Dessin linéaire et géométrique.*

« Le dessin linéaire et géométrique est utilement enseigné aujourd'hui et son programme pratique peut être aussi bien fait que le sont en général tous les programmes scientifiques. Le tracé des lignes horizontales, perpendiculaires, parallèles et tangentes, le raccordement des lignes droites et des lignes courbes, la construction des figures géométriques, l'exécution à une échelle donnée d'un dessin quelconque comme simple élévation, les premiers éléments d'architecture ou plutôt de construction, l'exécution de petits modèles d'après des échelles déterminées, forment la base de cet enseignement. Familiarisés avec l'usage des échelles et la lecture des croquis cotés, les élèves abordent les projections. Les sujets, étudiés d'abord comme simple élévation, sont étudiés par eux à l'aide des projections, comme élévation de face et de côté, comme plan et comme coupe. Viennent ensuite les exercices sur les pénétrations, les intersections des corps, les développements des lignes, ainsi que sur le tracé des ombres propres et des ombres portées. Enfin l'étude de la perspective est présentée comme le résumé et la récapitulation de l'étude des projections.

« Tel est en substance le champ qu'embrasse l'enseignement du dessin linéaire et du dessin géométrique. Nous n'avons qu'un regret, c'est que cet enseignement soit généralement séparé du dessin d'art, et qu'au lieu d'en être considéré comme le fondement, il ne soit pas même envisagé comme en étant une branche parallèle..... A mesure que notre travail se développera, nous essayerons de montrer comment la partie exacte de tous les arts peut se ramener aux théories qu'implique ce genre de dessin. Mais son importance et sa priorité dans l'enseignement se trouvent de nouveau justifiées par ce fait capital qu'il s'ap-

plique d'une manière directe, essentielle et complète à l'architecture, qui, reposant sur des données mathématiques, représente dans le domaine des beaux-arts toute la part que la science peut y occuper. Par là se trouve affirmé le rang qui lui appartient comme résumant le dessin tout entier et embrassant tous les autres arts pour leur donner des règles et les appliquer. Depuis l'antiquité jusqu'au XVI[e] siècle, l'architecture a effectivement tenu la première place : l'architecte était le maître des œuvres. La renaissance ayant accepté de l'antiquité les formes d'une architecture complète, l'étude de la figure humaine, de son caractère et de son expression, devint l'objet de prédilection des artistes : c'est ainsi que, dans l'histoire des idées, l'esprit humain, après s'être appliqué aux objets extérieurs, finit par se replier sur lui-même. Tel fut le caractère philosophique de la Renaissance. En conséquence la peinture, à cause de ses qualités pathétiques expressives, prit le premier rang, et tous les arts, sous son influence, bien qu'avec des ressources inférieures, se mirent à poursuivre l'expression. L'ordre moral fut ainsi substitué dans leur classification à l'ordre logique. Le procédé d'analyse que nous employons nous a conduit à une modification logique, et nous aborderons directement l'architecture dès que nous aurons parlé de l'élément que les œuvres d'art doivent fournir à l'enseignement du dessin ; il faut nous arrêter à l'importante question du choix des modèles, et chercher pourquoi nous devons les demander à l'antiquité et aux grands maîtres. »

L'Essai sur la théorie du dessin comprend encore les articles suivants : « Dessin d'art et choix des modèles. — Architecture (1). — Sculp-

(1) Nous transcrivons ici de l'article consacré à l'architecture un passage très suggestif, mais aussi très significatif de l'esprit de domination absolue revendiqué par l'autorité académique et pédagogique sur toutes les formes de l'activité artistique d'une nation.

« Ces artistes (les architectes de la Renaissance) dont les monuments brillent par la pureté, la finesse, ne se donnent guère la peine de fixer préalablement avec le crayon ces qualités exquises ; leurs dessins sont sommaires, et ces maîtres se réservaient de diriger sur le chantier, dans une mesure et par des moyens qui nous échappent, l'exécution de leurs chefs-d'œuvre.

« Notre temps, dirigé par un goût extrême pour le caractère, a pourvu à tous nos besoins en comblant cette lacune. Nos différentes écoles d'architecture ont produit d'excellentes études de détail et de non moins bonnes restaurations; et si nous nous attachons à l'architecture antique,

ture. — Dessin de la figure. — Dessin de l'ornement. — Dessin de machines. — Dessin de mémoire et composition. — Résumé. — Lycées et collèges. — Écoles de dessin municipales ou libres, laïques ou religieuses. — Écoles professionnelles. — Écoles spéciales d'art appliqué. — Écoles des Beaux-Arts. — Conclusion. »

Cette conclusion, où M. Guillaume avec son intelligence abstraite et législative a condensé ses vues est une véritable profession de foi. Nous en transcrivons les lignes suivantes :

« Résumons rapidement ce travail dans ses vues pratiques et dans ses tendances. Le but que l'on doit se proposer, croyons-nous, c'est de faire dans l'art, et sur une base commune au moyen du dessin, la première éducation de l'homme du monde, de l'ouvrier et de l'artiste. Nous partons de cette idée que, l'art étant un, on n'est pas plus autorisé à mesurer les vrais principes en vue des professions et selon les conditions, qu'on ne le fait pour la grammaire, les sciences ou la morale. Nous soutenons cette opinion que, le sentiment de l'art peut être développé conformément à la raison et qu'il y a dans ces éléments plus de part à donner à la logique qu'au sentiment. Pratiquement, nous pensons qu'il est bon de le considérer par son côté exact et utile, de lier entre eux, d'une manière indissoluble, le dessin géométrique, le dessin d'art et le dessin de mémoire inséparablement unis dans l'idée générale du dessin lui-même et dans ses applications. Enfin, en considérant que les modèles doivent être aussi parfaits qu'il est possible nous demandons que l'on mette entre les mains des enfants les chefs-d'œuvre de l'art, comme on met entre leurs mains, pour d'autres études, les chefs-d'œuvre littéraires. Nous croyons devoir attirer l'attention de l'État sur ce point capital. Qu'on ne s'étonne point de cet appel. Parmi les idées qui répondent aux besoins fondamentaux de l'esprit humain, parmi les principes qui gouvernent son activité, après l'idée de l'utile et l'idée du juste,

les travaux des pensionnaires de l'Académie de France à Rome offrent un choix important de morceaux cotés et rendus. »

à côté de l'idée religieuse et de l'idée philosophique existe d'une manière indépendante : l'idée du beau. Le développement des aspirations qui naissent de ces sources premières se trouve au sein de toutes les sociétés, et l'idéal que l'on se fait d'une haute civilisation ne peut se passer d'un art dont le développement soit en harmonie avec la garantie des intérêts, l'éclat des sciences et des lettres, le respect des cultes, la perfection des institutions. Tout État soucieux de sa gloire doit étendre sa sollicitude sur ces causes et sur ces témoins de sa grandeur. Ce n'est point ici que nous viendrons jeter le dédain sur l'initiative privée et méconnaître les services qu'elle peut rendre à l'art. En ce qui concerne les applications de celui-ci, les associations sont seules capables de répondre aux conditions variées dans lesquelles s'exerce l'industrie ; seules elles assureront la satisfaction du premier de ses besoins, le besoin d'indépendance. Mais c'est le devoir de l'État de veiller à ce que l'art soit aussi l'un des instruments de l'élévation des esprits : il doit apparaître pour diriger de haut, pour fonder ou pour réparer. Qu'il intervienne donc dans l'enseignement du dessin comme il le fait dans tout enseignement, afin qu'il ne soit pas plus permis de faire copier à nos enfants des modèles qui n'auraient pas été jugés dignes d'être mis sous leurs yeux qu'il n'est loisible de leur donner l'éducation religieuse, de leur enseigner la grammaire ou l'histoire avec des livres non autorisés. »

En nous bornant à ces seuls extraits — tirés principalement de la brochure intitulée : *Idée générale d'un enseignement des beaux-arts appliqués à l'industrie*—, qui contiennent les bases essentielles du système pédagogique de M. Guillaume, nous ne saurions trop recommander l'étude plus complète des divers écrits qu'a publiés ce statuaire éminent, à la fois artiste et penseur, administrateur et moraliste, et à tous ces titres, le représentant le plus autorisé d'une tradition qui n'est pas sans gloire, la tradition académique. Dans l'œuvre didactique de M. Guillaume, né « sage, modéré, maître de ses mouvements et de sa langue, » comme le dit Saint-Simon de Louis XIV, on trouvera le résumé

positif et dogmatique le plus complet et le plus lumineux d'une doctrine, aujourd hui singulièrement déchue, mais qui, — protégée longtemps par l'absolutisme législatif hérité de la Rome impériale et du siècle de Louis XIV, de la Révolution et de l'Empire — prétend se survivre en devenant un instrument d'éducation.

— En 1802, sous le premier Empire, qui voulait plier toutes choses à la discipline, c'est-à-dire à la hiérarchie, à l'organisation administrative, l'autorité, avait posé ce principe lumineux : « l'enseignement du collège a essentiellement pour objet le latin et les mathématiques ». Si donc, pense M. Guillaume, au latin qui fait le fond essentiel des études littéraires, et aux mathématiques qui sont le nerf des études scientifiques, on adjoignait l'enseignement du dessin, qui ferait la base des études artistiques, on achèverait le cycle des études classiques et, par l'heureux mariage des lettres, des sciences et des arts, on compléterait le beau programme des « humanités ». — « Parmi les idées qui répondent aux besoins fondamentaux de l'esprit humain... existe d'une manière indépendante l'idée du beau » (p. 103). Or, écoutons là-dessus ce que dit Cournot, dans le discours si plein de choses, — et « en faisant la part de la rhétorique et des convenances officielles » si remarquablement empreint du plus pur esprit classique, — qu'il prononça le 14 novembre 1861 à la séance publique de rentrée des facultés de Dijon.

« Lorsque je débutais devant vous, il y a sept ans, dans ma carrière d'orateur (début trop tardif pour faire présager une course bien longue), il était de mode, dans les harangues universitaires, de célébrer l'heureux mariage des lettres et des sciences. Je n'ai point voulu alors traiter ce sujet, ni joindre mon épithalame à tant d'autres : car, je me sens peu de goût pour tout ce qui peut ressembler aux lieux communs et à l'éloquence de commande. Aujourd'hui que le sujet n'a plus, comme on dit, d'*actualité*, j'essayerai de le reprendre, et toutefois je n'en envisagerai qu'un côté : pour le traiter complètement et dignement, il faudrait

(ce qui n'est donné à personne) avoir connu et pratiqué au même degré les **sciences et les lettres** ; il faudrait les avoir aimées d'un égal amour ; puisque, si l'on en doit croire les théologiens et les philosophes, quand il s'agit de ces dons divins, connaître et aimer, c'est la même chose.

« Je me propose donc d'examiner « quelles sont les conditions du beau dans les sciences » ; et mon but est d'établir que les sciences comme les lettres tirent de la beauté qui leur est propre leur principal titre à influer sur l'éducation générale. Un Allemand dirait que l'*esthétique* donne la clef de la *pédagogique* : tâchons de parler français.

« Que les sciences, même les plus abstraites, aient un genre de beauté qui leur est propre, c'est ce qu'on ne pourrait nier, à moins d'être absolument étranger aux sciences, auquel cas la négation perdrait toute valeur. Lorsque les antiques écoles pythagoriciennes se livraient à l'étude des nombres et des figures et posaient ainsi les premières assises de l'édifice des sciences, elles étaient surtout attirées vers cette étude par le charme qu'elles trouvaient à saisir des rapports d'ordre, de proportion, d'harmonie qui leur semblaient être autant d'émanations d'une essence suprême, autant de manifestations du principe divin de toutes choses. Si, dans les transports de sa joie et de sa reconnaissance, Pythagore vota une hécatombe le jour où son bon génie lui montra la relation qui existe entre les trois côtés d'un triangle rectangle, il est à croire qu'il ne songeait guère au secours qu'un arpenteur en pourrait tirer, mais qu'il jugeait prophétiquement, d'après la beauté, c'est-à-dire la symétrie et l'élégante simplicité du théorème, qu'il était effectivement tombé sur le premier anneau d'une chaîne qui mènerait infailliblement ses successeurs à la découverte de vérités plus cachées.

« Supposez que notre compatriote Monge eût vécu du temps de cet ancien Grec, et qu'il lui eût expliqué ses procédés pour tracer sur une feuille de papyrus une épure à l'aide de laquelle, avec le compas et l'échelle, quelque architecte des temples d'Agrigente ou de Sybaris pourrait se rendre compte de tous les détails de ses constructions, pensez-

vous que le divin vieillard aurait éprouvé le même enthousiasme et renouvelé le sacrifice d'une hécatombe sanglante ou simulée? Pour mon compte, je ne le pense pas, et je crois au contraire qu'il aurait vu dans cet artifice ingénieux quelque chose de trop particulier à l'homme, à son industrie, aux instruments matériels dont il dispose, pour devenir le principe d'une interprétation de la nature et des lois qui la gouvernent. On a pu, sans inconvenance, nommer Dieu l'éternel géomètre, mais certes personne ne songerait à faire d'une épure de géométrie descriptive l'un des objets immanents de la pensée divine.

« D'où je conclus que si Monge a pu en 1794 (on était bien loin alors des temps de Pythagore) présenter sa géométrie descriptive comme devant être à l'avenir une des bases de l'éducation nationale, il avait peut-être raison, s'il s'agissait de former un peuple d'ouvriers et d'artistes, mais qu'il se trompait fort s'il entendait par là l'éducation qui achemine vers l'intelligence des vérités d'un ordre supérieur les hommes destinés à former l'élite d'une nation. A cette éducation plus relevée, à cette éducation classique appartiennent au contraire les premières notions de mathématiques pures comme les premières notions de littérature et de goût; elles rentrent au même titre dans le cercle des humanités, parce qu'elles éveillent de même dans l'esprit de l'homme le sens de l'idéal, du beau et du divin » (*Des inst..*, p. 568).

— M. Guillaume, comme notre maître Cournot, comme d'ailleurs tous les hommes éminents ou seulement distingués, issus de la Révolution et de l'Empire et qui, à un titre quelconque, ont pesé sur les institutions du XIX[e] siècle, est essentiellement doctrinaire (1). Tous les doctrinaires,

(1) « Les doctrinaires étaient des hommes de haute culture intellectuelle, de grande valeur morale. C'étaient des lettrés, des écrivains, des orateurs, mais pénétrés de ce vice, auquel sont sujets les hommes de lettres, de ne point regarder directement le monde extérieur. Qui, en effet, par l'habitude et l'abus des lectures, des dissertations écrites et des discours étudiés, finissent par mettre entre eux et la vie des combinaisons factices sorties de leur cerveau, qu'ils s'imaginent être la réalité même. C'étaient encore des hommes croyant, du haut de leurs déductions, posséder une autorité infaillible sur le commun des mortels, qui agissent au jour le jour, sans s'inquiéter de rattacher leur conduite à des doctrines arrêtées, mais qui cependant peuvent très bien se conduire avec habileté. » — Théod Duret, *Rev. blanche*, 15 avril 1898.

d'ailleurs autoritaires ou dogmatiques, spiritualistes ou libéraux, idéalistes ou matérialistes, éclectiques ou positivistes, ... chacun selon la pente de son propre esprit, le naturel de son talent ou l'accent de son âme, quand âme il y a, ont conditionné leur individualisme autoritaire tout au travers de trois évolutions remarquables et qu'il importe de signaler ici, c'est à savoir : — 1° l'évolution des différentes écoles de philosophie; — 2° l'évolution de l'Université qui continue au civil et sous la forme administrative, c'est-à-dire mécanique, l'énorme tradition du moyen-âge commencée par l'Église; — 3° enfin, l'évolution des doctrines à nous léguées par le passé, ou nouvellement instituées en conformité avec elles.

1. — « Trois écoles de philosophie ont représenté dans la première moitié du siècle une conception générale de la vie et de la société propre aux partis et aux classes qui se disputaient le pouvoir. La philosophie théocratique et aristocratique de Bonald et de Joseph de Maistre s'efforçait de restaurer, au lendemain de la Révolution, le principe d'autorité. La philosophie bourgeoise, individualiste, libérale de Jouffroy et de Cousin reflétait, dans le domaine des idées abstraites, la théorie du juste milieu : de même que la Charte était un compromis entre l'ancien régime et la Révolution, le spiritualisme éclectique de Cousin tentait de faire vivre sur un pied de paix la théologie et la métaphysique, ces deux vieilles ennemies. L'université enseignait cette doctrine aux jeunes gens comme une sorte de catéchisme officiel. — Une troisième école, fondée par Saint-Simon, continuée par Auguste Comte, prétendait appuyer sur les faits économiques et la science positive la théorie humanitaire d'une rénovation sociale. » — J. Bourdeau, *Contre la métaphysique* (*Revue bleue*, 5 mai 1894).

2. — « L'Université impériale a été organisée par un décret du 17 mars 1808, décret par lequel l'Université est constituée comme une sorte de corporation quasi-monastique, qui doit prendre pour base de son enseignement les préceptes de la religion catholique. Ainsi, par la force des choses, le retour aux traditions du passé se prononçait de plus en plus,

de manière à exciter le mécontentement de ceux qui trouvaient qu'on restaurait trop et de ceux qui, mis en goût, trouvaient qu'on ne restaurait pas encore assez..... Selon le point de vue où l'on se place, on peut dire que l'institution de 1808 existe encore avec plus de développement, une organisation mieux arrêtée et plus complète, ou, au contraire, qu'elle a peu à peu disparu. Tâchons de saisir ce contraste dans son principe essentiel, bien supérieur aux mesquines réactions et aux bruyantes déclamations des partis.

« Autre chose est une institution de gouvernement, autre chose est une institution administrative. Nous vivons dans un temps où l'administration, prise dans son sens le plus général, va en se perfectionnant sans cesse, comme les sciences, comme l'industrie : car ce n'est qu'une science appliquée au mécanisme social, un agencement industrieux de toutes les pièces, de tous les rouages de ce mécanisme. Ces perfectionnements se poursuivent malgré les changements, malgré l'affaiblissement trop fréquent des principes de gouvernement... Voilà le fait général, dominant; et les conséquences à en tirer se présentent d'elles-mêmes; car, une institution telle que l'université peut être considérée, tantôt dans le sens le plus modeste, comme le mode d'organisation d'un service public, et à ce titre comme une simple organisation administrative, tantôt comme un moyen d'agir sur les mœurs, sur les idées des générations successives, ce qui évidemment est le caractère des institutions de gouvernement.

« Si le grand fondateur de 1808 a entendu créer une institution de gouvernement, reconnaissons-le franchement, les cinquante années écoulées n'ont pas répondu à la grandeur de l'entreprise : il a trop présumé du siècle qu'il inaugurait ou de l'ascendant que son génie lui donnait sur ce siècle. Nous ne sommes plus, à ce qu'il paraît, au temps de ces créations dans l'ordre moral. *Il mondo va da se*, le monde indocile ne reçoit plus ses idées de personne (1). Que si, au contraire, il a seu-

(1) Il se prépare « un monde où nous ne retrouverons plus rien du vieil ordre de choses, matériel, social et politique, et où l'expérience du passé ne pourra plus nous servir de guide ». — « En

lement voulu appliquer à une branche importante des services publics ce génie d'organisation administrative qu'il portait partout, le succès obtenu ici comme ailleurs est bien fait pour exciter notre admiration : car, en dépit des obstacles de tout genre, des contradictions de toute nature, des fréquents changements de système, des revirements du pouvoir, les grands traits du cadre administratif ont été maintenus, les détails ont été successivement perfectionnés et mieux arrêtés; les conditions de la carrière sont devenues plus fixes et plus régulières; les diverses branches d'enseignement se sont mieux dégagées les unes des autres; les établissements d'instruction publique de tous les degrés se sont toujours multipliés; au point que pour quelques-uns d'entre eux on serait plutôt tenté de songer à réduire qu'à multiplier encore. N'est-ce pas là, après un demi-siècle de contradictions et d'épreuves, une marque certaine de la faveur du pays, des bonnes dispositions de l'opinion publique, et conséquemment de la justesse des principes, de la solidité du terrain sur lequel ont été assis, il y a cinquante ans, les fondements de l'édifice? » — Cournot, *Inst.*, p. 545 (1858).

3. — Toutes les doctrines établies, à nous léguées par la tradition disciplinaire et scolastique du moyen-âge, ou nouvellement instituées en conformité avec elle, subissent depuis bientôt un siècle, — c'est-à-dire depuis qu'elles sont entrées dans notre système d'éducation nationale et, par suite, dans le courant de vulgarisation qui l'accompagne, — une transformation remarquable.

Descendues des hauteurs métaphysiques de la pensée pour prétendre à régenter la foule en l'instruisant, elles en subissent dorénavant toutes les promiscuités et toutes les fluctuations. Obligées, et pour répondre aux nécessités de l'école, de se fixer, de se définir, de s'organiser en disci-

réalité, le monde moderne est entré dans une nouvelle phase de l'évolution sociale, et nous marchons vers un but nouveau; et les partis politiques, qui font encore face au peuple avec les débris de leur programme d'égalité politique, commencent à trouver que le monde a rapidement dépassé leur but. » — Benjamin Kidd, *l'Évolution sociale*, trad. Le Monnier. Paris, 1896.

plines formelles et impératives, et chacune à sa manière, elles entrent bientôt en conflit les unes avec les autres, et, pendant que, faute de disciples véritables, elles se disputent une clientèle que la publicité, l'obligation et la gratuité sont moralement impuissantes à retenir, le monde moderne, en pleine évolution sociale, assiste indifférent et comme impassible à leur dégradation mutuelle. Ces doctrines n'étant plus vivantes, c'est-à-dire n'obéissant plus à un principe de vie supérieur à leur propre organisation individuelle, chacune se conditionne pour son propre compte et lutte pour l'existence avec toutes les autres. Devenues les unes et les autres complètement indépendantes, isolées, et délivrées d'un joug qui commande à toute la hiérarchie, elles ne sont plus soumises à la science fondamentale selon Aristote, à l'architectonique qui *ordenne de tout*. Elles sont désormais partout et nulle part, et cela est bien : « qui cherche sa vie la perd, » dit l'Évangile.

« Or, il est facile de voir comment toutes ces causes de décomposition favorisent la fusion qui est la condition indispensable d'un organisme nouveau. *Corpora non agunt nisi soluta :* cet adage des vieux chimistes s'applique surtout à l'économie des êtres vivants. Il faut que la décomposition des matériaux de l'organisme soit poussée jusqu'à la dissolution ou à la désagrégation moléculaire, pour que la force plastique, toujours prête à faire sortir la vie des dépouilles de la mort, puisse les saisir et les employer dans la formation d'un nouvel organisme.

« Selon le cours habituel des choses, les dépouilles de l'être qui occupait un rang élevé dans l'échelle organique ne rentrent pas immédiatement dans un organisme de même ordre; elles serviront plutôt à la nourriture et au développement d'êtres inférieurs, destinés à leur tour à fournir à des êtres d'ordre plus élevé les matériaux que leur organisation requiert ; et ainsi se décrira le cycle des transformations incessantes. La vie des peuples n'est point affranchie de cette loi générale : il faut qu'une civilisation vieillie soit livrée à la décomposition, pour rendre possible l'évolution des germes d'une civilisation nou-

velle, riche de jeunesse et d'avenir. » — Cournot, *Cons...*, t. I, p. 29.

V. — « Vous autres Français, quoi que vous fassiez, la forme catholique vous domine : vous êtes pour ou contre, jamais à côté, » dit Tolstoï (1). Après donc avoir entendu M. Guillaume qui est *pour*, écoutons maintenant un publiciste de talent, universitaire et normalien, qui est *contre*. M. Guillaume, qui a des lettres et de la technique ouvrière, obéit à une logique tout unie, d'une simplification excessive, et, par cela même, étroite et d'autant plus inflexible. Hypnotisé par les antiques comme le peuple l'est par les reliques, d'ailleurs essentiellement autoritaire et conformiste et n'ayant dès lors que dégoût et mépris pour tout ce qui est primesautier, c'est-à-dire vivant en art comme en poésie, en science comme en philosophie, M. Guillaume, comme les Grecs de l'époque classique, a la passion de l'évidence et le retour des mêmes idées le charme infiniment plus que les idées elles-mêmes. De plus il est statuaire et, comme il le dit lui-même : « la sculpture est le plus positif des arts d'imitation. » M. Raoul Frary, qui n'a que des lettres et des lectures, paraphrase avec plus de finesse la logique des autres, notamment celle de ce maître redoutable, Cournot, et c'est ce qui ressort des passages suivants :

« Beaucoup affirment que les mathématiques donnent l'habitude de bien raisonner et font les esprits logiques; c'est même un aphorisme reçu, quoique plus d'une fois réfuté. Rien n'est plus contestable. La logique des sciences exactes ne ressemble nullement à la logique des sciences humaines. La matière, la méthode, les principes mêmes diffèrent radicalement. Dans les mathématiques, on part d'une définition qui épuise son objet, et on déduit l'une de l'autre des propositions qui s'éloignent indéfiniment du point de départ sans rien perdre de leur rigueur; si longue que soit la chaîne, le dernier anneau est aussi solide et d'un aussi

(1) Rapporté par M. J. Legras : *Au pays russe*. Paris, 1896, p. 326.

pur métal que le premier. On peut d'ailleurs s'assurer contre l'erreur, et l'on ne se trompe jamais, quand on raisonne bien. Dans tout ce qui regarde la vie humaine, en morale, en politique, en jurisprudence, en économie sociale, dans les affaires, il n'y a guère de définitions qui ne comportent quelque degré d'inexactitude. Aussi ne peut-on se livrer à la déduction sans comparer à chaque pas les idées aux réalités. L'esprit risque d'autant plus de se tromper qu'il place sa confiance dans la précision de sa logique, et c'est une cause certaine d'erreur que de mettre dans la conclusion tout ce qu'on a trouvé dans les prémisses. Un géomètre peut être un moraliste et un homme d'État malgré la géométrie et non par elle. Que Dieu garde les peuples d'aller chercher leurs conducteurs dans l'école de Platon. » — R. Frary, *la Question du latin*, 1885, pp. 190-193.

Voici ce que dit Cournot :

« Toutes les fois qu'il y aura passage brusque d'une idée à une autre, par suite possibilité de définitions précises et de construction par voie de combinaisons soumises à des règles fixes et à un dénombrement exact, ou bien encore lorsque les variations continues comporteront la mesure et la détermination numériques, lorsqu'enfin toutes les relations de voisinage et toutes les connexions rationnelles trouveront dans certaines figures graphiques une expression suffisante, la logique et la raison, l'ordre logique et l'ordre rationnel s'identifieront, le Grec et le scholastique auront gain de cause. Sinon, l'on courra risque de s'éloigner d'autant plus de la raison que l'on serrera la logique de plus près; et en religion, en politique, dans le morale et dans le droit, on n'a que trop d'exemples de ce dangereux écart. » — Cournot., *Mat. Vit. Rat.*, p. 30.

« Le nom même de *mathématiques* dénote assez que les Grecs, qui les ont inventées et qui par là ont jeté les fondements des sciences, les regardaient comme la *science* ou comme la *doctrine* par excellence; et de fait, leurs plus anciennes écoles de philosophie étaient des écoles de mathématiques, au propre sens du mot, où d'austères cénobites ensei-

gnaient l'arithmétique telle qu'ils la concevaient, la géométrie telle que nous la comprenons encore, avec la pensée qu'ils mettaient ainsi leurs disciples sur la voie de l'interprétation des énigmes de la nature. Quelquefois, dit-on, ces cénobites sortaient de leurs studieuses retraites pour donner à leurs compatriotes des constitutions et des lois; mais des expériences beaucoup plus récentes semblent avoir montré qu'il vaut encore mieux que les professeurs de mathématiques se bornent à enseigner les mathématiques. » — Cournot, *des Inst. d'inst. publ.*, p. 88.

Quant à la question du dessin, voici l'opinion de M. Raoul Frary : «... La recherche des plantes exercera leur vue peut-être autant que le dessin, qui jouit en ce moment d'une vogue si prodigieuse, et qu'on prétend enseigner même aux pâtres. Le dessin est un travail, et un travail très pénible pour certains esprits. N'aurait-il pas mieux valu lui laisser son ancien caractère d'étude facultative et d'art d'agrément, que d'en inspirer de trop bonne heure le dégoût aux natures qui y sont rebelles, et qui ne sont pas pour cela des natures inférieures? Mais le dessin partage aujourd'hui la vogue du soi-disant art de la diction et il semble qu'on ait juré de vouer au métier de tapissier-décorateur tous les Français qui n'auront pas le bonheur de sentir s'éveiller en eux la vocation des planches. »

VI. —Enfin, et pour terminer cette revue d'opinions si diverses, écoutons encore M. Henry Havard (*Lettre sur l'enseignement des beaux-arts*, Paris, 1879).

« Il serait puéril de croire qu'avec les méthodes en cours on puisse enseigner la lecture et l'écriture d'une forme, comme on enseigne la lecture et l'écriture du langage. Alors que ces dernières, par une délimitation parfaite des sonorités, se trouvent condensées en un nombre limité de signes, qu'il est facile de classer dans son cerveau, et dont on se souvient aisément, l'enseignement du dessin est demeuré entièrement dans le vague. Il n'a rien emprunté à la science ni à la philosophie; il

est resté empirique. Malgré son antériorité, il en est encore aux mêmes formules qu'à son origine, à ces formules primitives et complexes dont le nombre est illimité. On apprend aujourd'hui à dessiner, comme on apprenait il y a dix mille ans, et probablement davantage.

« Depuis le premier « bonhomme » tracé par l'enfant inexpérimenté qui saisit un crayon, jusqu'au croquis charmant enlevé par l'artiste en renom, le dessin est demeuré à l'état synthétique. L'analyse, qui a fait de l'alphabet phonétique le moyen supérieur de communication, n'a rien tenté pour le dessin, et nous sommes si bien habitués à cette pensée qu'ils n'ont rien à démêler ensemble, que si quelque audacieux disciple de Condillac osait prétendre que les formes et les couleurs sont, tout comme les sons, susceptibles d'analyse, et qu'on les peut réduire à un nombre limité de formules, à une sorte d'alphabet facile à retenir, il passerait assurément pour un cerveau troublé.

« Cette idée cependant n'a rien d'absurde, et sa réalisation est peut-être beaucoup plus voisine de nous que nous ne le croyons. Comment s'opérera-t-elle? Je l'ignore et il faudra un éclair de génie pour résoudre cet obscur problème; mais, en attendant, il nous faut bien reconnaître qu'il ne saurait être plus étrange d'analyser ce qu'on voit que d'analyser ce qu'on entend. Les formes et les couleurs, quelle que soit leur variété, ne sont en effet ni plus variées, ni plus compliquées, ni plus nombreuses que les sons, et cependant avec une trentaine de lettres, qu'un enfant sait reconnaître et prononcer entre sa quatrième et sa septième année, on peut non seulement représenter toutes les sonorités articulées dans toutes les langues du globe, mais encore en créer un nombre infini.

« Mais de ce que cet alphabet n'existe pas, on n'est nullement fondé à prétendre qu'il n'existera jamais. Somme toute, la palette la plus riche n'a pour bases fondamentales que trois couleurs mères : le rouge, le bleu et le jaune, et trois couleurs mixtes : le vert, l'orangé et le violet, tandis que la gamme comprend sept notes, et que le langage comporte cinq voyelles et plus de vingt diphthongues. Nous sommes moins habitués

à raisonner sur l'optique que sur l'acoustique; mais il n'en résulte pas que les jouissances de la vue échappent à l'analyse et au raisonnement.

« Le dessin lui-même, qui substitue le contour, qui est une fiction, à la forme, qui est une réalité, n'est qu'une convention graphique ; et la mise au carreau telle que la pratiquaient les Égyptiens, et telle que nos sculpteurs et nos peintres la pratiquent encore aujourd'hui, n'est qu'un procédé d'analyse analogue à la décomposition des sons articulés qui constituent une phrase.

« Ainsi donc, nous voilà déjà près de la réalisation de ce fameux alphabet du dessin que tout à l'heure nous aurions traité volontiers de paradoxe, et qui nous faisait presque hausser les épaules. Une fois que l'œil saura suivre les formes, les mesurer, les décomposer, avec un nombre très limité de traits mille fois moins compliqués, moins difficiles à retenir que les lettres et surtout moins difficiles à tracer, on pourra écrire sans peine toutes les formes, cela est certain. Seulement il faut retourner l'enseignement, éduquer l'œil et négliger la main. C'est là que sera l'obstacle.

« Tout d'abord, on se heurtera à l'opposition des artistes qui, élevés dans des idées diamétralement opposées, n'admettront pas volontiers une simplification sans intérêt pour eux dont l'éducation est faite et parfaite. Ensuite, on verra surgir les amateurs et les critiques qui objecteront que le dessin n'a pas besoin de cet alphabet; puisque, sans lui, il a produit des chefs-d'œuvre immortels. A ceux-là la réponse est facile. On a construit le Parthénon un siècle avant qu'Euclide eût établi ses *Éléments;* la langue grecque avait une poétique parfaite avant que les règles de sa grammaire fussent fixées, et Homère n'a certainement jamais connu le nombre des parties du discours. S'ensuit-il qu'il faille dédaigner la découverte d'Euclide et que la grammaire soit, dans l'étude des langues, une simple superfétation ? Le rossignol ne s'est jamais préoccupé de la gamme; faut-il pour cela jeter au feu les merveilleuses harmonies auxquelles elle a donné naissance? »

— De prime abord et si l'on s'abandonne au fil du discours, au seul afflux des mots, il semble bien que M. Havard se soit emplacé *à côté*. Mais il n'en est rien, ou, du moins, ce n'est nullement dans le sens où l'entend Tolstoï. Malgré sa verve, d'ailleurs plus brillante que solide et qui, dans sa course vagabonde, touche à tant de choses sans en instruire aucune, M. Havard n'abandonne pas l'orthodoxie coutumière; il entend bien demeurer nôtre et ne point se séparer de ses congénères « de qui l'époque se bat stérilement contre des mots toujours vides et toujours renouvelés ». — E. Bricon, *Nouv. Revue*, 15 janvier 1894.

Néanmoins derrière ce mirage on rencontre quelques observations exactes, quelques aperçus judicieux, dont on pourra faire son profit. Nous ne voulons pas parler de l'idée fallacieuse relative à l'alphabet du dessin. Pourtant, et comme on pourrait s'y méprendre, nous recommanderons dans ce cas, et comme correctif à une telle imagination, la lecture du livre de M. Philippe Berger : *l'Histoire de l'écriture dans l'antiquité* (1). On y apprendra, si on l'ignore, par quelle longue suite de métamorphoses, évoluant au cours de nombreux siècles et par la traversée de tant de peuples divers, s'est accomplie une invention capitale et qui peut nous paraître bien simple aujourd'hui : l'invention de l'écriture alphabétique. D'ailleurs autre chose est un *alphabet phonétique*, qui n'est après tout qu'un système de notation symbolique et conventionnelle, c'est-à-dire une écriture graphique arbitraire (2); autre chose

(1) « Après avoir jeté un coup d'œil sur les premiers essais de l'homme pour dégager l'écriture du dessin, dans l'Ancien comme dans le Nouveau Monde, et sur ces procédés encore enfantins auxquels on a donné le nom de *pictographie*, nous suivrons les progrès de l'écriture jusqu'à la constitution des grands systèmes *hiéroglyphiques*, l'écriture chinoise, l'écriture cunéiforme, l'écriture égyptienne. Nous verrons ces systèmes, d'*idéographiques*, devenir peu à peu *syllabiques*, c'est-à-dire *phonétiques*. Le plus parfait d'entre eux, l'égyptien, nous mènera jusqu'aux portes de l'Alphabet. » Puis « nous étudierons la formation de l'alphabet phénicien et nous passerons successivement en revue les alphabets qui sont dérivés de ses vingt-deux lettres. Tous ces alphabets se ramènent à deux grandes familles: la famille européenne ou gréco-italiote, et la famille sémitique de laquelle sont sortis les alphabets de l'Inde et de la Perse. » *Intr.*, p. XV. — Cf. Cournot, *Traité...*, t. II, p. 366.

(2) « L'écriture diffère du dessin en ce qu'elle est inséparable de la langue; si, dans l'écriture idéographique, les caractères sont des peintures de certaines idées ou de certains objets, ils les rappellent à l'esprit sous la forme qu'ils revêtent dans le langage, c'est-à-dire par l'intermédiaire du mot. » — Ph. Berger, *Int.*, p. XIV.

est un alphabet du dessin où le mot alphabet, s'il n'est pris dans un sens figuré comme alphabet de la musique, alphabet du charpentier, etc., n'a plus aucun sens, ou, ce qui revient au même, dont l'emploi momentané n'est plus soutenu que par le mouvement purement oratoire du discours.

Or, c'est précisément dans le discours, et par suite des errements de l'enseignement de l'école qui tend par la seule voie oratoire à la vulgarisation de toutes choses, à la sécularisation de toutes les connaissances humaines, logiquement et discursivement organisées, que gît le prestige de ces énonciations à consistance purement verbale, créées par le seul rapprochement de mots divers et dont chacun perd de son sens propre sans que l'accouplement qu'on en fait gagne nécessairement en clarté ou devienne expressif d'une idée nouvelle. C'est que dans ce cas et le plus souvent les mots dont nous sommes encombrés par provision, en devançant l'idée, semblent l'annoncer, mais sans la contenir. Et cela est tout simple, puisque le mot n'est qu'un signe qui connote l'idée, alors seulement connue de nom, dont on n'a pas nécessairement l'expérience pratique, et qu'il y a certainement plus loin du signe énoncé à la chose signifiée, que de la chose instruite et connue au signe connotatif que l'on trouve toujours et quand on le veut. Notre langue française éminemment intellectuelle, abstraite et constituée comme *a priori*, est, par suite même de l'enseignement qu'on en fait, sujette à cette aberration ou à cette déviation. On en trouvera les raisons singulièrement éloquentes et significatives de notre infirmité nationale dans un excellent petit livre intitulé : *les Études classiques et l'Enseignement public*, de J. Milsand. Paris, 1873, particulièrement pages 181 et suivantes.

III

L'ENSEIGNEMENT EN GÉNÉRAL

L'accommodation du système des études classiques avec les nécessités de l'enseignement public telles qu'elles se présentent au regard des pouvoirs publics, de l'université et de la presse, est une des grosses questions de l'heure présente. Sans prétendre aucunement à nous immiscer dans cet important débat, nous ferons observer que la question du latin, dont nous dirons ici seulement quelques mots, comme la question du dessin, qui est notre principale préoccupation, comme enfin, la question des sciences, en sont comme les épisodes principaux.

Or, si l'on réserve pour le système des études classiques la question du latin entendue dans le sens des « lettres latines » ou des belles-lettres, et la question du dessin entendue dans le sens des « arts du dessin » ou des beaux-arts, nous croyons qu'il n'y a rien à changer à une tradition si fortement ancrée chez nous, et que M. Guillaume comme les partisans du latin ont pleinement raison. — Cela ne veut pas dire d'ailleurs qu'aucune modification ne puisse être apportée dans la pédagogie, dans le mécanisme même de ces enseignements. — Mais si l'on distingue, comme on doit le faire, d'une part l'enseignement purement grammatical du latin de son enseignement littéraire, c'est-à-dire de l'enseignement des lettres latines et des belles-lettres; d'autre part, si l'on distingue de même entre l'apprentissage purement technique et manuel du dessin et l'enseignement du dessin appliqué à l'étude des beaux-arts, alors la solution est trouvée et, pour ce qui concerne le latin, c'est à Milsand que nous la devons.

— La fameuse question du latin, capitale pour nous autres Français, puisqu'elle touche foncièrement à l'éducation générale de la nation, est demeurée jusqu'à présent entièrement confinée dans le système des études classiques où on l'agite depuis longtemps « mais pour l'enseignement de l'école plutôt que pour le régime de la vie pratique ». Or, et pour les raisons qu'expose si judicieusement notre auteur, la question du latin sera tranchée le jour où on se décidera à ne plus l'envisager seulement au point de vue des études classiques, mais, et prenant parti pour une réforme démocratique profonde, on transportera la question du latin — non plus considéré alors comme un objet d'enseignement, mais simplement comme un instrument d'éducation grammaticale — dans la région des études élémentaires, c'est-à-dire dans l'enseignement primaire, dont la constitution intéresse le peuple tout entier. Par l'enseignement simultané du latin et du français dans les écoles primaires, on initierait l'enfant, fille ou garçon, au mécanisme respectif de ces deux langues, l'une morte et l'autre vivante, et, par conséquent, on lui ferait prendre, pour autant que cela est nécessaire (1), une pleine conscience de la structure grammaticale de la sienne propre. De plus, et en lui faisant « connaître les mots latins au point de vue des étymologies françaises, on l'amènerait autant que possible à les prendre pour une partie de sa propre langue ». Par ainsi, le grand courant de langue française, en rejoignant ses origines, après tout constitutives de notre nationalité, se retremperait dans le peuple tout entier, et le système d'enseignement et de culture classiques, en s'implantant à nouveau dans les entrailles mêmes de la nation, y puiserait pour une nouvelle vie « la force qui ne saurait venir que du peuple ».

« Que se pratique-t-il, dit Cournot, dans les écoles où l'on a la prétention de donner une instruction où le latin n'entre pour rien, et qui

(1) « On devrait se garder de faire de la langue maternelle un objet d'enseignement : on ne fait que troubler par là chez les enfants le libre épanouissement de leur faculté du langage. » — J. Grimm, *Deutsche Grammatik*, cité par M. Bréal, *Essai de Sémantique*. Paris, 1897, p. 302.

cependant procure un degré de culture analogue à celui qui résulte de l'éducation classique? Il faut trouver des matières de *devoirs*, d'exercices, d'interrogations, d'examens; et l'on raffine la grammaire française ; on questionne un enfant, une jeune personne, un paysan tiré depuis un an de son village sur des distinctions subtiles auxquelles Pascal et Bossuet n'ont jamais songé. On a fait plus, on a inventé l'*analyse logique*, véritable scolastique au petit pied, qui en a les abstractions, les pointilleries, la monotonie, le peu de valeur intrinsèque et qui jamais n'offrira les ressources et la variété du *thème de règles*, pour le développement du sens logique de l'élève ; pas plus que l'*exercice de style* qui consiste à écrire une lettre ou à développer un lieu commun, ne pourra offrir les ressources et la variété de la *version* pour exercer la pénétration de l'élève et l'amener à rendre dans sa langue, non des pauvretés comme celles que son propre fonds pourrait lui fournir, mais les pensées des maîtres dans l'art de penser. » — *Des Inst.....*, p. 63.

Cet état de choses résulte précisément d'une erreur capitale de notre système d'enseignement tel qu'il a été institué au cours du présent siècle : erreur dont nous aurons peine à revenir puisqu'elle tient à des préjugés invétérés et qui dominent, en gouvernant les intérêts et les amours-propres, toutes les volontés particulières. D'abord intronisé par la Compagnie de Jésus et comme résultante du grand mouvement de l'humanisme de la Renaissance ; puis, au lendemain de la Révolution, réédifié par l'Empire; et enfin, au cours du dix-neuvième siècle, décidément institué par le positivisme pratique de notre organisation sociale — non pas franchement aristocratique ou démocratique, mais, comme on l'a dit, mésocratique, — le système d'éducation classique à nous transmis par l'ancien régime est si profondément entré dans nos mœurs officielles, qu'il suffirait à lui seul pour caractériser la nationalité française au sein de laquelle il demeure comme un prototype immuable. Et cela est si vrai qu'il a suffi, sans rien changer d'ailleurs à sa constitution fondamentale, de le rétrécir et de le diminuer pour constituer, par en bas,

l'enseignement primaire, de l'augmenter et de l'amplifier pour constituer, par en haut, l'enseignement supérieur.

Cette interprétation quasi-géométrique de quelque chose de très grand en soi, à savoir le système des études classiques, ne va pas sans dommage : si elle maintient, et dans l'intérêt du système, une unité précieuse, encore que tout extérieure, elle interdit par contre toute diversité vraie, concrète et vivante ; elle nous inflige un arrêt de développement, elle nous diminue. Et cela est particulièrement sensible dans l'instruction primaire. L'enseignement primaire tel qu'il est institué et parce « qu'il doit procurer un degré de culture analogue à celui qui résulte de l'éducation classique » est entièrement calqué sur l'enseignement secondaire, dont il n'est qu'un diminutif, une approximation grossière et, pour tout dire, une vulgaire contrefaçon : exactement ce que la chromolithographie est à la peinture, ce que le carton-pierre ou le zinc d'art sont à la sculpture, ce que la fanfare municipale est à la musique ; en un mot une imitation d'imitation. Perdus que nous sommes dans une phraséologie tout extérieure et qui nous dévore, engagés dans une manie tout instinctive d'imitation continue et qui nous abêtit, nous lâchons véritablement la proie pour l'ombre et retombons incessamment dans la vulgarité la plus effroyable. Mais que cela soit pour durer, c'est ce qu'il est impossible d'admettre, si l'on songe que, pour y remédier, il suffit de reconnaître, en ce qui regarde la question capitale de l'enseignement primaire, que, nonobstant son assimilation, purement de forme, à l'enseignement classique il a un fond propre, autonome, auquel on ne fait attention d'ordinaire, mais que l'on ne saurait éluder, et sans lequel, à vrai dire, il n'y aurait pas plus d'enseignement classique que d'enseignement supérieur. C'est ce qu'indique nettement Cournot dans les lignes suivantes : « On s'accorde à regarder, comme faisant le fond de l'instruction primaire, la lecture, l'écriture et les premiers éléments du calcul. Or, il n'a pas fallu moins que tous les progrès de la civilisation pour que l'on pût concevoir l'idée d'initier tous les hommes sans exception, ou sauf de rares excep-

tions, à ces *connaissances qui sont le préliminaire indispensable de tous les travaux intellectuels, et qui ont aussi en elles-mêmes une utilité des plus évidentes, puisqu'elles dotent l'homme d'une sorte de faculté artificielle qui vient s'ajouter et comme s'incorporer à la faculté native du langage.* »

— Quant à la question des « sciences », nous ferons seulement remarquer que le système des études classiques, déjà miné profondément par l'envahissement du positivisme moderne que l'on retrouve et qui s'insinue partout, est encore menacé d'une éviction totale par l'intronisation dans les institutions d'instruction publique, c'est-à-dire dans les universités, d'une nouvelle autorité dogmatique, d'une nouvelle *Somme* scolastique, en un mot du *scientisme* (1).

Voici, en effet, ce qu'écrit M. Paul Janet (2), à propos du livre si remarquable de M. Liard. — *De l'enseignement supérieur en France. 1789-1889.* — La nouvelle conception du rôle et de la fonction des universités est « dominée par une pensée générale, par l'idée de l'unité des sciences, de leur hiérarchie, de leur coordination et de leur subordination, de leurs applications; *unité que l'enseignement doit reproduire dans ses cadres et dans ses méthodes...* » M. Liard résume le rôle des universités en leur attribuant ce qu'il appelle trois offices : un office intellectuel, un office économique et un office social. *Tout enseignement secondaire ou primaire a sa source dans l'enseignement supérieur. Les deux premiers ne sont que des agents de distribution et de canalisation.* L'enseignement supérieur est une source : tant il vaut, tant vaut le reste; tant il débite, tant le reste distribue. Un second office de l'enseignement supérieur c'est d'être, directement ou indirectement, agent et facteur de richesse. La science est aujourd'hui descendue du ciel sur la terre.

(1) Ce qui confirmerait la remarque de Cournot : « Plus les sociétés vieillissent, plus elles se dépouillent des qualités qui leur appartenaient à titre d'organismes vivants, pour se rapprocher du genre de structure et se prêter au mode de perfectionnement que le mécanisme comporte. » — *Cons...*, t. II, p. 216.

(2) Paul Janet, *l'Enseig. sup. en France. Rev. Bleue*, 5 avril 1897.

Elle ne reste pas confinée dans les laboratoires : elle a pour tributaires les usines, les champs eux-mêmes. Une seule découverte peut transformer l'organisation industrielle d'un pays. Enfin la science rend au pays des services d'ordre moral et social. La science est paix en même temps qu'elle est vérité. C'est à la science qu'il appartient de maintenir dans la démocratie les hautes clartés de l'idéal sans lesquelles il n'y a ni grandeur, ni honneur. » M. P. Janet ajoute : « Rien de plus vrai, pourvu toutefois que l'on n'entende pas exclusivement par science les sciences physiques et mathématiques, mais la vérité sous quelque forme qu'elle se présente : littéraire, scientifique, historique ou philosophique; mais il n'est pas douteux que l'auteur n'entende sa pensée dans ce sens large et élevé. »

Voici d'ailleurs les propres paroles de M. Liard, tirées du chapitre de son ouvrage intitulé *Théorie des Universités :* « Au lieu d'isoler en soi l'enseignement primaire, les hommes d'État de la République ont proclamé sa liaison nécessaire avec l'instruction supérieure. Sans parler d'autres raisons, leur dévouement même à l'enseignement du peuple leur a fait comprendre qu'il ne peut être fécond qu'en relevant de quelque chose de plus haut que lui et en s'y rattachant. Ils se sont rendus compte qu'il est un agent de distribution et non de création, une canalisation et non une source ; que, réduit à lui-même, c'est toujours le même fonds qu'il distribue sans renouvellement, sans développement, que pour participer aux progrès des connaissances, pour y faire participer la masse de la nation, il lui faut s'alimenter à la source vive des découvertes et des idées nouvelles. Or cette source, c'est surtout l'enseignement supérieur avec ses hautes écoles, ses laboratoires, ses musées, ses collections, ses bibliothèques, ses ateliers savants..... Le second office des sciences, des sciences pures aussi bien que des sciences expérimentales, c'est d'être, à des degrés divers, tantôt directement, tantôt indirectement des facteurs de richesse. La science est aujourd'hui complètement descendue du ciel sur la terre et chaque jour elle y donne à tout,

à la matière brute et à la matière vivante, des formes et des valeurs nouvelles (1). »

L'ÉDUCATION, L'INSTRUCTION ET L'ENSEIGNEMENT

Notions préliminaires. — Notre constitution fondamentale, d'abord et essentiellement *physiologique*, c'est-à-dire animale, et déterminante de notre vitalité totale, se présente encore à notre conscience sous deux aspects caractéristiques de notre humanité, ou, ce qui revient au même, de notre sociabilité : l'un *physiologique*, l'autre *technologique*.

La *sensibilité générale* est ce qui caractérise essentiellement notre constitution psychologique : c'est parce que nous sentons que nous éprouvons, et de là proviennent les émotions et les passions, et, pour un degré supérieur de conscience, les affections et les sentiments.

La *motilité générale* est ce qui caractérise essentiellement notre constitution technologique : c'est parce que nous éprouvons que nous voulons et que nous agissons, et de là proviennent nos mouvements et nos actions et, pour un degré supérieur de conscience, nos volitions et nos résolutions.

Les organes de la sensibilité générale sont actionnés par la motilité générale; les organes de la motilité générale sont animés par la sensibilité générale, et celle-ci à son tour est excitée par la sensibilité spéciale, c'est-à-dire par les sensations qui mettent tout notre organisme en branle et, de par la loi des associations mentales (instinctives et organiques aussi bien qu'affectives et psychiques, ou que perceptives et techniques), éveillent tout un monde d'émotions, d'images et d'idées, d'où procèdent, et sous l'empire de notre volonté, c'est-à-dire de notre conscience, nos sentiments, nos pensées et nos actes.

(1) L. Liard, *De l'enseign. sup. en France, 1789-1889*, t. II, page 342.

C'est par la sensibilité, différenciée par les organes qui en dérivent sous l'impulsion de la motilité et tenue en haleine par les impressions physiques, que nous avons des sensations distinctes et d'aventure. Le nombre et la qualité de ces sensations, ondoyantes et diverses (telles que l'éclairage et la couleur, le son et le timbre, la dureté et la mollesse, le poli et le rugueux, le mat et le brillant, etc.), dépendent du nombre de nos organes des sens et du degré de leur acuité spécifique.

C'est par la motilité, tenue en haleine par la sensibilité différenciée par sa qualité et son intensité, que nos perceptions s'organisent en fonction du temps et de l'espace, de la durée et de l'étendue, du déplacement et du mouvement. « Les objets de nos perceptions sont nos propres sensations », et ces perceptions, avec toutes les impressions qui s'y agrègent, « sont valides par tous les sens et pour tous les sujets percevants (1) ». Ces perceptions se rattachent au mouvement et leur organisation est révélée à notre raison sous la forme de notions. C'est pour cela que nous les regardons comme nécessaires, fixes et permanentes : telles sont l'unité et la diversité, la durée et la vitesse, les distances et les dimensions, la direction et la situation, la figure et la forme, dont le syncrétisme forme le soutien ou le support, et comme l'ossature ou le squelette, la charpente ou l'armature, du contenu de toute notre pensée. Par les sensations seules, notre être sensible, et alors purement passif, ne peut sortir de lui-même et, n'ayant pas de conscience ou seulement une conscience obscure et vague, larvée, ne peut avoir aucune notion du monde extérieur, y compris son être propre, son support, « mon frère âne », comme dit saint François d'Assise. Par la motilité, au contraire, notre être, plongé à tout instant dans le monde extérieur et se heurtant aux autres êtres y compris son propre animal, prend conscience de soi, en même temps que des autres ; il connaît et il juge ce qui est en dehors de lui et, par l'éducation, il apprend à mesurer

(1) Spir, *Esquisse de Phil. crit.* Paris, 1887, pp. 29-31.

l'étendue de ses facultés, il prend une conscience raisonnée de leurs limites, comme des conditions de ses propres pouvoirs.

Telles sont les bases essentielles, organiques, constitutives de tout notre être et sur lesquelles évoluent les différentes formes de notre activité tant physique que mentale. De l'apprentissage comme de l'outillage des facultés et des fonctions qui en procèdent résulte la première éducation à la fois organique, technique et psychique de ces facultés et de ces fonctions. Des diverses formes de cette première éducation et par leur fusion en chacun de nous, procède à son tour une éducation plus relevée, mise en forme par la culture et la discipline volontaires et par laquelle s'accomplit le plein et entier développement de notre personnalité et de notre conscience, c'est-à-dire le complet épanouissement tant esthétique qu'intellectuel et moral de toute notre vie.

De l'éducation et de l'instruction. — « Tous les êtres doués de vie doivent les caractères et les aptitudes qui les distinguent individuellement, d'abord à leur constitution native, puis aux influences qu'ils ont reçues des milieux et des agents extérieurs, surtout dans le jeune âge et à l'époque de leur développement. C'est ce qu'on énonce en disant qu'ils tiennent leurs qualités en partie de la nature, en partie de l'éducation (1), et alors ce mot d'*éducation* est pris dans l'acception la plus large qu'il puisse comporter. Le mot est bien fait : il exprime bien que toutes les qualités acquises existent en germe ou en puissance dans les qualités natives ou innées; mais ce germe pourrait rester stérile,

(1) « Ce qui est certain, c'est qu'indépendamment de l'éducation chacun de nous est affecté de dispositions héréditaires. Mais ces dispositions ne se développent et n'arrivent à constituer une personnalité que par l'action d'un milieu formé de personnes déjà constituées. Hors des appétits et des intérêts purement animaux, la volonté n'est d'abord chez l'enfant qu'imitation et l'intelligence crédulité. C'est grâce à son instinct d'imitation qu'il apprend à former des sons articulés; c'est grâce à sa crédulité qu'il acquiert des idées. Toute la substance de sa pensée lui vient du dehors, et c'est merveille s'il arrive un jour à en modifier quelque peu l'arrangement. Cet instinct d'imitation, cette crédulité, formes nécessaires et normales de l'activité puérile, restent les formes typiques de l'adulte. Quand nous abandonnons les convictions de notre jeunesse, c'est mille fois pour une en suivant un courant d'idées qui s'est formé quelque part hors de nous, dont nous ne connaissons pas mieux l'origine que nous n'en pouvons contrôler la vérité. Quelques-uns font la mode, les autres la suivent et la mode règne partout.... » — Ch. Secrétan, *Civilisation et Croyance*, p. 115.

cette puissance pourrait demeurer inerte, si les influences extérieures, si l'éducation ne venaient développer le germe, stimuler, exciter les forces latentes et en tirer (*educere*) tout ce qu'elles contiennent virtuellement. » — Cournot, *Des Inst.....*, p. 1.

Dans les lignes qui suivent, Cournot retombe visiblement dans les errements de la pédagogie classique. L'ancienne psychologie, constituée sous l'empire exclusif du mode de conception de la Raison (p. 4) — et faisant une fois pour toutes abstraction de l'homme physique, c'est-à-dire de nos viscères, de nos muscles et de nos nerfs, pour ne plus avoir affaire qu'à l'homme métaphysique, — considère l'esprit comme distinct du corps ; elle en fait une entité intellectuelle agissante, douée de facultés innées, lesquelles sont le tout de la vie esthétique, intellectuelle et morale de l'homme, et c'est à la culture directe de ces facultés que s'emploie la pédagogie classique.

« Soit que l'on assigne aux facultés intellectuelles de l'homme le premier rang ou seulement le second, il est bien clair que, pour rendre tout ce qu'elles peuvent rendre, elles ont besoin, plus encore que ses autres facultés, d'être perfectionnées par l'éducation. Or, quel pourrait être le moyen de façonner et de cultiver l'esprit qui ne fût pas en même temps un moyen de l'instruire ? La véritable instruction, l'instruction méthodiquement donnée et reçue, et l'éducation intellectuelle ne sont qu'une même chose, quoique, dans la prodigieuse variété de choses qui peuvent être matière d'instruction utile, il y ait lieu de distinguer et de choisir de préférence, pour en faire l'objet de l'instruction pédagogique, de l'instruction dogmatique et régulière, celles qui se prêtent mieux que d'autres au but pratique de l'éducation des facultés intellectuelles. »

Cependant l'homme ne s'élève pas au-dessus de lui-même par le seul développement de ses facultés intellectuelles, il ne triomphe véritablement des fatalités de la nature comme des fatalités de la société (puissances qui l'enchaînent tour à tour et tout entier) que parce qu'étant à la fois corps, esprit et âme, il ne s'offre à lui d'autre alternative que de

s'abandonner à ses seuls instincts ou d'en triompher, en les domptant par la culture et la discipline volontaires. C'est à quoi pourvoient et pour aider notre faiblesse originelle, l'éducation, l'instruction et l'enseignement tant publics que privés. Leur syncrétisme puissant, en sauvegardant l'unité de notre vie, nous garantit seul son plein et entier développement. Le devenir perpétuel du développement des possibilités indéfinies dont est capable l'humanité tout entière ne se révèle qu'accidentellement et par parties, ainsi que nous le raconte l'histoire de la civilisation générale. Dès que l'on prend clairement conscience de ce fait, il est donc inévitable que, pour se reconnaître et prendre pied, l'on ne se fie qu'à un ordre de choses établi, c'est-à-dire relativement stable ou qui a réussi, soit pour le dehors sous forme d'institutions, soit pour le dedans sous forme de doctrines. Or, ce que l'on a trouvé de mieux jusqu'à présent, ce qui paraît le plus fixe et qui l'est en effet, autant du moins qu'on en puisse humainement juger, c'est ce qui dépend du développement de la Raison, faculté intermédiaire et relativement invariable entre l'Intuition qui dépend de notre constitution physiologique incessamment mobile, c'est-à-dire vivante, et l'Intelligence, dont le développement, qui s'appuie sur nos moyens et nos facultés rationnels, est incessamment cultivable et perfectible, soit dans un sens particulièrement intellectuel et psychologique et relativement ou abstraitement indépendant, soit dans un sens matériel et technologique et dépendant à tout instant de l'accroissement de nos moyens d'étude et de manutention, auxquels préside la Raison. C'est la Raison qui retire du courant de la vie les formes de la pensée et de l'action, et leur assure, au moins pour un temps avec la fixité, une évidence unanime.

Les systèmes d'enseignement. — Sur la base première, fondamentale, et d'ailleurs tout individuelle de son organisation physiologique, c'est-à-dire animale, l'homme s'élève et grandit pour son rôle social par le développement simultané et concomittant de sa vie psychologique et de sa vie technologique; enfin, par le plein développement de son âme et

sous l'empire de la discipline volontaire, il triomphe des nécessités de la vie animale comme des contraintes de la vie sociale, il conquiert sa liberté.

L'homme étant à la fois corps, esprit et âme, si donc il lui importe de veiller aux soins de son corps comme au salut de son âme, qui, venant de plus loin que lui ou de plus haut, ne lui appartiennent véritablement pas, il ne lui importe pas moins, sa vie durant et sous l'empire immédiat de l'organisation de la société dont il fait partie intégrante, « de se développer, de se perfectionner lui-même, d'instituer un art, des méthodes, des procédés à l'aide desquels on mette chaque homme individuellement à même de tirer le meilleur parti possible de ses instincts natifs, en développant les uns et réprimant les autres, et par l'action prolongée desquels les sociétés elles-mêmes aillent en se perfectionnant et en *s'élevant*, de manière que le perfectionnement du milieu social rende moins nécessaire ou plus facile l'action de l'éducation individuelle. Quand on parle d'éducation, sans déterminer autrement l'acception du mot, on entend parler de l'éducation en *général :* et dès lors l'on comprend que le sujet aura deux faces, que le but changera et que l'art se transformera, suivant que l'on aura plus particulièrement en vue l'éducation individuelle ou l'action que les institutions fondées par les lois, que les pratiques générales amenées par l'état des croyances et des mœurs exercent sur l'éducation publique... Quand il s'agit de l'homme et de la société, il y a non pas identité, mais liaison intime entre l'idée de l'*éducation* et celle d'*instruction*, entre les institutions d'instruction publique et celles d'éducation publique ». — Cournot, *Des Inst.*, p. 3.

Abandonnant ici, et à de plus compétents, l'examen de l'action générale qu'exercent les institutions d'instruction publique et celles d'éducation publique, nous n'envisagerons le problème que sous sa première face, à savoir ce qui importe à l'éducation individuelle, et dont chacun étant, et dans ce cas, à la fois juge et partie, en peut connaître. D'ailleurs, et quoi qu'il en soit, puisque tout ce qui regarde l'éduca-

tion et l'instruction se concentre, en définitive, dans un système d'enseignement et que « l'enseignement est un art en même temps qu'une science » : « un art dont la souplesse doit se prêter aux besoins les plus imprévus et diriger l'élève en le suivant (1), » une science dont la véracité doit assurer et garantir les fondements mêmes du système, c'est donc, et avant tout, sur ces fondements que repose toute l'efficacité de l'éducation et de l'instruction. Ces fondements une fois bien assurés, le reste n'est plus qu'une affaire d'art ou d'industrie, c'est-à-dire d'accommodation pratique avec les convenances et les possibilités sociales, variables elles-mêmes avec les exigences des préjugés ou de l'opinion publique. Or, et considérant la science de l'enseignement comme toute faite, établie n'importe comment, mais régulièrement instituée, on peut s'y tenir, l'envisager seulement quant à son organisation logique et didactique et c'est la voie naturellement suivie dans la pratique effective; ou bien, au contraire, et en remontant des conséquences aux principes, s'efforcer de bien démêler ceux-ci, et, par la critique philosophique, se rendre un compte exact de la validité de leurs fondements (2). Et cela peut conduire, un jour ou l'autre, à remanier tout le système, sans d'ailleurs en changer les grandes lignes.

— Le système d'enseignement général, tel qu'il est organisé chez nous, comprend trois degrés ou stades successifs : l'enseignement élémentaire ou primaire, l'enseignement secondaire ou classique et, enfin, l'enseignement supérieur, spécial ou professionnel. L'enseignement supérieur suppose acquis les deux autres. L'enseignement secondaire,

(1) O. Gréard, *Educ. et Inst.*, I, p. 52.

(2) « Il suffit, pour l'ordre logique, que toutes les propositions s'enchaînent rigoureusement; et comme condition de la perfection de cet ordre, on pourrait se proposer de réduire au *minimum* le nombre des anneaux de la chaîne. Pour la perfection de l'ordre didactique, il convient certainement de s'élever par degrés, des conceptions moins abstraites aux conceptions plus abstraites. Mais quand une fois les faits ont été conçus et logiquement assemblés, n'importe comment, il faut, pour la perfection de l'ordre philosophique, ou pour celle de l'idée qu'on doit se faire du système de la science et de la subordination de ses parties, aller tout d'abord aux faits les plus généraux, qui contiennent la raison des faits particuliers et de leurs connexions diverses » — Cournot, *De la corresp.*, p. 185.

qui plonge ses racines dans l'enseignement primaire, conduit d'une part à l'enseignement supérieur, mais d'autre part, et parce qu'il offre ce caractère particulier d'être organisé pour la culture de nos facultés, tant intellectuelles que morales et esthétiques, il se suffit à lui-même et est achevé en soi. L'enseignement secondaire embrasse alors l'instruction dite classique, « ce que les anciens entendaient par *humanités* et ce que nous nommons encore l'*éducation libérale*, qui se distingue à la fois d'une instruction plus élémentaire et plus générale, et d'une autre instruction réputée *supérieure*, laquelle s'adresse à un âge plus avancé et à des catégories plus restreintes d'étudiants qui ont en vue une profession ou une carrière déterminée ». L'enseignement secondaire, et parce qu'il est classique, n'est donc pas seulement et logiquement intermédiaire aux deux autres, mais humainement, architectoniquement on pourrait dire, complémentaire des deux autres. Par le choix qu'il fait de ses matières relativement fixes, ou tout au moins exemplaires et consacrées par le degré moyen et classique de leur culture, à savoir les langues mortes, les doctrines littéraires et scientifiques établies et les grands événements de l'histoire reconnus par tous, l'enseignement classique donne une base ferme, un appui solide à la culture de nos facultés esthétiques par l'imitation systématique des chefs-d'œuvre de la littérature, de l'art et de la science. Tandis que, à bien prendre, l'instruction primaire et l'instruction supérieure, à n'envisager d'ailleurs que leur contenu, non leur forme, évoluent à la suite l'une de l'autre et se font suite naturellement et sans hiatus.

— Si nous rapportons ce système aux trois modes de conception fondamentaux et qui prédominent tour à tour, à savoir : l'Intuition, la Raison, l'Intelligence, nous reconnaîtrons qu'au mode intermédiaire de la Raison répond exactement le stade de l'instruction classique qui sert à la fois de matière et d'instrument pour la culture de nos facultés tant esthétiques que morales et intellectuelles et par laquelle nous acquérons le sentiment, c'est-à-dire l'intuition des beautés comme la connaissance,

c'est-à-dire l'intelligence, des chefs-d'œuvre de la littérature, de l'art et de la science.

Maintenant l'instruction élémentaire et l'instruction supérieure répondent-elles respectivement aux modes de conception de l'Intuition et de l'Intelligence? A cette question, on peut répondre non, si l'on considère l'enseignement primaire et l'enseignement supérieur tels qu'ils ont été institués en imitation du système de l'enseignement classique, c'est-à-dire conformément au mode intermédiaire de la Raison; mais il faut répondre oui, si l'on va au fond des choses, à la part d'acquisition certaine et véritablement à nous incorporée qu'impliquent ces deux modes d'enseignement. C'est qu'en cela comme en beaucoup d'autres choses, il faut toujours distinguer le fond et la forme, c'est-à-dire la matière première et le système qui l'organise en la mettant en forme. Or, le propre du génie moderne, tel qu'il évolue actuellement, c'est de pénétrer de plus en plus au fond des choses, de dépasser en deçà et au delà, les vérités moyennes et, en définitive, d'étendre nos facultés de connaître en accroissant simultanément et hors de toute proportion avec le passé la masse de nos connaissances. « Même pour les sciences, s'enrichir n'est pas toujours se perfectionner, » dit Cournot; il s'ensuit donc et momentanément une rupture d'équilibre dans l'architectonique de la raison telle que nous la concevons selon la tradition classique: « Trop d'idées et trop peu d'idées nuisent également à l'abondance, à la pompe, à la solennité, à l'harmonie du langage, » dit encore Cournot. Mais l'intuition et l'intelligence s'en rehaussent d'autant, et vont obliger la raison et son œuvre à se transformer, pour se prêter avec plus d'étendue et de souplesse à une architectonique nouvelle.

— En résumé, il faut distinguer dans l'éducation générale, c'est-à-dire dans l'éducation qui nous accompagne toute notre vie et qui seule nous garantit l'entier développement comme le plein exercice de nos facultés et de nos pouvoirs de tout genre : 1° l'éducation de l'Intuition; 2° l'éducation de la Raison; 3° enfin, l'éducation de l'Intelligence (p. 34).

I. — L'éducation de l'Intuition, base essentielle, organique, de toute éducation ultérieure, comprend :

1° — L'éducation instinctive et organique, c'est-à-dire physiologique;

2° — L'éducation affective et psychique, c'est-à-dire psychologique;

3° — L'éducation perceptive et technique, c'est-à-dire technologique.

II. — L'éducation de la Raison s'appuie sur l'expérience régulièrement organisée, c'est-à-dire pourvue de tous ses moyens d'expression; elle implique :

1° — L'éducation discursive et logique, par le moyen et sur l'appui des formes analytiques du langage général (1);

2° — L'éducation impérative et symbolique, par le moyen et sur l'appui des signes d'institution régulièrement organisés;

3° — L'éducation constructive et statique par le moyen et sur l'appui des formes synthétiques du langage général.

III. — L'éducation de l'Intelligence, dont le but essentiel, et tout philosophique alors, « est de bien distinguer, dans les idées que nous nous faisons des choses, ce qui appartient aux choses mêmes, de ce qui n'appartient qu'à la manière dont nous pouvons et voulons les envisager (2), » a pour objet fondamental la culture de nos facultés supérieures par laquelle nous acquérons la pleine conscience des moyens et des fins et le sens de leur accommodation mutuelle. L'éducation de l'Intelligence implique :

1° — L'éducation compréhensive et dialectique;

2° — L'éducation opérative et mécanique;

3° — L'éducation distributive et architectonique.

— Le but que se propose tout enseignement en général est d'organiser en nous un certain nombre de procédés mnémoniques, à la fois phsychologiques et technologiques, à l'aide desquels nous pouvons à volonté rejoindre le contenu mental de tout notre être, et, en l'exprimant, établir

(1) G.-J. Romanes. *L'évolution mentale*, etc. Paris, 1891, pp. 85 et suivantes.
(2) Bertrand (de Genève), *Dev. nouv. de la part. élém. des Mathém.*, 1778, ch. I, n° 5.

une communication constante et régulière avec nos semblables. Simultanément, l'enseignement se propose encore de nous endoctriner, c'est-à-dire de nous pourvoir des meilleures solutions (solutions classiques alors), de tous les problèmes que se pose constamment l'esprit humain; afin qu'elles nous puissent servir dorénavant de guides ou de modèles exemplaires. Mais, comme il est clair que ce second objet n'est possible ou réalisable qu'après l'accomplissement du premier; que, dans tous les cas, les solutions classiques, héritées nécessairement d'une civilisation antérieure, c'est-à-dire d'une tradition historique, sont toujours et au cours du temps sujettes à revision, il est dès lors évident que l'objet essentiel de l'enseignement consiste toujours, et au demeurant, à nous initier par l'apprentissage, l'exercice et la discipline, à l'acquisition comme au maniement ou à l'usage des signes d'institution ou de ces instruments artificiels « préliminaires indispensables de tous les travaux intellectuels » à l'aide desquels nous nous rendons compte à nous-mêmes et nous rendons compte aux autres des sentiments, des pensées et des émotions qui nous hantent et nous agitent les uns et les autres. Mais cela n'est encore qu'un côté de la question : notre activité n'est pas seulement intellectuelle et psychique, elle est encore manuelle et technique; nous n'éprouvons pas seulement, mais nous agissons, nous réalisons, nous ouvrons; et de là aussi toute une éducation technique ou de la motilité, indispensable complément de l'éducation psychique ou de la sensibilité.

Ces deux éducations, l'une affective et psychique, l'autre perceptive et technique, dont le développement en chacun de nous va toujours en progressant de plus en plus dans les stades successifs de la Raison et de l'Intelligence, sont, à l'origine, étroitement solidaires l'une de l'autre dans l'unité de notre constitution physiologique. Incessamment contrôlées l'une par l'autre et par le développement simultané de la raison ou de l'entendement qui se traduit par la parole, elles sont reliées l'une à l'autre et dans leur réalisation effective par l'intermédiaire du fonction-

nement des sens, du *tact* et particulièrement de la main, organe par excellence du toucher actif et distinctif. L'amplitude et le jeu des mouvements de la main sont extrêmes, puisqu'ils s'étendent à volonté en se graduant par en haut, sur notre déambulation générale et par l'intermédiaire de nos jambes; puis dans la station de notre corps, par les mouvements du tronc auquel se rattachent successivement les mouvements du bras, de l'avant-bras et du poignet. A partir de ce point et par en bas, les mouvements de la main se subdivisent successivement par le mouvement des doigts, puis par le mouvement de leurs articulations et enfin, terme final, ils trouvent leur limite dans la sensibilité extrême de leurs extrémités. Tous ces mouvements se coordonnent les uns avec les autres en prenant appui les uns sur les autres et tous ensemble sur le squelette matériel; finalement, pour l'extrémité des doigts et à cause de leur sensibilité vive et fragile, sur un appui extérieur, sur un objet matériel, un *outil* comme, par exemple, le pinceau, la plume ou le crayon. De l'éducation des mouvements de la main, comme de la discipline volontaire qui préside à la tension comme à la détente, c'est-à-dire à l'économie de l'action musculaire qui les accompagne, résultent les possibilités mécaniques de toute éducation mimique et technique et, par contre-coup, les possibilités intellectuelles et psychiques de toute éducation technologique ou psychologique conjointes et solidaires l'une de l'autre dans l'unité de notre plein développement esthétique et architectonique.

L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE

— *De l'objet et du but de l'enseignement primaire.* — L'enseignement primaire peut être envisagé sous deux aspects entièrement différents. Le premier, conforme au préjugé classique, considère l'enseignement primaire comme établi à titre d'institution d'instruction publique, et ne l'envisage plus que sous le rapport de l'adaptation plus ou moins

régulière de ses moyens à ses fins : fins d'ailleurs essentiellement politiques et gouvernementales. D'où vient que Cournot fait là-dessus les réflexions suivantes :

« Tout en reconnaissant les avantages de l'instruction primaire, on ne doit pourtant pas les exagérer. Puisqu'elle est tenue à se prêter à une transmission mécanique, il faut bien reconnaître qu'elle ne développe directement ni l'imagination, ni le sens moral, ni le patriotisme, ni le sentiment religieux. Elle habitue l'enfant à la discipline, à la règle, à la société de ses égaux, elle le soustrait souvent aux dangers de l'oisiveté et du vagabondage, et aux exemples pernicieux qu'il trouverait dans sa famille ; mais, d'un autre côté, elle le prépare à lire et à goûter, dans l'âge des passions, tous les écrits dangereux qui peuvent flatter ses convoitises, en lui inspirant la haine des classes supérieures et le mépris des traditions sur l'autorité desquelles repose en grande partie la hiérarchie sociale. Elle fortifie peut-être ou fortifiera l'organisation de la société sur les bases qu'on appelle logiques, c'est-à-dire sur la connaissance raisonnée d'un mécanisme nécessaire ; mais à coup sûr elle ne peut pas accroître la part qui revient, dans l'organisation de la société, à une autorité traditionnelle. En définitive, il n'y a que l'expérience qui puisse prononcer sur les résultats que doivent amener la diffusion et la généralisation de l'instruction primaire ; et il faut pour cela une expérience longtemps soutenue, faite dans des conditions très variées, de manière à dégager, mieux qu'on ne l'a pu faire dans les temps très agités où nous vivons, la part qui revient à la cause que l'on veut étudier, et la part qui doit être mise sur le compte des causes concomitantes.

« Ce n'est là d'ailleurs qu'un problème de curiosité philosophique : chaque siècle a ses tendances irrésistibles qu'il n'est guère plus aisé de combattre avec des arguments qu'avec des mouvements oratoires. Dans un temps où l'on ne conçoit pas que les institutions puissent se justifier par d'autres raisons que celles qui sont tirées de l'avantage du plus grand

nombre des membres de la société, en quelque rang que la Providence les ait fait naître, est-il possible de refuser à la multitude la jouissance d'une faculté ou d'un organe dont on ne saurait dire autre chose, sinon qu'on en peut user et abuser comme des autres dons de Dieu ? Et si l'on ne peut pas l'en priver systématiquement, il devient tout aussi impossible de ne pas favoriser des institutions qui tendent à généraliser l'acquisition de cet organe artificiel dont la privation constitue l'inégalité la plus sensible entre les personnes, au sein d'une société d'où l'esclavage et le servage ont disparu.

« Il faut donc accepter, même avec les dangers qu'elles recèlent peut-être dans leurs flancs, les institutions qui ont pour but de généraliser et de faire pénétrer partout l'instruction primaire. Ces institutions ont pris une grande place dans la civilisation européenne depuis quarante ans : elles en prendront encore davantage par la suite ; et l'on ne doit pas craindre d'affirmer qu'elles finiront toujours par renverser les digues dans lesquelles on aurait voulu passagèrement les contenir, à la suite des réactions de l'opinion et des tourmentes politiques. »

— D'ailleurs le développement de pareilles institutions se justifierait encore assez si l'on veut bien réfléchir à cette parole de Ch. Secrétan : « La richesse de l'ensemble est formée par les apports de chacun ; plus chacun possède, plus il contribue, et plus il donne plus il s'enrichit. » Mais comment enrichir chacun, et partant comment accroître la richesse de l'ensemble quand l'instruction et l'enseignement, comme il arrive d'ordinaire, ne se composent que de généralités vaguement encyclopédiques, de notions purement verbales, éphémères et fugitives comme la parole qui les communique ; quand l'*éducation* nécessaire à l'acquisition des connaissances véritables, à leur vérification permanente et à leur emploi journalier fait généralement défaut? Or, et étant donné le syncrétisme de notre constitution organique fondamentale, simultanément mais aussi séparément, physiologique, psychologique et technologique, la véritable éducation doit avoir essentiellement pour objet de

conditionner, en l'armant et en la disciplinant, l'activité tant physique que mentale et morale de tout notre être. Entre l'éducation puérile, dévolue à la famille, et par laquelle l'enfant, entre autres choses, apprend d'abord à *articuler* les mots de sa langue maternelle, et l'éducation adulte, professionnelle, qui s'acquiert en permanence au sein des activités spéciales et journalières qui concourent à l'activité générale de la société, s'interpose l'éducation par l'école. C'est par l'école que nous acquérons des idées, c'est par l'école aussi, et simultanément, que nous nous incorporons le mécanisme de leurs moyens d'*expression*, c'est-à-dire les signes d'institution qui les représentent. « A la nécessité de donner un corps à l'idée, par l'emploi d'images sensibles, — et parce que l'esprit humain n'est pas une intelligence pure, mais une intelligence fonctionnant à l'aide d'appareils organiques; parce que la vie intellectuelle est dans l'homme étroitement unie à une nature animale d'où elle tire ce qui doit la nourrir et la fortifier — tient la nécessité des signes d'institution, qui jouent un si grand rôle dans le développement de l'esprit humain..., nous pouvons remarquer que l'impression sensible des sons de la voix articulée ou des caractères de la parole écrite s'émousse d'autant plus par l'habitude, et par conséquent dérobe à l'idée une part d'autant moindre de l'attention, que la langue parlée ou écrite nous devient plus familière, sans que jamais l'idée puisse se passer tout à fait du support de l'impression sensible, même lorsque nous ne nous servons du langage que pour converser avec nous-mêmes et pour le besoin de nos méditations solitaires. » (Cournot, *Essai...*, I, 112.) Cette dernière remarque de Cournot nous explique comment, à mesure des progrès dans l'ordre de l'abstraction métaphysique ou de la poursuite des idées pures, résultat ultime de tous les travaux intellectuels accumulés par des générations sans nombre, les esprits spéculatifs se donnent volontiers l'illusion de réduire à rien ou à presque rien la part des signes d'institution, et, puisque seuls ils en peuvent discourir, de posséder en eux-mêmes toute vérité. Ces *intellectuels* demeurent ainsi complètement étrangers

au peuple qui ne peut les comprendre et qui continue tout naturellement et comme d'instinct à porter toute sa dévotion, toute sa crédulité au seul signe extérieur, au seul objet sensible et tangible.

— Envisagé sous le second aspect, conforme aux exigences de l'esprit philosophique — qui considère l'enseignement primaire en soi, non quant à sa *forme* administrative et politique, c'est-à-dire coutumière et contingente; mais exclusivement quant à sa *matière*, c'est-à-dire quant à la nature propre de son contenu positif et substantiel — et sur lequel peuvent se rallier tous les esprits à quelque confession qu'ils appartiennent, voici ce que dit Cournot :

« On s'accorde à regarder comme faisant le fond de l'instruction primaire : la lecture, l'écriture et les premiers éléments du calcul. Or, il n'a pas fallu moins que tous les progrès de la civilisation pour que l'on pût concevoir l'idée d'initier tous les hommes, sans exception ou sauf de rares exceptions, à ces connaissances qui sont le préliminaire indispensable de tous les travaux intellectuels, et qui ont aussi, en elles-mêmes, une utilité des plus évidentes, puisqu'elles dotent l'homme d'une sorte de faculté artificielle qui vient s'ajouter et comme s'incorporer à la faculté native du langage. Là où il n'y a pas d'écriture alphabétique, les individus peuvent faire plus ou moins de progrès dans la connaissance des caractères; mais le peuple ne peut pas, à la rigueur, apprendre à lire, et le champ de l'instruction primaire ne saurait être rigoureusement défini. Il en était de même, jusqu'à un certain point, chez les peuples de l'antiquité classique, qui payaient fort cher de mauvais manuscrits incommodes, sans ponctuation régulière, d'un déchiffrement difficile, même pour les grammairiens de profession, ainsi que nous l'apprennent plusieurs passages des écrivains anciens, notamment d'Aulu-Gelle. Encore aujourd'hui, chez les musulmans, qui préfèrent les manuscrits aux imprimés, et qui n'ont pas une ponctuation bien fixe, il n'est pas rare que l'on sache lire telle sorte de livres et non pas telle autre. Il fallait donc que l'on eût inventé, outre un alphabet et une ponctuation systématiques,

une matière peu coûteuse comme le papier, et un art comme celui de la typographie, qui donne aux caractères une forme nettement arrêtée, en même temps qu'il abaisse prodigieusement le prix des livres, surtout des livres d'école, pour qu'il y eût matière à ce que nous nommons aujourd'hui l'instruction primaire.

« Si l'on veut que l'instruction primaire s'adresse à toutes les classes de la population, il faut en outre que cette instruction, par la précision de son but, se prête à une sorte de transmission mécanique qui permette à un maître unique, souvent très peu instruit lui-même, de diriger d'une manière utile l'enseignement d'un grand nombre d'élèves confiés à ses soins. Il en faut conclure que l'étude d'une langue, même de la langue maternelle, en tant que cette étude dépasse les règles susceptibles d'une formule précise, ne saurait faire partie de l'instruction primaire; et il en faut dire autant des éléments des sciences, même des éléments du calcul, dès qu'on a la prétention d'y faire entrer le raisonnement et de ne pas se contenter de règles mnémoniques.

« Le chant, le dessin linéaire réduit à ses éléments pourraient aussi faire partie de l'instruction primaire, tandis que les arts de la musique et du dessin d'imitation rentrent dans l'instruction secondaire.

« Nous avons défini l'instruction primaire, celle qui donne à toutes les classes de la population un organe, une faculté jugée indispensable à tous dans l'état présent de la civilisation, celle qui se prête à une transmission quasi-mécanique, et qui, par là même, n'exerce pas une influence immédiate et directe sur la culture des autres facultés intellectuelles et morales. Quand cette limite est dépassée, on entre dans le domaine de l'instruction secondaire, ou, si l'on veut, dans le domaine d'une instruction *intermédiaire* où l'on ne peut plus trouver de ligne de démarcation tranchée, en se fondant uniquement sur la nature de l'instruction donnée. »

— *L'éducation et l'enseignement primaires.* — « Le rôle du mécanisme dans le monde est aussi universel qu'absolument subalterne, » dit un

philosophe allemand, H. Lotze (*Mikrokosmus*, I) et c'est à nous libérer de l'acquisition comme de l'organisation en nous de tous les mécanismes nécessaires, — « préliminaires indispensables de tous les travaux intellectuels et manuels, » — que s'emploie la première éducation, c'est-à-dire l'éducation véritablement primaire.

« C'est parce que le corps est une machine que l'éducation est possible. L'éducation consiste à former des habitudes, à surcharger d'une organisation artificielle l'organisation naturelle du corps, de façon que des actes demandant d'abord un effort conscient finissent par devenir inconscients et s'effectuent machinalement. Si l'acte qui demandait d'abord la connaissance distincte et la volition de tous ses détails nécessitait toujours le même déploiement d'efforts, » ce serait toujours à recommencer et « l'éducation deviendrait impossible ».— Huxley, *les Sciences naturelles et l'éducation*. Paris, 1891. Sur le *Discours de la méthode*, p. 23.

Donc quelque chose demeure acquis et se consolide en nous jusqu'à nous être véritablement incorporé et ce n'est rien de moins que la mémoire et l'habitude. D'abord inconscientes et désordonnées quant à leur contenu effectif, tout accidentel pour chacun de nous, la mémoire et l'habitude se régularisent par l'éducation, c'est-à-dire par la discipline volontaire. Chaque acte, chaque mouvement, pour être appris jusqu'à pouvoir devenir machinal et inconscient, en d'autres termes pour devenir véritablement organique, doit avoir commencé par être conscient et volontaire. Quand la volonté est faible, ce qui arrive pour chacun de nous au début, il la faut soutenir en amenant cette volonté à se subordonner à une volonté supérieure qui, par la persuasion et au besoin par la contrainte, nous prescrit d'obéir et de nous soumettre en vue d'un bien éloigné, mais certain. Telle est la mission particulière, essentielle, dévolue à la famille, à l'école et à l'atelier.

— Après la lecture et l'écriture de la langue maternelle (1), qui for-

(1) et du latin : «.... connaître les lettres et sonner les syllabes, lire en latin et même en français... A noter cette lecture latine avant la lecture française pour s'assurer que l'enfant ne devine

ment la base de l'enseignement rudimentaire à donner aux enfants, viennent ensuite et simultanément les enseignements de l'arithmétique, de la graphique et du solfège, qui forment la base essentielle et primordiale de tout véritable enseignement primaire.

I. — *L'Arithmétique,* — c'est-à-dire l'enseignement de la numération parlée et écrite, et des premiers éléments du calcul. En tant que parlée la numération se rattache directement à la langue courante. En tant qu'écrite, la numération constitue le premier exemple de notation systématique et régulière (1), c'est-à-dire « un instrument de recherches, de combinaisons et de preuves » d'où procèdent les opérations fondamentales du calcul numérique dont l'exposition raisonnée fait l'objet de l'enseignement d'une arithmétique élémentaire appropriée aux besoins du commerce et de la vie civile.

II. — *La Graphique.* — L'enseignement de la graphique se propose : 1° de nous initier par l'esprit au monde des figures, comme l'arithmétique nous initie au monde des nombres ; 2° de régler pratiquement, en prenant appui sur la *doctrine* des figures, la *méthode* à suivre pour leur acquisition, comme pour leur apprentissage ou leur maniement ; 3° enfin, et par surcroît, de pourvoir, par suite des exercices manuels qui s'ensuivent, à l'éducation technique élémentaire et simultanée de l'œil, de l'esprit et de la main. Cette éducation primaire accomplie, il en résulte, et dès le plus jeune âge, que les obstacles signalés (p. 87) à propos de l'apprentissage du dessin proprement dit, qui doit donner accès à la pratique des beaux-arts, se trouvent écartés du même coup et cela de la manière la plus naturelle du monde, la plus intéressante aussi, puisque, en outre de la technique manuelle et purement mécanique de l'art de graphier comme de l'art de dessiner, on y gagne encore la connaissance du monde

pas le mot, mais le lit méthodiquement. » — P.-H. Chérot, *Une proch. canonis.* in Etudes., S. J 20 avril 1897.

(1) « Quelques irrégularités dans notre numération parlée n'ont point d'inconvénients appréciables : les mêmes irrégularités dans notre numération écrite en auraient d'énormes. » — Cournot *Cons.*, t. II, p. 15.

des figures. Cette dernière connaissance constitue, au premier chef, une acquisition positive et de grand secours pour l'intelligence comme pour la pratique effective des arts d'industrie, de l'architecture et des arts d'ornement.

III. — *Le Solfège* (1). — L'étude du solfège ne conduit pas seulement à *lire et écrire la musique*, mais elle forme encore la base fondamentale et primaire de toute éducation musicale ultérieure. « L'étude du solfège est la base de toute éducation musicale : développant l'oreille, exerçant l'intelligence, elle est indispensable pour ouvrir l'esprit aux beautés esthétiques de la musique et pour former ainsi des êtres humains complets et accessibles à toutes les manifestations de l'art. » — E. Jacques-Delcroze, *Jour. de Genève*, 18 août 1894. — « Nous avons constaté, en commençant, que, dans toute étude, soit philosophique, soit mathématique, soit linguistique — ou simplement musicale — il faut toujours débuter par apprendre :

« Tout d'abord, les *idées* ou *objets*;

« Puis, les *noms* ou *appellations* qu'on leur a donnés ;

« Et enfin, les *signes* par lesquels on est convenu de les représenter.

« Personne n'ira, pensons-nous, contre cette méthode d'assimilation, élémentaire et primordiale, et d'une évidence au sujet de laquelle il est inutile d'insister. — Il est donc *de la plus absolue nécessité* de l'appliquer, d'abord et avant toute chose. » — A. Loquin, *l'Ens. prim. de la mus.*, Paris, 1885.

— L'arithmétique et la graphique, en se fusionnant dans la métrologie, donnent naissance à la logistique, puis aux reprises de la géométrie et de l'algèbre, et, par suite, à tous les développements que comporte le système général des mathématiques pures et appliquées.

(1) Ou la *solmique* ou la *sonnique*, si le sentiment d'une certaine symétrie qui n'est pas seulement dans la désinence des mots, mais qui, à ce que nous croyons, est aussi au fond des choses, du moins à les entendre du point de vue *alphabétique* et *grammatical*, suffisait à justifier l'emploi de l'un ou de l'autre de ces néologismes. Le solfège est aux arts de la musique ce que la graphique est aux arts du dessin ou aux beaux-arts.

La graphique et le solfège forment la base *écrite*, c'est-à-dire abstraite et purement intelligible, qui se retrouve sous tous les développements positifs et sensibles, c'est-à-dire autonomes et esthétiques, dont l'ensemble constitue le système général des beaux-arts.

Tout le surplus de l'enseignement primaire usuel, c'est-à-dire l'enseignement élémentaire de la grammaire et de la littérature, de l'histoire et de la géographie, des sciences physiques et naturelles, des mathématiques pures et appliquées, de l'arpentage et du système métrique, du dessin géométrique et du dessin d'imitation, de la musique vocale et instrumentale, etc., dont les développements sont indéfinis et toujours en voie d'accroissement ou de remaniement ; dont le choix et le dosage, toujours plus ou moins parcimonieux pour répondre aux besoins de l'école, sont nécessairement arbitraires ou tout au moins empiriques, est *secondaire*.

— « Dans l'arithmétique ordinaire, telle qu'on l'enseigne et qu'on doit l'enseigner aux commençants, se trouvent continuellement mélangées des règles et des théories qui n'ont ni la même valeur, ni la même origine : les unes portant sur les propriétés essentielles et absolues des nombres ; les autres se référant à la loi des signes artificiels auxquels nous avons recours pour représenter les nombres. Cette confusion, qui ne gêne pas l'exposition didactique, doit être signalée dans l'exposition philosophique dont le but, comme l'a parfaitement exprimé Bertrand de Genève (p. 134) « est de bien distinguer, dans les idées que nous nous faisons des choses, ce qui appartient aux choses mêmes, de ce qui n'appartient qu'à la manière dont nous pouvons et voulons les envisager. » — Cournot, *De l'origine...*, p. 12.

Par analogie on étendrait facilement ces remarques à la géométrie usuelle telle qu'on l'enseigne d'ordinaire. Cependant, une différence capitale s'impose et ne doit pas être perdue de vue : « L'arithmétique usuelle est plutôt une recette qu'une science, elle consiste en procédés dont le choix des notations fait tout le mérite. Que si l'on veut passer à

cette arithmétique supérieure qui traite des propriétés essentielles des nombres, indépendamment de tout système artificiel de numération, on rencontre promptement des difficultés qui arrêtent les esprits les plus sagaces. En géométrie, au contraire, des combinaisons bien plus variées aident au progrès continu de la science, en proportionnant toujours les difficultés à vaincre aux forces acquises et en fournissant, pour ainsi dire, à chaque esprit sa pâture. De plus, le signe qui doit, comme toujours, venir en aide à l'esprit dans son travail, est tout trouvé : car ce signe, c'est le tracé grossier de la figure même » — Cournot, *Cons.*, t. II, p. 39.

Ici nous sommes obligés de nous séparer de notre maître, et, à l'aide même de l'instrument qu'il maniait si merveilleusement, à savoir la critique philosophique, de pénétrer plus avant qu'il ne l'a fait, et qu'il ne le pouvait faire, dans les fondements mêmes de la géométrie. Si l'on sépare, en effet, dans l'enseignement ordinaire de la géométrie ce qui constitue essentiellement l'organisation de la science ou de la doctrine et qui relève de la *logique*, comme à l'opposite, ce qui constitue essentiellement les applications pratiques aux différents usages de la vie et qui relève de la *métrologie* (p. 53), il nous restera le fond essentiel, primordial et préexistant à toute géométrie, savoir la *graphique*, c'est-à-dire la doctrine des figures en général, dont les théorèmes de la géométrie ne sont qu'une interprétation très particulière et très spéciale. En conséquence, reléguant la géométrie ordinaire dans le système des sciences mathématiques, donc dans l'enseignement secondaire, il nous restera pour l'enseignement primaire la graphique d'une part, c'est-à-dire l'apprentissage du mécanisme des figures en général et, d'autre part, la métrologie, c'est-à-dire la théorie et la pratique du *système métrique*, dont les applications ordinaires à l'arpentage et à la vie civile procèdent à la fois de la graphique et de l'arithmétique, c'est-à-dire de la logistique ou de la théorie des grandeurs en général. La logistique donne lieu, dans le système général des mathématiques pures et appliquées,

aux développements indéfinis de l'algèbre et de l'analyse, ce qui rentre dans l'enseignement supérieur. Cela n'empêche nullement qu'il ne soit donné dans l'enseignement secondaire (en y comprenant ce que l'on appelle l'enseignement primaire supérieur) un enseignement élémentaire de l'algèbre et même de l'analyse. Mais c'est là une question d'économie intérieure, de pédagogie proprement dite, dans laquelle nous n'avons ni le désir ni la mission d'entrer.

IV

L'ENSEIGNEMENT DU DESSIN

I

LE DESSIN D'IMITATION. — LE DESSIN DE PRÉCISION.— LA GÉOMÉTRIE.

Tous les genres de dessin adoptés par l'enseignement officiel et suivis dans les écoles, quelle que soit la diversité de leur objet et pour variés que soient leurs modes d'exécution ou de rendu, se rangent, en définitive, sous deux catégories nettement distinctes : le dessin artistique ou d'imitation, et le dessin géométrique ou de précision. Le premier, appelé aussi le dessin à vue, ou à main levée, est considéré comme l'instrument nécessaire de toute culture artistique, et, par son organisation pédagogique, est considéré aussi comme préparatoire à l'enseignement comme à la pratique des beaux-arts ou des arts du dessin. Le second, appelé encore le dessin linéaire, s'exécute essentiellement au moyen de la règle et du compas, et subsidiairement à l'aide du té et de l'équerre. L'objet essentiel de son enseignement est d'inculquer, sous le couvert de « l'esprit géométrique », la préoccupation soutenue de l'exactitude et de la précision dans toutes les opérations graphiques afférentes à la pratique des arts et métiers, de l'architecture, et des beaux-arts en général.

1. — *Le dessin d'imitation et la doctrine des beaux-arts.*

Entre toutes les industries dont il s'ingénie sans cesse et qui concourent à la perfection de son art, l'artiste, d'accord en cela avec les *intellectuels*, c'est-à-dire avec les doctrinaires de la pédagogie et sous leur influence, en reconnaît une comme fondamentale et principale, le dessin. C'est en effet par le dessin, explicite ou implicite, actuel ou virtuel, que

l'artiste détermine les bornes plus ou moins arrêtées, mais toujours apparentes, de son ouvrage.

Quand surgit l'idée toute pédagogique d'un enseignement régulier de l'art et que s'instituent à cet effet « un art, des méthodes et des procédés à l'aide desquels on met chaque homme individuellement à même de tirer le meilleur parti possible de ses instincts natifs en développant les uns et en réprimant les autres », il paraît donc tout simple à la raison raisonnante de lui donner pour base ou pour support l'enseignement préalable et direct du dessin. N'est-ce pas par le dessin, en effet, qu'est écrite et comme resserrée dans ses limites rationnelles l'unité purement compréhensive de l'œuvre d'art? N'est-ce pas par le dessin encore qu'est transcrite avec autant d'exactitude et de précision que l'on voudra y en mettre la forme de tout ce qui se voit et se montre autour de nous ? C'est donc l'enseignement technique du dessin qui sera la base pédagogique de l'enseignement de l'art et le point de départ de toute initiation artistique. Mais comment cet enseignement va-t-il s'organiser et, puisqu'il s'agit du dessin d'imitation, quel choix sera fait parmi la variété prodigieuse de choses ou d'objets, naturels ou artificiels, qui peuvent être matière à exercices pratiques ? Or à ce sujet nulle hésitation et il y a longtemps déjà que la science pédagogique a dit là-dessus son dernier mot : entre tous les objets élaborés par la main des hommes et qui en ont reçu une empreinte artistique, seuls les chefs-d'œuvre de l'art classique, objets d'une admiration universelle, recèlent, par delà leur configuration ou leur forme positive, un principe d'art que l'on puisse instruire pour notre édification et duquel on puisse s'inspirer pour nous guider dans notre propre ouvrage. Ce postulat admis, on en déduit, que l'enseignement du dessin doit reposer essentiellement sur la copie des chefs-d'œuvre de l'art antique, de la Renaissance et des temps modernes, et qu'après un premier apprentissage sur des estampes ou des modèles de dessin on passera à la ronde-bosse ou aux plâtres, c'est-à-dire aux antiques, et de là au modèle vivant et à la nature.

Dès lors, ce qui n'était qu'un empirisme traditionnel, une industrie courante dans l'atelier du peintre et qui se conditionnait librement par la souple et vivante activité journalière — laquelle ne perdait jamais de vue son objet propre, à savoir l'œuvre à accomplir — se trouvant transporté dans l'atmosphère de l'école, dans un milieu essentiellement contraint et disciplinaire, va se roidir, s'apprêter, s'organiser logiquement et mécaniquement et devenir tout net une scolastique.

Or, au vrai et de quelque façon que l'on si prenne, à l'école comme à l'atelier, l'enseignement du dessin est un apprentissage comme un autre, et, comme dans tout apprentissage quelconque, il y faut distinguer deux éléments irréductibles l'un à l'autre, mais connexes et simultanés, l'un affectif et d'ordre psychologique, l'autre mécanique et d'ordre technologique. Pour donc ce qui concerne la mécanique du métier, l'apprentissage du dessin est pure besogne d'artisan, une affaire d'acquisition servile, de routine professionnelle et d'assiduité laborieuse. Quant à ce qui regarde l'éducation proprement dite, d'ordre psychique, tout dépend évidemment de l'aptitude des élèves, du choix des exercices et de la judiciaire des maîtres, toutes choses vagues et incertaines, et que l'on n'arrive à fixer tant bien que mal et seulement par voie d'autorité, qu'en les rattachant aussi étroitement que possible à une doctrine préétablie. Or, cette doctrine en possession d'état depuis environ trois siècles et qui repose sur la notion préconçue de la supériorité intellectuelle, littéraire et artistique des Anciens : « nos maîtres, ces hommes qui ont vu dans les arts la vérité mieux que nous parce qu'ils ont obéi davantage à l'inspiration spontanée du bon sens naturel, » a pour fondement essentiel le dogme de « l'imitation de la belle nature », sur lequel s'édifient les théories des belles-lettres et les théories des beaux-arts.

II. — *Le dessin de précision et la géométrie.*

Le dessin d'imitation repose au fond sur l'idée générique de la perception concrète et par conséquent syncrétique des formes de l'étendue.

Son enseignement s'organise en prenant pour appui objectif les chefs-d'œuvre de l'art classique, c'est-à-dire les Antiques, qui sont à l'enseignement du dessin d'imitation, ce que les théorèmes euclidiens sont à l'enseignement du dessin géométrique; les Antiques et les théorèmes, étant pris en bloc, comme modèles exemplaires, et soumis, pour les besoins de l'école, à une analyse purement logique et tout extérieure.

Le dessin géométrique organise son enseignement en prenant pour appui objectif les problèmes pratiques à nous révélés par les « Éléments d'Euclide » et pour appui subjectif, le dogme tout platonicien de la perfection géométrique du monde à nous formulé par les théorèmes de la géométrie.

— Le dessin géométrique repose au fond et humainement sur l'idée générique de la perception partielle, abstraite, et par conséquent analytique des formes de l'étendue.

Les *images* ainsi recueillies, discrétives et purement schématiques, sont appréhendées par l'esprit, qui, en vertu de son activité propre et guidé par la seule expérience pratique, en construit des complexes synthétiques et purement abstraits.

Ces images et ces complexes d'images que les faits et les pratiques de la vie accumulent en chacun de nous y demeurent à l'état latent. Au moindre appel, et sans qu'on en ait conscience, ils interviennent pour remplir leur office qui est de guider sans bruit notre activité journalière.

Ces images et ces complexes d'images étant appréhendés par la réflexion consciente et volontaire deviennent un objet d'étude pour le savant comme pour l'artisan. La raison pratique comme la raison spéculative s'y emploient et l'artisan selon la technique de son art, comme le savant selon la méthode de sa science en tirent, celui-là des règles pratiques qui le guident dans l'exécution de ses œuvres, et celui-ci des théorèmes spéculatifs avec lesquels il construit ses théories.

C'est qu'en effet le point de départ est le même aussi bien pour le savant que pour l'artisan ou l'artiste. De quoi s'agit-il pour l'artiste?

de tracer des lignes et de délimiter des espaces, de prendre à vue des points de repère, d'évaluer les distances qui les séparent et les inclinaisons des lignes les unes par rapport aux autres. Tout cela qu'il fait comme d'instinct et guidé par la seule habitude, c'est-à-dire par la routine journalière, n'est aux yeux de l'esprit que le problème fondamental de la géométrie pratique. L'artisan qui mesure des distances ou qui prend des dimensions, qui trace des plans ou des épures, qui appareille des matériaux de construction ou découpe des gabarits... fait encore de la géométrie, mais déjà il pratique une géométrie plus précise et plus évidente, sans que pour cela, sinon même à cause de cela, il soit réputé savant ou artiste. Tout le monde enfin, qu'on le sache ou non, obéit journellement et machinalement à une géométrie tout instinctive, parce qu'elle est inconsciente et purement réflexe.

Mais si le point de départ est le même chez tous les hommes, la forme que prend cette géométrie intuitive par l'usage que l'on en fait et les développements qu'on lui donne se différencie singulièrement. Purement intuitive encore et machinale chez l'artiste, elle s'organise en pratiques régulières chez l'artisan, pour qui elle devient une industrie connexe quoique toujours distincte de son ouvrage. Parallèlement et appréhendée par l'esprit qui en prend conscience, cette géométrie intuitive, dégagée par voie d'abstraction de toute attache avec la réalité sensible, et par ainsi réduite à une forme purement schématique, à l'*idée*, devient l'objet d'une science, la science par excellence, cultivée pour elle-même et sur elle-même par les géomètres.

« L'esprit grec se plaisait infiniment dans cette poursuite de l'idée pure, de la vérité intelligible, à travers la grossièreté du signe ou de l'image sensible. Au fond l'utilité pratique du genre de celle d'une arithmétique élémentaire ou usuelle, n'était pas ce dont les Grecs se souciaient beaucoup : ils tenaient bien plus à la rigueur, même pointilleuse, de la démonstration, à l'élégance idéale d'une construction dont un peu de sable faisait tous les frais matériels, et qui presque jamais n'était desti-

née à devenir ce que nous appelons une épure. Jusque dans leur géométrie, les Grecs de l'école classique portaient les qualités et les défauts d'esprit qui ont fait d'eux des artistes et des sophistes. » — Cournot, *Cons...*, II, p. 39.

— De ces trois aspects de la géométrie intuitive ou, comme on dirait maintenant, de ces trois stades de l'évolution des idées géométriques, le dernier seul, instruit et mis en forme par la scolastique grecque, et dont une rédaction d'Euclide, faite il y a deux mille ans, nous a transmis la doctrine, est incorporé à notre enseignement et, par l'école, fait la base de notre éducation géométrique.

La géométrie élémentaire ou classique, par la rigueur de la doctrine, comme par la dialectique savante qui préside à l'enchaînement des propositions, est considérée non seulement comme une science exacte, mais encore comme un modèle de raisonnements justes. Par là se justifie cette parole de Pascal : « Nous voyons par expérience qu'entre esprits égaux et toutes choses pareilles celui qui a de la géométrie l'emporte et acquiert une vigueur toute nouvelle. » C'est bien de la géométrie doctrinale et non de la géométrie intuitive que Pascal entendait parler; si donc l'on remplaçait le mot de géométrie par celui de théologie, il n'y aurait au fond rien de changé dans la pensée de ce grand tourmenté. Mais, dit Cournot, « de même que la critique distingue la langue populaire, la seule vraiment vivante, d'avec la langue littéraire, grammaticale ou cultivée, ainsi il importe de distinguer la religion populaire d'avec celle des théologiens et des docteurs où le dogme se définit, se précise et par cela même se conserve mieux, mais pour l'enseignement de l'école plutôt que pour le régime de la vie pratique. Car chacun sent la nécessité d'insister moins sur ce qui paraîtrait trop dur, de tolérer certains adoucissements, de faire à la dévotion populaire de nombreuses concessions, et parfois même de l'encourager afin d'y puiser la force qui ne saurait venir que du peuple. » — *Mat. Vit. Rat.*, p. 205.

— La géométrie élémentaire présente ses propositions sous deux

formes distinctes : le théorème et le problème. Le théorème établit et formule les propriétés intrinsèques des figures géométriques, le problème établit et formule la construction possible de ces mêmes figures. Cette division, établie « pour l'enseignement de l'école plutôt que pour le régime de la vie pratique », est purement doctrinale et scolastique, car, au fond, le théorème n'est que l'énoncé dogmatique, formulé par « abstraction et généralisation » d'une solution commune à tous les problèmes d'une même famille. Cela dit, il faut bien reconnaître qu'il se dégage de cet appareil extérieur, de cette mise en forme logiquement organisée, un charme particulier, un peu austère, comme il arrive pour la doctrine classique des « antiques », comme il arrive aussi pour la « théologie » et que goûtent pleinement les seuls initiés.

Les constructions fondamentales qui, depuis Euclide, sont données dans toutes les géométries élémentaires et qui forment toute la matière de l'enseignement du dessin géométrique, sont toujours restées dans la dépendance étroite des théorèmes qui ont servi à les établir. De là vient qu'en interprétant dans un sens scolastique ou positiviste la rigueur toute spéculative des anciens qui ne reconnaissaient effectivement comme solutions géométriques que celles qui peuvent se construire physiquement avec la règle et le compas, les modernes ont pris au pied de la lettre les formules d'Euclide et les ont canoniquement intronisées dans l'enseignement pratique. Mais les géomètres de la Renaissance comme ceux de l'école de Monge (1), en confondant l'abstrait avec le concret, l'idée avec l'image et en s'éloignant ainsi du pur génie grec, ont commis une grave méprise et qui a pesé lourdement sur la technologie des ouvriers, des artisans et des artistes des temps modernes et, particulièrement depuis la Révolution, sur ceux de notre siècle. Pour les Grecs,

(1) Se conformant en cela à la doctrine de Bacon : « Notre méthode laisse bien peu d'avantages à la pénétration et à la vigueur des esprits : on peut dire même qu'elle les rend tous presque égaux, car, lorsqu'il est question de tracer une ligne droite ou de décrire un cercle parfait, si l'on s'en fie à sa main seule, il faut que cette main-là soit bien sûre et bien exercée, au lieu que si l'on fait usage d'une règle ou d'un compas, alors l'adresse devient presque inutile. Il en est absolument de même de notre méthode. » — *Nov. org.*, I, 1, § 112.

en effet, qui ont fondé la géométrie, comme pour les Alexandrins, qui l'ont organisée comme science didactique, et qui n'avaient aucunement en vue, ni les uns ni les autres, la construction effective des figures, la règle et le compas, ces deux instruments de métier, faisaient simplement image et appuyaient pour l'esprit l'idée purement intelligible, la notion toute spéculative de la droite et du cercle.

— Les théorèmes de la géométrie avec leurs figures schématiques n'ont aucun sens concret, la figure n'est qu'un signe sensible, mais purement accessoire et dont le véritable géomètre peut toujours se passer. C'est ce qui fait dire au collège, que « la géométrie est l'art de raisonner juste sur des figures mal faites ». En ce sens donc, et d'une manière purement scolastique, savoir la géométrie, c'est posséder dans sa mémoire le plus grand nombre possible de propositions de géométrie, c'est encore de pouvoir énoncer sur-le-champ justement le théorème ou le problème préétablis qui convient à telle ou telle question pratique. En d'autres termes, l'application de la géométrie consiste à reconnaître si, parmi tous les problèmes théoriques construits à l'avance et *a priori*, il en est quelqu'un que l'on puisse appliquer à la question pratique que l'on a en vue de résoudre, c'est-à-dire et théoriquement de soumettre elle-même à une reconstruction rationnelle et statique, à une interprétation discursive et logique et enfin à une exposition compréhensive et dialectique.

Nos conceptions vont plus loin que nos perceptions, mais pour les exprimer, et par suite de l'union intime de la pensée et de la langue, force nous est de reconstruire celle-ci à mesure des progrès de celle-là. L'activité de l'esprit venant à s'exercer « sur des notions communes, qu'exprime la langue commune, les précise, les combine ou les développe en donnant une acception technique aux termes vulgaires, et en créant au besoin des termes techniques, de manière que chaque science ait sa langue qui se constitue et se fixe en même temps que la science ». (Cournot). La langue générale et alors entièrement rationnelle de ces

langues particulières est la logique et, comme le dit Leibnitz, « la logique des géomètres est une extension ou promotion particulière de la logique générale ». La science est donc la connaissance logiquement organisée, mais « pour l'enseignement de l'école plutôt que pour le régime de la vie pratique ». En d'autres termes, la science de la géométrie est la reconstruction logique, et purement rationnelle, c'est-à-dire n'empruntant rien ou presque rien à l'expérience, des intuitions primordiales communes à tous les hommes. Ces faits d'intuition réduits à leur minimum et formulés sous la forme d'axiomes, de postulats ou de définitions sont alors retirés de la vie commune et, considérés à part, deviennent les fondements de la construction purement abstraite des propositions, théorèmes ou problèmes, qui sont pour la logique formelle ou la scolastique positive l'objet même de la science et dont, par la seule voie déductive, on peut tirer une multitude de conséquences.

Cette organisation logique de la connaissance revient donc et dans l'enseignement, à une scolastique. La fameuse loi des trois états d'Auguste Comte n'a de sens que dans l'école et par l'école : c'est par l'école, en effet, que nous est inculquée la foi superstitieuse en la science dogmatique. Or la science dogmatique n'est pas autre chose qu'une scolastique, et la scolastique (1) d'abord *théologique* au moyen-âge avec le dogme de la révélation ou du théisme, puis *métaphysique* depuis la Renaissance avec le dogme de l'humanisme, est devenue enfin *positive*, avec le scientisme, c'est-à-dire avec le dogme de la science telle que l'entendent les positivistes. La scolastique, dans ses phases successives, a donc seulement changé sa *matière*, mais non pas sa *forme* qui est de

(1) « Quelques restes de la philosophie grecque, commentés, remaniés par le génie latin dans sa décadence (comme ils l'étaient ailleurs par le génie des races de l'Orient) s'incorporèrent à ce qui faisait le fond des études cléricales; et de cet amalgame, ou plutôt de cette fécondation secrète, resulta un produit nouveau : un système à la fois philosophique et théologique, où la philosophie donnait à la théologie sa forme, où la théologie prêtait à la philosophie l'appui de son autorité dogmatique; système merveilleusement approprié aux disputes et aux exercices des écoles, et que pour cette raison l'on a nommé la *scolastique*. » — Cournot, *Des Inst.*, p. 560.

nécessité et inéluctable, mais, dit Cournot, « pour l'enseignement de l'école plutôt que pour le régime de la vie pratique ».

— En résumé, pour les savants comme pour les profanes, les données fondamentales qui sont au fond de toute science parce qu'elles sont au fond de l'esprit humain sont tout à fait indépendantes de la forme logique qu'on leur donne, du cadre dogmatique qui les enserre et enfin du système scientifique qui les rapproche les unes des autres en visant à une architectonique qui «ordenne du tout ». C'est pour cela qu'il importe grandement de les en dégager en faisant retour à leur primitive origine : l'intuition des sens, par laquelle toute mémoire et par conséquent toute connaissance intime et profonde, c'est-à-dire organique, se fonde et s'établit.

Remontant aux trois stades successifs ou simultanés de l'évolution des idées géométriques, et nous emplaçant au cœur de chacun d'eux, nous reconnaîtrons trois ordres de faits :

1° Ceux qui relèvent de la pratique instinctive et machinale. C'est le stade de la géométrie intuitive et qu'instruit la raison pure ;

2° Ceux qui constituent les pratiques organisées et sans nombre des arts d'industrie et des arts d'ornement, de l'architecture et des beaux-arts, et qui se révèlent dans les chantiers et les ateliers, comme aussi dans les traditions et les œuvres effectives. C'est le stade de la graphique générale et qu'instruit la raison pratique ;

3° Et enfin, ceux qui sont élaborés par la réflexion scientifique et coordonnés en doctrines logiquement organisées. C'est le stade de la géométrie pure et appliquée et, à un point de vue tout scolastique, le triomphe de la raison spéculative.

La géométrie des anciens, dans son syncrétisme raisonnable et comme corps de doctrine, n'en subsiste pas moins ; la *géométrie moderne* aussi qui raisonne « dans les cas les plus compliqués, sans le secours de ces figures qui, en absorbant l'attention, entravent la pensée » ; et même

l'hypergéométrie, la géométrie méta-euclidienne ou à n dimensions (1). Mais enfin, les unes et les autres s'éloignent trop et à perte de vue du *régime de la vie pratique* dont il est si nécessaire de se préoccuper pour voir sainement et largement le monde qui nous entoure et y faire, notre vie durant, œuvre qui vaille.

II

LA GÉOMÉTRIE. — LA GÉOMÉTROGRAPHIE. — LA GRAPHIQUE.

I. — La géométrie.

Définitions de la géométrie. — La *géométrie générale* qui domine toutes les géométries particulières et spéciales et qui, en dernière instance, les instruit toutes, étudie la génération et les propriétés purement descriptives des figures dans l'Espace, des figures dans le Plan et des figures sur la Droite. La figure considérée, dans laquelle il faut concevoir les plans et les droites comme s'étendant à l'infini, et sans avoir égard à leurs limitations particulières ou figurées, n'est pas autre chose que le complexe des éléments qui la constituent, ou, ce qui revient au même, le complexe des positions successives et distinctes d'un même élément qui se déplace dans l'espace.

La *géométrie ordinaire* ou usuelle, au contraire, d'un syncrétisme raisonnable, plus accessible au gros des hommes, et en cela d'ailleurs

(1) « Il nous paraît donc acquis que le domaine de la géométrie pure s'étend bien au delà des limites que notre imperfection physique lui fait assigner au premier abord. Et cela admis l'esprit se rend compte de l'existence possible de mondes et de vies infiniment supérieurs aux nôtres. Quel champ ouvert à l'esthétique, par exemple, et imagine-t-on ce que serait une hyperstatuaire à quatre dimensions ou plus encore!

« On est aussi conduit dans cette voie à une notion nouvelle de l'infini ; nous ne connaissons effectivement que l'infini de la droite, du plan ou de l'espace à trois dimensions. Mais envisageons l'espace à un nombre de dimensions de plus en plus grand, et nous nous élèverons à l'infini de l'espace à un nombre infini de dimensions. » — FARJON, *Nouv. An. de Mathém.*, 1895.

Cette métaphysique de la mathématique appliquée à la géométrie n'est pas au fond plus singulière que l'esthétique proprement dite ou la métaphysique de la littérature appliquée à l'art. Avec cette manière de voir et pour autant qu'ils s'y conforment, le mathématicien et l'artiste seraient considérés comme des êtres d'exception, aberrants, et qui n'habitent plus l'espace réel.

conforme à la raison pratique, étudie les propriétés métriques et graphiques des limitations particulières et figurées de l'étendue. Après avoir nommé et décrit ces limitations particulières elle en étudie les propriétés, soit et au point de vue théorique en établissant les relations qui font dépendre les unes des autres les différentes parties de la figure; soit, et au point de vue pratique, en enseignant à les mesurer, à les calculer et à les graphier.

Ces limitations particulières et figurées qui constituent les figures géométriques proprement dites, étant considérées au point de vue quantitatif, c'est-à-dire logistique ou de la *théorie des grandeurs*, sont définies en fonction de l'étendue qui est alors posée comme ayant trois dimensions: longueur, largeur, et hauteur ou profondeur. Et cela veut dire, au point de vue métrique: — 1° que toute étendue corporelle ou solide de quelque forme qu'elle soit est équivalente à la même masse repétrie ou moulée sous la forme d'un cube ou d'un solide géométrique défini qui a des faces, des arêtes et des sommets, c'est-à-dire, et au demeurant, un complexe de plans, de droites et de points ; — 2° que toute étendue superficielle, quelle qu'en soit la forme, le modelé ou les accidents de surface, se ramène à l'étendue plane ou planifiée à deux dimensions et que, finalement, elle est équivalente à la surface d'un carré, c'est-à-dire d'une figure plane définie par ses côtés et ses sommets, au demeurant un complexe de droites et de points; — 3° que toute étendue linéaire, pour diverse qu'en soit la figure, est conçue comme rectifiée, c'est-à-dire ramenée à l'étendue rectiligne à une dimension et qu'elle est équivalente à une grandeur rectiligne, c'est-à-dire et finalement à une longueur de droite, ce qui revient à un complexe de points.

Mais l'étendue n'est pas seulement quantitative, elle est aussi qualitative, c'est-à-dire plastique. En d'autres termes, une même masse quelconque d'étendue, tout en restant quantitativement la même, peut prendre toutes les formes imaginables, elle peut se masser en boule ou se mouler en cube, s'étendre en nappe ou s'étirer en fils; ou bien, et si l'on

suppose l'étendue rigide et solidifiée, se tailler, se tourner, se découper de mille manières. La masse ou la quantité de matière purement abstraite, c'est-à-dire dépouillée de toute qualité physique et sensible, demeure homogène et d une densité indéterminée sous toutes ces métamorphoses.

— La géométrie ordinaire ou la science de l'étendue considérée dans les distances et les dimensions, les figures et les formes, et qui étudie la génération et les propriétés métriques et graphiques des figures, se divise en trois géométries distinctes quoique solidaires dans l'unité de la géométrie générale, c'est à savoir :

La géométrie de l'espace, ou de l'étendue considérée comme rapportée à trois coordonnées rectangulaires, ou, ce qui revient au même, comme ayant trois dimensions,

La géométrie du plan ou de l'étendue rapportée à deux coordonnées rectangulaires, ou à deux dimensions,

La géométrie de la droite enfin, ou de l'étendue considérée comme ayant une seule dimension.

Cette division de la géométrie ordinaire en trois géométries particulières est purement de commodité, elle n'a d'autre but que de graduer l'ordre des difficultés naturellement inhérentes à nos moyens d'investigation et de manutention nécessairement bornés et successifs.

— Les figures dans l'espace, dans le plan ou sur la droite, leurs relations mutuelles et toutes les conséquences métriques ou graphiques qui en dérivent font l'objet de ce qu'on appelle la Géométrie moderne par opposition dogmatique à la géométrie ancienne, Euclidienne ou classique. Cette géométrie moderne (dont Desargues d'abord, Descartes et Pascal ensuite, sont les véritables fondateurs), qui porte aussi les noms de géométrie supérieure, de géométrie projective, de géométrie de position, enfin, de géométrie synthétique, se distingue essentiellement de la géométrie ordinaire ou des Anciens et de la Géométrie analytique ou Cartésienne, en ce que, dans sa constitution comme science ou comme corps de doctrine, elle ne fait aucun usage de la notion de mesure ou de

grandeur, non plus, par conséquent, des applications du calcul et de l'analyse mathématiques.

La Géométrie moderne met simplement en jeu la faculté d'imaginer et de se représenter dans et par l'esprit les relations de position qu'elle établit entre les plans, les droites et les points. En outre, et pour construire ses figures, elle emploie deux opérations fondamentales et deux seulement : *projeter* et *couper*, projeter d'un point fixe ou d'une droite fixe, couper par un plan fixe ou une droite fixe.

Comme toute faculté a besoin d'exercices pratiques pour se développer, un certain apprentissage de ce que, depuis Monge, on a appelé la Géométrie descriptive sera évidemment d'un grand secours. La Géométrie descriptive, qui est une méthode systématique, une technologie plutôt qu'une science, fait, comme la géométrie de position, un appel constant à la faculté de se représenter comme aussi de concevoir les figures dans l'espace. Comme elle aussi, elle considère bien moins les relations de grandeur que les relations de position des figures ou des éléments soit les uns par rapport aux autres, soit par rapport aux plans de projection. En outre, la connaissance géométrique de la perspective ordinaire, telle qu'on la concevait avant Monge et telle qu'on la pratique encore après lui, sera éminemment utile. C'est la perspective ou la projection centrale qui a fourni les principaux fondements de la géométrie moderne et nombre d'expressions du vocabulaire de celle-ci sont empruntées à celle-là.

— Les différents systèmes de projection géométrique qu'emploient la Géométrie descriptive, la Perspective ordinaire, la Perspective cavalière et enfin la Perspective isométrique, sont autant de méthodes spéciales instituées pour représenter systématiquement sur un plan : la forme ou la configuration des objets naturels ou élaborés par notre industrie; le complexe des opérations techniques ouvrières qui comportent des épures; et enfin les conceptions de la Géométrie aux trois dimensions.

Ces méthodes font le passage de la géométrie ancienne à la géométrie

moderne, elles se réfèrent à la première sorte de figures, les figures dans l'espace, lesquelles sont rapportées par le moyen des systèmes de projection à l'espace géométrique défini ou aux trois dimensions. D'autre part, ces méthodes se rattachent à la géométrie ordinaire ou classique de deux manières : théoriquement par la rigueur dogmatique de leurs définitions; pratiquement par la rigueur toute formaliste qui préside aux constructions graphiques.

— La manière particulière à la géométrie moderne, qui est de considérer les objets géométriques dans *l'état le plus général*, si elle fortifie et éclaire véritablement l'esprit qui veut connaître, ne laisse pas que d'être insuffisante pour instruire et éduquer l'esprit qui veut agir. Autre chose est l'intelligence de la géométrie, autre chose est l'éducation géométrique; celle-ci, qui doit se prêter en leur venant en aide à tous les développements de notre activité non plus spéculative mais pratique, c'est-à-dire à la fois industrieuse et esthétique, ne peut s'accommoder d'une pareille métaphysique, car c'est de réalités concrètes, à la fois tangibles et sensibles, dont cette activité se nourrit et s'entretient.

En ce sens donc, la géométrie ordinaire ou classique par son syncrétisme intelligent, et quand on a fait la part du formalisme dogmatique qui l'enserre, est bien plus efficace pour notre éducation. Malheureusement, restée trop fidèle et trop exclusivement au sens transparent de son étymologie, la géométrie est demeurée comme figée autour des seules applications pratiques qui comportent l'idée de mesure et sans tenir un compte suffisant des idées d'ordre, de symétrie et de disposition, en un mot de l'architectonique propre des figures en tant que figures.

II. — La géométrographie

— « La géométrie comporte des figures de deux espèces : les unes, purement théoriques, n'exigent presque aucun soin de tracé; elles se composent, le plus souvent, de lignes grossièrement exécutées à la craie

sur une planche noire, et suffisent, telles quelles, pour porter dans l'esprit la plus entière conviction. Il existe même une foule de propriétés que l'on parvient à démontrer indépendamment de toute représentation matérielle. La pensée, dans les deux cas, supplée, presque sans effort, à l'absence comme à l'imperfection de la figure.

« Mais aussitôt qu'un dessin géométrique a un but d'utilité, dès qu'il est susceptible de recevoir une destination spéciale et pratique, cette imperfection ne peut plus être tolérée; il est indispensable que les lignes y soient bien droites et bien déliées, les cercles parfaitement ronds, les courbes fidèlement reproduites et purement tracées, les intersections distinctes et rigoureusement obtenues, les mesures exactement relevées et convenablement appliquées; enfin, tout doit approcher, autant que possible, de cette perfection absolue qui fait l'essence des conceptions géométriques, et sur laquelle repose toute la rigueur des démonstrations.

« Ces dernières remarques se rattachent plus particulièrement à la science des projections en général; on parvient à les mettre en pratique par le moyen de l'art du trait.

« Cet art est celui qu'exercent dans le cabinet les architectes et les ingénieurs; et, dans les grands chantiers, les appareilleurs, les charpentiers, les constructeurs de navires, en un mot, toutes les professions savantes qui ont pour but de donner des formes rigoureuses à la matière brute.

« Quand un dessin ressort de l'art du trait, on sait qu'il prend le nom d'épure. » — Cousinery, *le Calcul par le Trait*. 1840.

— « Le trait ou dessin graphique de la charpente, tel qu'il est convenable de l'exécuter sur le papier pour en étudier les principes avec fruit, diffère essentiellement du tracé des épures sur le terrain.

« Dans le premier cas, il faut que l'élève s'attache avec une rigoureuse exactitude à représenter chaque morceau de bois qui entre dans la composition de son dessin, sur toutes ses faces, avec les détails de

toutes ses coupes, joints et entailles, afin de se bien pénétrer de sa forme, de la place qu'il doit occuper, de son importance, et des rapports que tous doivent avoir entre eux.

« Dans le TRACÉ DES ÉPURES, il faut au contraire que le praticien qui l'exécute apporte toute son attention à faire ce travail le plus simplement possible : il faut qu'il évite les opérations longues et minutieuses de l'école, pour les remplacer par des procédés simples et expéditifs qui soient à la portée des ouvriers d'établissement. Chaque morceau doit y être représenté par une ligne seulement; mais il faut qu'il voie par la pensée ce morceau dans la position et à la place qu'il doit occuper, et il faut en plus qu'il fasse comprendre cette position aux ouvriers qui travaillent sous sa direction au moyen d'un explication faite le plus brièvement possible.

« Ce talent d'exécution, que les ouvriers appellent l'ORIENT, demande pour être acquis une grande habitude de pratique jointe à la connaissance entière des principes du trait; il donne à celui qui le possède une qualité que l'on peut appeler la PRATIQUE DE L'APPAREIL, dans laquelle sont renfermés la connaissance des principes de la théorie et l'art de les appliquer judicieusement aux procédés de la pratique. » — EYERRE, *Alphabet du charpentier*. Introd., p. 28. Paris, 1855.

— La GÉOMÉTROGRAPHIE *ou l'art des constructions géométriques*, tel est le titre d'une brochure publiée en 1892 par M. Lemoine, ancien élève de l'école polytechnique.

De ce travail extrêmement intéressant, surtout parce qu'il révèle le fort et le faible de la géométrie, entendue strictement au sens dogmatique, nous extrayons les paragraphes suivants :

A propos d'un mémoire sur le même sujet et publié en 1888, l'auteur s'exprime ainsi dans l'introduction : «... Nous venions d'avoir l'idée générale de la mesure de la simplicité dans les sciences mathématiques, raisonnements et constructions; nous y avions développé l'application à l'évaluation de la simplicité des constructions faites avec la règle et le

compas, en partant des constructions séculairement classiques adoptées comme constructions fondamentales, et nous avions appliqué notre méthode à l'évaluation de leur simplicité, afin que l'on puisse adopter les symboles de ces constructions pour évaluer la simplicité des solutions d'un problème quelconque. Ce but, nous l'avons rempli en ce qui concerne les solutions classiques examinées. Nous étions loin de soupçonner que ces constructions fondamentales étaient pour ainsi dire *toutes* à réformer et à réduire, même les plus simples, comme celle de : *mener par un point donné une parallèle à une droite donnée*, de sorte qu'il faut les reprendre pour donner une base réelle aux applications de notre théorie; c'est cette étude que nous faisons aujourd'hui en y ajoutant la notion, plus importante encore que celle de la *simplicité*, de l'*exactitude* des constructions. Dans le dit mémoire, quelques-unes des constructions d'*application*, comme, par exemple : *mener la bissectrice d'un angle dont on ne peut prolonger les côtés jusqu'au sommet*, ne sont pas les plus simples et ce sont les plus simples que j'aurais dû rechercher, mais je n'étais pas encore habitué au maniement de la méthode qui est beaucoup plus délicate à appliquer sans erreur que l'*extrême* simplicité de son exposition ne peut le faire pressentir; je prenais instinctivement pour types les constructions les plus simples à *exprimer* comme étant les plus simples à tracer, sans avoir encore remarqué qu'il n'y avait *aucun rapport* entre cette simplicité d'expression et la simplicité réelle de l'exécution... »

« Toutes les constructions fondamentales données depuis Euclide dans les géométries élémentaires sont dans la dépendance étroite des théorèmes qui ont servi à les établir, et les géomètres ne se sont occupés que de la simplicité toute spéculative du raisonnement et de son expression.

« Le géomètre cherche la simplicité de la phrase, de la déduction, de « l'idée ; si l'énoncé de la construction qu'il indique est simple, il dit : « la construction est simple; » c'est de cette simplicité dont on s'est exclusivement occupé jusqu'ici. L'art de la construction géométrique

ou géométrographie se place à un tout autre point de vue qui, quoique n'ayant point été remarqué jusqu'ici, repose sur des principes d'une simplicité extrême; son importance tient, non principalement au temps, qu'en le pratiquant, on peut gagner dans la construction d'une figure, ce qui, à un certain point de vue est un détail, mais surtout à l'exactitude plus grande qu'il permet d'atteindre en réduisant au minimum le nombre des opérations à effectuer. Enfin, il présente l'avantage d'être un *critérium* pour juger de la simplicité d'une construction. Le besoin de ce critérium sera démontré quand on remarquera que *la plupart des constructions célèbres* par leur simplicité et leur élégance ne sont pas ordinairement les plus simples à construire qui soient connues. On les a crues simples parce qu'elles s'énoncaient simplement en faisant image et se retenaient sans difficulté.

« Nous n'avons pas eu pour but, dans l'étude de la simplicité et de l'exactitude des constructions, de créer quelque chose qui correspondît exactement aux cas de la pratique, nous croyons du reste la chose impossible pour beaucoup de raisons... les opérations sont en réalité, quelquefois impraticables, quelquefois fort difficiles; aussi l'appréciation de toutes les combinaisons diverses qui peuvent se présenter de cette façon échappe bien évidemment à toute mesure. Du reste, rien que ce travail, où sont simplifiées effectivement par notre méthode les constructions fondamentales séculairement admises, de la géométrie, suffit pour établir son utilité, car il est difficile de croire que si l'attention des géomètres avait été attirée de ce côté, ils eussent mis comme à plaisir de toute antiquité, dans les traités didactiques, des types de construction compliqués, s'ils avaient pensé qu'il en existât de plus simples.

« J'ai dit que les géomètres n'avaient jusqu'ici cherché que la simplicité spéculative du raisonnement et de l'expression, qu'ils n'ont pas paru soupçonner que la simplicité de la construction réelle était tout autre.

« Cela vient évidemment de ce que les géomètres construisent peu en général, et l'*art de la construction* n'a pas eu jusqu'ici de place dans la

géométrie : 1° parce que les géomètres spéculatifs ne s'en sont jamais occupés ; 2° parce que les dessinateurs de profession n'ont en général que très peu besoin de ces subtilités dans les constructions usuelles, de leur métier, qu'ils doivent avoir l'esprit plus appliqué à la pratique proprement dite qu'à des recherches théoriques.

« Il n'est point surprenant que la simplicité du raisonnement spéculatif ne corresponde pas *très fréquemment* à la simplicité de la construction : 1° parce que le lexique géométrique permet de condenser souvent en un mot des opérations plus complexes ; 2° parce que le raisonnement est libre de toute entrave, tandis que la construction est assujettie à se servir de certains instruments déterminés, la règle et le compas, au moyen desquels il faut que tout s'exécute.

« Je ne m'occupe point de l'exposition de la géométrie ; pour chaque question, plus elle sera concise, élégante, mieux cela vaudra, et il n'y a rien à changer à l'idéal de perfection que le géomètre doit poursuivre ; je vise autre chose, car, *à côté* de la solution spéculative d'une question, il y a la construction effectuée de cette solution, et la façon de réaliser les constructions constitue une branche particulière de la connaissance, un art dont on ne s'est jamais occupé. Dire que les constructions géométriques ne sont, au fond, que spéculatives, c'est dire qu'on ne les exécute jamais. C'était vrai pour les Grecs ; s'ils traçaient des figures en croquis sur le sable, la chose servait simplement à aider le raisonnement, mais ce n'était pas de la construction. Cela explique qu'eux, si affinés, si ingénieux dans leurs spéculations géométriques, n'aient point eu l'idée de la géométrographie, qui n'avait pas d'objet puisqu'ils ne faisaient pas d'épures ; nous disons, nous, une construction faite au moyen de la règle et du compas, les Grecs disaient une solution possible avec la droite et le cercle, notre expression indique les instruments de la construction, la leur les données spéculatives. L'idée si simple et si naturelle de la géométrographie n'est pas née plus tôt, précisément parce que la géométrie nous vient des Grecs, que nous avons naturellement suivi leurs

traces, adopté leurs méthodes, développé leurs conceptions, etc., sans imaginer qu'à la base il se trouvait un détail auquel ils ne devaient pas avoir songé, puisque son objet : la construction géométrique effective, n'existait pas pour eux. Aujourd'hui, la géométrographie s'impose, au contraire, car l'on utilise pratiquement beaucoup de constructions géométriques et des plus délicates dans les ateliers de précision, pour les machines, etc... »

— Le mot Géométrographie, proposé par M. Lemoine, est un mot bien fait. Il est commode, il est même nécessaire, du moins tant que durera la tradition disciplinaire et scolastique qui, dans l'enseignement de nos écoles, préside à notre éducation géométrique et graphique.

La géométrographie considérée comme corps de doctrine se compose de trois parties :

La première partie, fondamentale, a pour objet le trait de la géométrie de la ligne droite et du cercle, et par conséquent le tracé des figures qui en procèdent interprété au plus près de la rigueur spéculative et conformément à l'esprit de l'enseignement géométrique tel qu'il est institué dans nos écoles.

La deuxième partie a pour objet le trait de la géométrie descriptive et de ses applications à la théorie des ombres et du lavis, à la perspective, à la coupe des pierres et de la charpente, et généralement au dessin de l'architecture et des machines, opéré conformément à la doctrine de Monge et de ses disciples.

La troisième partie enfin a pour objet la « représentation des forces par des grandeurs géométriques, ce qui permet de transformer les questions de statique en simples problèmes de géométrie appliquée, et d'arriver, par suite, à des solutions souvent beaucoup plus simples que celles de l'analyse algébrique, dans les cas notamment où certains éléments à déterminer sont des grandeurs géométriques, qui doivent, en définitive, être reportées sur des plans (1). » Cette méthode, surtout em-

(1) F. Reuleaux, *le Constructeur*, p. 77. Nous ne saurions trop recommander la *Cinématique*

ployée par les ingénieurs et les constructeurs de machines, porte différents noms : Calcul par le trait, Calcul graphique, Arithmétique graphique ou Arithmographie, Graphostatique ou enfin Statique graphique. Cette méthode est précisément l'inverse du calcul géométrique, qui a pour but de représenter par les notations de l'algèbre les constructions mêmes de la géométrie analytique et qui diffère de la géométrie analytique en ce qu'elle s'attaque directement aux figures sans passer par l'intermédiaire des coordonnées cartésiennes.

III. — La graphique

Un traité de graphique, pour être pratiquement complet, et ce serait alors une véritable *Encyclopédie*, ou, pour être théoriquement condensé ou abrégé, et ce serait alors une véritable *Somme*, doit comprendre, dans tous les cas, trois parties essentielles, savoir : *la graphique des lieux, la graphique des figures* et *la graphique des formes*.

I. — *La graphique des lieux.* — La graphique des lieux a pour fondement théorique la science des mathématiques pures et appliquées et pour fondement pratique le trait de géométrie ou la géométrographie.

L'astronomie et la géodésie, la topographie et l'arpentage, les travaux publics et les constructions civiles, les arts et métiers en général en font autant d'applications particulières et qui donnent lieu, au sein de la société, à nombre d'industries spéciales, de professions ou de métiers infiniment variés et divers.

Ce qu'il est important de remarquer, c'est que tout le détail technique de ces applications, pour nombreux et compliqué qu'il soit, gravite pourtant autour d'une idée fondamentale très simple, à savoir que : *toute mesure exacte d'une grandeur géométrique revient à la mesure d'une longueur ou d'un angle*, et que, *tout tracé exact se ramène en définitive à l'emploi de la règle et du compas.*

du même auteur (Paris, 1877). Les remarquables considérations philosophiques qui y sont contenues donnent à ce livre un intérêt puissant.

« La mesure de la longueur ou de l'étendue linéaire, la mesure d'un angle ou d'un arc de cercle s'opèrent par superposition, c'est-à-dire par le procédé de mesure le plus grossier de tous.

« A ce procédé élémentaire de mesure, la construction géométrique et le calcul fondés sur une première intuition sensible rattachent par une suite de définitions et d'identités toutes les mesures que l'on peut prendre dans l'espace aussi bien pour les recherches les plus délicates de la science que pour l'application aux besoins les plus vulgaires. C'est ainsi que, dans l'arpentage, la géodésie, l'astronomie, il faut toujours mesurer directement, par superposition, une longueur et des angles. » (COURNOT.)

Mesurer, calculer, graphier, telles sont les opérations fondamentales de la graphique des lieux. Les mesures sont réglées par un système métrique ou une métrologie établie par convention, et qui les traduit, pour la commodité du calcul, en valeurs numériques. Ces valeurs initiales, incorporées aux formules du calcul, établies par ailleurs par la symbolique de l'arithmétique, de l'algèbre et des autres branches de l'analyse mathématique, et qui sont exprimées par des lettres ou des chiffres, sont transformées en valeurs finales également numériques. Ces valeurs initiales ou finales traduites à leur tour par le trait de géométrie ou la géométrographie et graphiées moyennant l'emploi technique de la règle et du compas, fournissent des représentations graphiques, des tracés exacts ou des épures pour servir ce que de raison.

II. — *La graphique des figures.* — Les théorèmes de l'algèbre avec leurs formules symboliques, les théorèmes de la géométrie avec leurs figures schématiques n'ont par eux-mêmes aucun sens concret. Ces formules et ces figures parlent donc un langage secret et accessible aux seuls initiés. Le grimoire des mathématiques se compose de signes qui connotent les idées ou de traits qui les représentent. Le groupement des signes en formules et le groupement des traits en figures constituent l'expression synoptique de la langue des mathématiques.

Les signes et les formules sont artificiels et de pure convention. Ils

n'ont été inventés que pour les besoins de la rigueur scientifique, pour se débarrasser des ambages du discours, et, en abrégeant les longueurs et les irrégularités du langage ordinaire, condenser en des écritures sèches et précises l'essentiel purement abstrait des questions. Les formules sont des groupements discrets et disjoints de signes détachés et distincts, et bien que *l'écriture* de ces formules soit susceptible d'une certaine élégance et qu'une vague eurythmie semble présider à l'arrangement des signes qui les constituent, leur seule réalité physique sensible ou la figure du signe, alors complètement indépendante de l'idée qu'il connote, l'assimile entièrement aux autres écritures idéographiques ou alphabétiques.

Les traits et les figures, au contraire, sous leur réalité apparente et sensible, *contiennent leur idée*. Ils existent par eux-mêmes et pour eux-mêmes, indépendamment de l'application qu'on en peut faire pour illustrer les théorèmes de la géométrie. Il y a en eux comme une étoffe, une *substance étendue et plastique* qui, sans changer de nature, peut se prêter à une infinité d'autres usages. C'est par eux, en effet, que s'opère toute l'industrie des signes et des symboles, des écritures idéographiques et alphabétiques, des tracés et des épures géométriques et technologiques, enfin des dessins figuratifs, pictographiques ou artistiques.

— Les dessins, les esquisses et les croquis, les cartes et les plans, les tracés et les épures, les figures et les graphiques, les écritures et les signes ; en un mot, la masse énorme d'imagerie qui traduit journellement le spectacle du monde et de l'art ou qui concourt à l'industrie des artisans et des artistes, des architectes et des ingénieurs, des savants et des scribes, se réduit en dernière analyse à des complexes de points, de traits ou de lignes.

Les images que nous percevons des phénomènes de l'univers, comme celles qui caractérisent les formes que nous donnons aux œuvres de notre industrie ou de notre art, sont appréhendées par l'esprit et projetées sur le plan. L'activité de l'esprit venant à s'exercer sur ces représentations synoptiques, en même temps que sur les procédés géo-

métriques de notre industrie, finit, ensuite d'une analyse incessante et qui en dissèque toutes les parties, par en reconnaître les éléments vraiment essentiels et constitutifs. Ces éléments premiers et irréductibles sont au nombre de trois, et de trois seulement, savoir : la *droite* ou le trait tiré, segment fini de la *ligne droite* indéfinie et, comme elle, de rectitude absolue en tous ses points; l'*arc* ou le trait cintré, segment fini de la ligne circulaire et comme elle de *courbure* uniforme en tous ses points; enfin la *recourbée* ou le trait recourbé, segment fini de la ligne spirulaire et comme elle de *courbure déclinée* régulièrement, c'est-à-dire dont la courbure varie en intensité et continument d'un point à un autre.

Par le plan, qui est la plus simple des surfaces, une correspondance s'établit comme d'instinct entre ce qui est perçu ou conçu dans l'espace et ce qui est représenté sur le plan. On passe d'une chose à l'autre par un simple mouvement de pensée. Le point qui, abstraitement, est un lieu dans l'espace ou sur le plan, physiquement est le minimum de la perception de l'étendue. Le point sensible n'ayant ni parties, ni dimensions, ni attributs, sinon infiniment petits et nullement ostensibles, est par conséquent la plus neutre et la plus rudimentaire des figures.

Avec le plan comme support ou comme base d'opération et le point comme lieu abstrait; avec les trois traits élémentaires, qui, par leurs attributs affectifs, sont les plus simples des figures, et le point sensible considéré comme la plus rudimentaire des figures; avec les deux mouvements élémentaires, rectiligne ou de translation, circulaire ou de rotation, représentés par la ligne droite et le cercle, nous nous assurons les fondements nécessaires et suffisants de la graphique élémentaire ; en outre et enfin, par la règle et le compas, nous possédons les instruments nécessaires et suffisants pour appuyer et affermir les tracés qui en procèdent.

— L'idée de la ligne droite, la plus simple de toutes les lignes, est le point de départ de toute spéculation géométrique. De l'établissement des

théorèmes de Thalès, sur la proportionnalité des côtés homologues dans les triangles équiangles, et de Pythagore, sur le carré de l'hypoténuse dans les triangles rectangles, date la géométrie proprement dite, ou la géométrie d'Euclide.

L'invention de Descartes, ou l'établissement de la géométrie analytique, qui a changé la face des mathématiques, a pour fondement essentiel la *mise en équation* de la ligne droite.

L'invention corrélative de Monge et de son école, ou l'établissement de la géométrie descriptive, a pour fondement essentiel la *mise en projection* de la ligne droite.

Personne avant Descartes n'avait pensé à mettre la ligne droite en équation et ce fut une révolution dans la science. Personne n'a encore pensé à considérer la droite finie comme une *figure*, c'est-à-dire comme un objet distinct et différent de tous les autres par ses attributs de forme. De la diversité de ces attributs résulte pour la ligne droite sa *mise en attitude* et, par suite de l'opposition les uns par rapports aux autres de ces différents attributs ou de leur *composition*, résultent une multitude de figures. Tel est le fondement essentiel de toute la graphique, et, comme le dit Montaigne : « Il n'est tel que de trouver le bout du fil, on en dévide tant qu'on veut. »

III. — *La graphique des formes.* — Les formes en général, ramenées à la seule catégorie de l'étendue, comprennent :

1° Les formes purement abstraites, construites par la graphique et instruites par la géométrie et qui constituent dans les formes concrètes soit leur armature intérieure ou de soutènement, soit leur échafaudage extérieur, leur enveloppe ou leur topographie de masse.

2° Les formes concrètes, soit purement figuratives et descriptives ou la configuration des objets naturels qui sont hors de nous, mais que notre présence nous révèle, soit les formes ouvrées que notre industrie élabore sans cesse dans leur variété infinie.

La graphique pure ou la théorie des figures proprement dites n'est

plus de mise ici; supposée acquise une fois pour toutes, elle est comme incorporée ou latente dans les deux grandes applications de la graphique générale : le trait et le dessin.

La graphique des formes comme la graphique des lieux sont des applications particulières de la graphique générale qui a pour objet la théorie des figures dans l'espace, c'est-à-dire et en dernière instance des complexes rationnels de points, de droites et de plans. Les droites et les plans étant conçus dans l'état le plus général et sans avoir égard à leurs limitations particulières qui font l'objet de la graphique appliquée. La graphique générale et la graphique appliquée embrassent donc tous les problèmes relatifs à l'étendue corporelle telle que nous la concevons en nous et telle aussi que nous la réalisons hors de nous par les voies ordinaires de notre industrie.

La graphique élémentaire ne considère que les complexes de droites et de points. Le plan est le réceptacle commun de toutes les figures planes qui sont engendrées par la droite et le point. La graphique élémentaire appliquée a essentiellement pour objet les figures directement conditionnées dans le plan ou qui y sont indirectement présentes par l'artifice des systèmes de projection, lesquels relèvent théoriquement de la graphique générale et pratiquement de la géométrographie.

III

LE DESSIN — LA GRAPHIQUE — LE TRAIT

Le dessin considéré en soi, comme une entité rationnelle, c'est-à-dire comme une idée collective et qui par sa compréhension embrasse toutes les acceptions qu'on lui donne dans toutes les circonstances où on l'emploie, et non pas seulement comme une entité logique, c'est-à-dire comme une idée particulière définie, qui par son extension se trouve limitée à

un ordre d'acception spéciale et exclusive de toutes les autres, est le nom d'une faculté d'un devenir perpétuel et multiple et par conséquent dépendante à tout instant de l'éducation dont chacun de nous est capable.

En ce sens, et laissant entièrement de côté l'organisation actuelle de l'enseignement du dessin dans les écoles, organisation toute spéciale d'ailleurs, contingente, et dont nous n'avons pas à connaître; si nous envisageons la question du dessin d'une manière générale, philosophique, c'est-à-dire indépendante de toute application particulière et spéciale, nous reconnaîtrons que le dessin procède à la fois d'une intellection psychologique et d'une manutention technologique se développant simultanément. Dans le sens le plus général, le dessin est une gymnastique à la fois intellectuelle et manuelle destinée à coordonner en les rendant sensibles les éléments :

1° — Soit et d'abord d'une *idée inférieure* à l'artiste, parce qu'elle est instinctive et commune à tous les hommes indistinctement, et *machinale*, c'est-à-dire *mécanique*.

2° — Soit d'une *idée extérieure* à l'artiste parce qu'elle est élaborée et de pratique courante dans le sein de la collectivité particulière dont il fait partie, et *réelle*, c'est-à-dire *technologique*.

3° — Soit d'une *idée supérieure* à l'artiste parce qu'elle appartient essentiellement à la collectivité générale dont l'artiste, l'artisan, ou l'ouvrier ne sont que des parties intégrantes, et *formelle*, c'est-à-dire *architectonique*.

4° — Soit d'une *idée intérieure* à l'artiste parce qu'elle procède de son coefficient personnel, et *idéale*, c'est-à-dire *psychologique*.

5° — Soit et enfin d'une *idée ultérieure* à l'artiste parce qu'elle est comme superposée à son œuvre dont elle n'est que le commentaire, et *littéraire*, c'est-à-dire *esthétique*.

L'orthographe du mot *dessein* et son interprétation objective ou, comme on dirait maintenant, matérialiste, datent du XVIIIe siècle et cadraient alors avec l'esprit du temps, avec la philosophie régnante. C'est à ce

tryptique dont le motif principal est le panneau du milieu, les deux autres lui étant subordonnés, leur interdépendance sera accusée le plus rationnellement.

Pour les éléments de l'idée inférieure et machinale, c'est-à-dire mécanique, comme pour les éléments de l'idée extérieure et réelle, c'est-à-dire technologique, en ce qui concerne les mathématiques appliquées et les arts d'industrie, y compris l'architecture, la graphique est purement passive, mécanique, c'est un instrument de précision ; pour ce qui concerne les arts d'ornement, y compris l'architecture, la graphique est au contraire essentiellement active, artistique, elle est un instrument d'invention.

C'est ici que se trouve le véritable domaine de la science des figures, de leur existence autonome et qui ne doit rien à l'imitation, mais tout à l'invention. La graphique crée son objet, comme on l'a dit de la chimie et des mathématiques et comme on le dirait également des beaux-arts. Par ses frontières pratiquement toujours incertaines et mouvantes, la graphique confine d'une part aux arts du trait, donc à la géométrie et par suite aux mathématiques, et, d'autre part, elle confine aux arts du dessin proprement dits et par suite aux beaux-arts. La graphique emprunte à ceux-ci, par la voie du dessin d'imitation, des thèmes purement plastiques et qui l'assouplissent ou qui l'enrichissent; d'autre part, elle reçoit de ceux-là, par la voie du dessin de précision, des thèmes purement géométriques qui l'enraidissent ou qui l'appauvrissent.

Si les thèmes construits par la graphique et d'abord tracés à main levée sont repris ou interprétés par le dessin d'imitation, avec toutes les ressources pittoresques qu'il comporte, on rentre dans le dessin proprement dit. Si ces mêmes thèmes sont tracés à la règle et au compas avec la préoccupation toute spéculative de l'exactitude et de la précision, on rentre dans le trait de géométrie, c'est-à-dire dans le dessin géométrique ou la géométrographie. Dans tous les cas, ce sont là deux inter-

prétations surajoutées et complètement indépendantes de la graphique proprement dite qui demeure entière et autonome sous toutes les interprétations ou applications qu'on en peut faire.

III

Les éléments de l'idée supérieure et architectonique sont empruntés à l'art intuitif et aux disciplines diverses qui ont été élaborées par les efforts communs et concertants des ouvriers, des artisans et des artistes, et pour chacun des arts, nommément pour les arts d'industrie et les arts d'ornement, pour l'architecture et les beaux-arts.

Ces disciplines, que l'artiste rencontre établies tout à l'entour de lui dès son entrée dans la vie et qui, toujours actives, sont plus ou moins libres et consenties, plus ou moins impérieuses ou relâchées suivant l'âge de leur formation, étant arrivées au terme de leur évolution, sont finalement instruites par la raison spéculative et, en ce qui concerne notre tradition classique, par exemple, se trouvent enserrées et comme codifiées dans la doctrine des beaux-arts.

Mais cette doctrine, qui a régné « pendant trois siècles qui en valent trente dans l'histoire de l'humanité » est visiblement à son déclin. Condamnée à demeurer fidèle à son thème de nativité, à savoir le préjugé étroitement classique de la prévalence des anciens sur les modernes, la vie s'en éloigne tous les jours : aussi bien, l'éternelle jeunesse du monde en ses épanouissements toujours renouvelés se rit de toutes les doctrines, et dans la joie du devenir rompt finalement toutes les lisières. Seule, la tradition disciplinaire et scolastique, autoritaire et académique, et dans un but de pédagogie et d'édification, la maintient encore au grand réconfort ou au grand déplaisir, on ne sait, de tous ceux qui, demeurés fidèles à la tradition classique et sentant en eux comme un regret de la patrie perdue, espèrent contre toute espérance et se bercent volontiers

de l'illusion d'un rajeunissement ou d'une nouvelle Renaissance.

La prédominance, le pouvoir quasi-royal d'une idée qui commande par-dessus toutes les autres et maintient en une hiérarchie parfaitement ordonnée les apports successifs de l'ouvrier, de l'artisan et de l'artiste, gravitant autour du *maître de l'œuvre*, est quelque chose de si évident, que c'est par elle précisément que se caractérise nettement une époque, une période, un moment dans l'histoire; et qui, dans une forme de civilisation déterminée, originale, imprime à toutes les œuvres un cachet, une marque, une allure, en un mot un style qui les caractérisent profondément. Car l'originalité de chacun des styles à nous connus ne consiste pas seulement dans l'accent des détails particuliers et significatifs de l'œuvre, mais dans leur tenue générale, dans la simultanéité et la subordination les uns par rapport aux autres des membrures comme des détails qui concourent et tendent d'ensemble à une fin commune.

C'est ainsi que, dans la période humaniste et proprement classique, de notre Occident européen, s'accuse nettement la domination de l'art monumental sur les autres arts plastiques (1) et qu'en particulier, les théories relatives à l'architecture ou la doctrine des ordres et des proportions ; les théories relatives à l'éloquence et à l'art d'écrire, ou la rhétorique, sont considérées respectivement comme les fondements essentiels de la culture des beaux-arts et des belles-lettres. Mais c'est là un phénomène historique unique et tout particulier à notre Occident. En fait et pour si important qu'il soit, puisque voilà trois siècles qu'il dure et que nous en procédons encore, nous assistons visiblement à son déclin. C'est qu'en effet il faut bien distinguer entre l'esprit d'une doctrine et les doctrines elles-mêmes. Celles-ci, appuyées par voie d'érudition sur les témoignages des anciens à nous transmis par les commentateurs et corroborés d'ailleurs par l'interprétation systématique des monuments

(1) « C'était à la Renaissance un point de doctrine hautement reconnu que l'architecture, la sculpture et la peinture étaient trois branches d'un seul et même art. » — O. Grésart, *Educ. et Instr.*, t. I, p. 222.

eux-mêmes, ont été érigées en disciplines formelles et didactiques, mais « pour l'enseignement de l'école plutôt que pour le régime de la vie pratique ». Car, c'est précisément quand l'esprit de la doctrine avait cessé de vivre et disparaissait avec ce que nous appelons l'ancien régime, qu'au lendemain de la Révolution et durant tout le dix-neuvième siècle s'établissent les disciplines systématiques et autoritaires qui en procèdent et qui sont appliquées en toute rigueur dans les écoles, où d'ailleurs, et confiant dans leur seule *vertu opérative*, elles sont acceptées et subies avec la plus entière et la plus aveugle soumission, mais aussi, il faut bien le reconnaître, avec la plus complète inertie. Et cela est regrettable, car la tradition classique méritait mieux et certainement, par delà l'école, la vie vraie la reprendra un jour.

IV

Les éléments de l'idée intérieure et psychologique sont empruntés à la tradition, c'est-à-dire à la coutume, qui fait que l'artiste obéit sans qu'il en ait conscience aux manières de voir et de sentir, de penser et d'exprimer qui sont usitées de son temps. Voilà pour les racines profondes, mais l'artiste véritable, et c'est en quoi il se distingue de l'ouvrier et de l'artisan, a essentiellement et en propre une complexion particulière et bien personnelle, d'où ressort une part d'originalité primesautière et irréductible qui, s'ajoutant au fond commun, l'anime et y entretient la vie. Ses œuvres sont imitées, on s'enquiert des procédés qu'il a suivis, des causes prochaines de son succès et le talent des imitateurs en enrichit promptement la coutume, c'est-à-dire la mémoire, c'est-à-dire encore le trésor commun des souvenirs pratiques. Et cela est vrai pour tous les arts en général, aussi bien pour les arts d'industrie que pour les arts d'ornement, pour l'architecture que pour les beaux-arts. Mais cela est vrai surtout et particulièrement pour la peinture qui,

depuis le déclin de l'art classique, c'est-à-dire au fond de la maîtrise de l'art monumental, revendique la prééminence sur tous les autres arts et vise à la maîtrise absolue.

En fait tout gravite actuellement autour de la peinture devenue prédominante par l'hypertrophie de ses deux caractères essentiels : l'un plus particulièrement psychologique, si on la voit du côté de la littérature, l'autre, plus particulièrement technologique, si on la voit du côté de son matériel, c'est-à-dire de son rendu pictural et décoratif d'un sensualisme plus accessible et plus immédiat. C'est dans la peinture aussi que s'épanouit pleinement le dessin proprement dit, c'est-à-dire le dessin artistique. C'est par le dessin explicite que l'on arrête la synoptique des formes et des mouvements et c'est le dessin aussi, mais implicite, qui délimite la synoptique de la couleur, c'est-à-dire du clair-obscur et du coloris. Ainsi s'explique la prédominance du dessin des peintres dans l'enseignement, qu'il s'agisse de pourvoir soit à l'éducation des artistes et des gens du monde, soit indifféremment à celle des ouvriers et des artisans.

V

Nous avons reconnu la prépondérance actuelle de la peinture, son évidente maîtrise sur les autres arts depuis que triomphent la doctrine de l'imitation et la théorie de l'art pour l'art. La peinture, en effet, n'est pas précisément un art comme les autres, elle est essentiellement un art d'imitation puisqu'elle ne crée point d'objets réels, sinon des tableaux, mais seulement la représentation artistique d'objets existant indépendamment d'elle. Son matériel, en effet, s'applique indifféremment à la transcription comme à l'imitation de toutes les choses qui se voient et se montrent et qui existent dans tous les cas, qu'il y ait ou non des peintres pour les traduire. L'idéal du peintre moderne et qu'il poursuit invinciblement serait d'être libre de son dessin comme de sa touche et

de rendre son idée par le seul pinceau. Le peintre vise donc à s'éduquer sur soi-même, en obéissant (lui semble-t-il au moins) à ses seules impulsions naturelles. Il en résulte que sa tendance propre est d'échapper à toute contrainte, d'éducation ou d'opinion, qui lui serait extérieure et comme imposée du dehors par voie d'autorité ou de tradition.

D'autre part, et il le sent bien, le peintre, pour continuer d'être, est condamné à demeurer exclusivement dans son monde d'artistes et de curieux, d'amateurs et de connaisseurs : monde fermé, où l'on ne veut connaître que ce que l'on peut se montrer les uns aux autres et qui ne vit que pour les œuvres achevées, les tableaux, les dessins et les bibelots. Pendant qu'il s'inquiète de l'extension du marché, son dilettantisme avisé et jouisseur ne se prend plus qu'aux impressions poétiques qu'éveillent les choses anciennes et les rêves imaginatifs du passé; ou bien et puisqu'il est artiste, c'est-à-dire essentiellement un visuel, un primesautier et un impulsif, par delà les exotismes dans le temps et dans l'espace qui lui sont un régal pour les yeux, il se livre volontiers à l'actualité la plus piquante et la plus décadente, la plus spirituelle et la plus cruelle, celle-là même et précisément qui dans la minute présente produit une petite secousse ou un frisson, uue onde ou un spasme d'émotion.

Mais si le peintre tend à faire bon marché de toute éducation préalable et à lui imposée par voie d'autorité, comme aussi bien des efforts constants qu'exige la pratique assidue de son métier et dont il a hâte de se débarrasser en en escamotant les difficulés permanentes; s'il échappe à ce qu'on peut appeler le métier collectif, c'est-à-dire à l'ensemble des traditions, des pratiques et des préjugés qu'à son entrée dans la vie il rencontre établis dans son milieu et desquels il procède quoi qu'il en ait, puisqu'il est nécessairement un conformiste ou un idéaliste, un soumis ou un révolté, il retombe d'autre part et comme inconditionné dans toutes les difficultés de la compréhension d'abord, de l'assimilation ensuite des influences psychologiques et technologiques qui l'assaillent de

toutes parts et qui toujours actives se multiplient sans cesse autour de lui.

C'est alors et dans ce désarroi que, par un chemin couvert de fleurs, le peintre est conduit, quoi qu'il en ait d'ailleurs, à subir la tutelle devenue prépondérante et quasi-exclusive des seuls hommes de lettres : romanciers ou journalistes, critiques d'art ou salonniers. D'abord humaniste et, sous le couvert des académies, classique, solennel et grave, l'homme de lettres invente l'esthétique et proclame le règne de la grande peinture. Puis, devenu romantique, l'écrivain s'attarde dans les ateliers et fraye avec les peintres pour de là, dans la période qui a suivi et lors de l'avènement de la foule et des multiples expositions, salons ou musées, qui la sollicitaient, s'ériger en censeur des artistes et en introducteur du public. C'est l'écrivain dorénavant qui découvre les artistes et les œuvres et se charge d'en proclamer les mérites, toujours singuliers et extraordinaires. Plus tard encore, et nous touchons au moment présent, l'éducation de l'homme de lettres étant achevée, son esthétique littéraire s'étant enrichie de nouvelles nuances de pensée plus fines en même temps que plus exactes, d'ailleurs pourvu indéfiniment d'idées générales et de pensées subtiles, il détient désormais le *haut domaine* (1) de l'art et les artistes gravitent dans son giron. Et cela était inévitable d'ailleurs, puisque la parole, c'est-à-dire en définitive la publicité, a sur toutes choses le premier et le dernier mot de ce qu'il en faut penser (2). Mais, et il ne faut pas l'oublier, le *domaine utile*, c'est-à-dire les choses elles-mêmes sont par leur nature indépendantes de la parole qui les exprime : à mesure qu'elles deviennent plus diverses, la langue étend à proportion son vocabulaire et s'enrichit d'expressions nouvelles

(1) ou domaine éminent : « On appelle le droit du propriétaire *domaine éminent*, celui du tenancier est le *domaine utile*. Ces deux droits avaient pour objet le même immeuble. » D'Arbois de Jubainville. — « Dans la Gaule romaine, dit M. Albert Sorel, le propriétaire avait sur le *fundus* un droit qu'il tenait de la loi; le tenancier irrévocablement lié à cette terre qu'il cultivait, avait aussi sur elle un droit qu'il tenait de l'usage. Ces deux droits étaient en conflit. L'histoire de ce conflit est l'histoire de la propriété et de la liberté civile en France ».

(2) « Le langage est le produit et l'instrument le plus direct et le plus complet des facultés intimes de l'homme. Il est le moyen qu'emploie la connaissance pour s'extérioriser à l'égard d'elle-même et à l'egard des autres ». — Whitney, *la Vie du langage*. Paris, 1875, p. 250.

C'est ainsi qu'après l'art industriel, contemporain de l'art académique et comme lui essentiellement doctrinaire, surgit l'art décoratif qui répond mieux au sensualisme permanent, comme à la mobilité perpétuelle des foules. Le domaine jusque-là fermé des beaux-arts est envahi, juste retour des choses d'ici-bas, par les productions sans nombre des arts d'industrie et des arts d'ornement. Et cela aussi était inévitable, car, depuis l'avènement de la démocratie, l'autorité sous toutes ses formes, cédant en principe sur la rigueur des doctrines établies, et pour se maintenir (1) « sent la nécessité d'insister moins sur ce qui paraîtrait trop dur, de tolérer certains adoucissements, de faire à la dévotion populaire de nombreuses concessions, et parfois même de l'encourager afin d'y puiser la force qui ne saurait venir que du peuple ».

(1) « Pour faire venir l'argent, il faut céder aux préférences du peuple, » dit la sagesse, tranquillement cynique, des modernes Arabes.

PROLÉGOMÈNES

A TOUTE GÉOMÉTRIE COMME A TOUTE GRAPHIQUE

PROLÉGOMÈNES

A TOUTE GÉOMÉTRIE COMME A TOUTE GRAPHIQUE

Nous n'insisterons pas sur la métaphysique des idées fondamentales de *temps*, d'*espace* et de *mouvement* envisagées dans toute leur abstraction, car, comme le dit fort bien un poète et algébriste du seizième siècle, Jacques Pelletier du Mans : « ce serait *nous* vouloir perdre dans un labyrinthe duquel n'y a d'autre sortie que la porte d'entrée. »

Ces idées fondamentales, comme toutes celles qui s'y rattachent ou s'y adjoignent, nommées dans le discours et latentes au fond de tous les esprits, ne manquent pas de s'éveiller au moindre besoin qu'on en a et que signale expressément le mot mis en vedette. D'ailleurs, et quoi qu'il en soit de tout ce qu'on en peut dire, elles suffisent telles quelles et sans qu'on en ait pour ainsi dire conscience, à remplir leur office qui est de guider sans bruit notre activité journalière, spéculative ou pratique. C'est par elles que nous avons prise sur le monde sensible et perceptible toujours ouvert à notre activité comme à notre savoir.

L'esprit de l'homme doit « travailler sur une matière », ainsi que l'a dit Bacon. Les concepts de l'Espace et de ses trois formes fondamentales, le Plan, la Droite et le Point, lentement élaborés au cours des siècles par les travaux accumulés de toute la suite des géomètres, sont aujourd'hui pleinement dégagés et, devenus distincts dans tous les esprits, forment précisément la matière première de toute graphique comme de toute géométrie.

L'espace est pensé comme un milieu indéfiniment étendu, vide et uniforme, homogène et infini dans lequel rien ne fait obstacle à la présence

spirituelle de tout ce qui est comme de tout ce que nous pouvons imaginer et concevoir. C'est ce qui a fait dire à **Malebranche** que « Dieu est le lieu des esprits comme l'espace est le lieu des corps ». **Mais** pour y prendre pied il y faut notre présence spirituelle aussi et de là **résulte** notre conception géométrique et formelle du monde, laquelle se détermine moyennant les trois *formes* fondamentales de l'Espace ou de l'étendue : le Plan, la Droite et le Point.

Les objets généraux et fondamentaux de toute géométrie comme de toute graphique sont donc au nombre de quatre :

L'Espace Le Plan La Droite Le Point

Il faut concevoir le Plan et la Droite comme s'étendant à l'infini. Si l'on convient d'appeler *figure* tout complexe quelconque de plans, de droites et de points, ou, ce qui revient au même, le complexe des positions successives occupées par un élément, Plan, Droite, Point, mobile dans l'Espace, dans le Plan ou sur la Droite, on distinguera trois sortes de figures :

1° — Les figures dans l'Espace ou les complexes de plans, de droites et de points. L'Espace est alors leur lieu ou leur support commun.

2° — Les figures dans le Plan ou les complexes de droites et de points. Le Plan est alors leur lieu ou leur support commun.

3° — Les figures sur la Droite ou les complexes de points. La Droite est alors leur lieu ou leur support commun.

L'Espace est le lieu ou le réceptacle commun de ces trois sortes de figures et des multiples relations qu'elles peuvent avoir entre elles.

Le Point est un lieu dans l'Espace, dans le Plan ou sur la Droite.

— En combinant 2 à 2, 3 à 3, 4 à 4... n à n les quatres lettres a,b,c,d qui désignent respectivement l'Espace, le Plan, la Droite et le Point, nous obtiendrons successivement les combinaisons binaires, ternaires, quaternaires..... n-aires, dont le nombre, en s'accroissant rapidement, dépasse bientôt toute mesure et finalement déborde notre pensée. Nous

nous en tiendrons ici aux seules combinaisons binaires, lesquelles d'ailleurs et cela est conforme à l'étymologie du mot combinaison, sont le point de départ de toutes les autres.

Si donc nous combinons 2 à 2 les quatre lettres a, b, c, d nous obtenons un total de 16 ($4 \times 4 = 16$) combinaisons, qui se réduisent à 10 groupements différents, les six autres n'étant que les symétriques de six de ces derniers. En procédant de proche en proche, et de gauche à droite, par exemple, pour chacune des lettres successivement, nous obtenons le tableau suivant :

aa	*bb*	*cc*	*dd*
ab	*bc*	*cd*	(*dc*)
ac	*bd*	(*cb*)	(*db*)
ad	(*ba*)	(*ca*)	(*da*)

En substituant aux lettres les mots qu'elles représentent nous obtiendrons finalement dix combinaisons distinctes, savoir :

aa	c'est-à-dire	Espace et Espace
ab	—	Espace et Plan
ac	—	Espace et Droite
ad	—	Espace et Point
bb	—	Plan et Plan
bc	—	Plan et Droite
bd	—	Plan et Point
cc	—	Droite et Droite
cd	—	Droite et Point
dd	—	Point et Point

— Maintenant, et sur ce dernier tableau, si l'on vient à penser ou à concevoir les objets eux-mêmes, qui sont sous les mots comme ceux-ci étaient sous les lettres, on remarquera tout d'abord, et dans la géométrie de l'Espace, que la combinaison Espace et Espace n'a point de sens, qu'elle est une simple redondance qu'il nous faut tout d'abord

éliminer. Il en serait de même et dans la géométrie du Plan pour la combinaison Plan et Plan ; dans la géométrie de la Droite pour la combinaison Droite et Droite ; et enfin dans la géométrie du Point (si tant est qu'une telle géométrie soit concevable) pour la combinaison Point et Point.

Mais la combinaison Point et Point est valable pour la géométrie de la droite qu'elle constitue essentiellement ; la combinaison Droite et Droite est valable pour la géométrie du Plan d'une part et pour la géométrie de l'Espace d'autre part ; enfin la combinaison Plan et Plan est valable pour la géométrie de l'Espace et lui est essentielle.

— Les neuf combinaisons binaires des quatre éléments : Espace, Plan, Droite, Point, donneraient lieu, par les groupements divers qu'on en peut faire, à bien des remarques. Nous ne nous arrêterons ici qu'aux principales. Tout d'abord si nous considérons les six combinaisons binaires absolues, ou composées seulement de deux éléments différents, à savoir : l'Espace et le Point, l'Espace et la Droite, l'Espace et le Plan, d'une part ; puis le Plan et le Point, le Plan et la Droite d'autre part ; et enfin la Droite et le Point ; nous remarquerons que :

1° — Le Point est le centre de l'Espace, le centre du Plan et le centre de la Droite ;

2° — La Droite est l'axe de l'Espace et l'axe du Plan.

3° — Le Plan partage l'Espace en deux demi-espaces égaux et symétriquement placés par rapport au Plan de base ; la Droite partage le Plan en deux demi-plans égaux et symétriquement placés par rapport à la Droite de base ; enfin le Point partage la Droite en deux demi-droites égales et symétriquement placées par rapport au Point de base ou d'origine commune.

En outre, si nous rapportons les neuf combinaisons binaires respectivement à la géométrie de l'Espace, à la géométrie du Plan, et enfin à la géométrie de la Droite, nous observerons que :

1° — La géométrie de l'Espace, outre les trois combinaisons primaires

et fondamentales, à savoir l'Espace et le Point, l'Espace et la Droite, l'Espace et le Plan, comprend encore les six autres combinaisons, à savoir :

Plan et Plan,
Plan et Droite,
Plan et Point,
Droite et Droite,
Droite et Point,
Point et Point,

lesquelles, avec l'Espace qu'elles impliquent, forment au demeurant des combinaisons ternaires :

2° — La géométrie du Plan, outre les deux combinaisons primaires et fondamentales, à savoir le Plan et le Point, le Plan et la Droite, comprend encore les trois combinaisons suivantes :

Droite et Droite,
Droite et Point,
Point et Point,

lesquelles avec le Plan qu'elles impliquent forment, au demeurant, des combinaisons ternaires.

3° — La géométrie de la Droite, outre la combinaison primaire et fondamentale de la Droite et du Point, comprend encore la combinaison :

Point et Point,

laquelle avec la Droite qu'elle implique forme, au demeurant, une combinaison ternaire.

La géométrie de la Droite est une géométrie bien réduite et qui se confond d'ordinaire dans la géométrie du Plan, dont les figures sont infiniment plus multipliées. Dans la géométrie de l'Espace le nombre des combinaisons, et par suite des figures, défie toute énumération et on ne l'épuisera jamais. La géométrie générale comme la graphique générale impliquent les trois géométries de l'Espace, du Plan et de la Droite ;

la géométrie élémentaire comme la graphique élémentaire ne considèren que les deux géométries du Plan et de la Droite.

Si donc nous réservons pour la Géométrie et la Graphique de l'Espace les trois premières combinaisons, savoir, l'Espace et le Plan, l'Espace et la Droite, l'Espace et le Point, il nous reste, pour la Géométrie comme pour la Graphique du Plan, les combinaisons Plan et Droite, Plan et Point ; et pour la Géométrie comme pour la Graphique de la Droite, la seule combinaison Droite et Point.

Maintenant, puisqu'il s'agit de prolégomènes et non pas d'une exposition didactique et régulière, il nous paraît plus simple de procéder pas à pas, et de ranger sous autant d'articles distincts l'examen successif des combinaisons binaires en commençant par les combinaisons primaires et déterminantes. C'est pour cela aussi que nous confondons sous le même titre de Géométrie du Plan, et la Géométrie de la Droite et la Géométrie du Plan proprement dite.

CHAPITRE PREMIER

LE PLAN — LA DROITE — LE POINT

Le Plan, représenté par telle surface plane que l'on voudra, considéré comme le réceptacle ou le support des figures que l'on peut tracer sur lui; puis la Droite et le Point, considérés comme les éléments simples et générateurs de toutes les figures qui sont contenues dans le Plan : tels sont les fondements essentiels et primordiaux de la Géométrie du Plan comme de la Graphique des figures planes.

Le Plan, la Droite et le Point étant pris deux à deux déterminent trois combinaisons binaires, savoir : Droite et Point, Plan et Point, Plan et Droite.

La Droite et le Point étant pris deux à deux et alors dans le Plan,

déterminent trois combinaisons binaires, savoir : Point et Point, Droite et Point, Droite et Droite.

ARTICLE PREMIER

DROITE ET POINT

La combinaison Droite et Point ou la synthèse de la Droite et du Point, envisagée en toute indépendance de l'Espace et du Plan, c'est-à-dire dans la seule étendue linéaire ou à une dimension, constitue le point de départ de la Géométrie comme de la Graphique de la Droite.

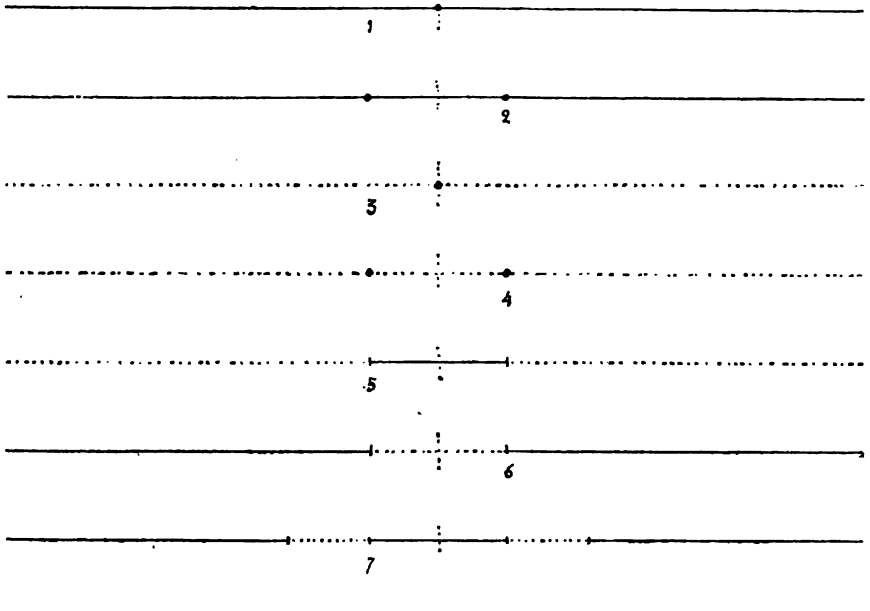
Un point. — Un point fixe situé en un lieu quelconque de la Droite se subordonne cette ligne par tous ses points et à toutes les distances. Ce point fixe est alors le centre de la Droite tout entière considérée comme illimitée dans les deux sens, c'est-à-dire d'un côté et de l'autre du point fixe.

Le point sur la droite la partage en deux demi-droites égales et de sens contraire, c'est-à-dire opposées l'une à l'autre dans leur propre alignement, et symétriques l'une de l'autre par rapport à ce point fixe qui devient alors le centre de symétrie de la Droite (fig. 1). Tous les points des deux demi-droites sont homologues et symétriques l'un de l'autre qui sont situés de part et d'autre à même distance du Point.

Deux points. — Si l'on prend deux points sur la Droite, ces deux points partageront la Droite en trois parties : un *segment fini* compris entre les deux points, et deux demi-lignes droites indéfinies (fig. 2). Ces deux demi-lignes droites séparées l'une de l'autre par le segment fini sont de sens opposés, c'est-à-dire dirigées en sens contraire.

Les deux points étant pris à volonté, cela revient à dire que le segment fini peut être aussi grand ou aussi petit que l'on voudra. La longueur du segment, ou, ce qui revient au même, la distance entre les deux points varie indéfiniment en passant par tous les états de grandeur

entre deux limites extrêmes, à savoir : quand les deux points son infiment rapprochés l'un de l'autre et qu'ils se confondent en apparence, dans ce cas le segment est infiniment petit et se réduit à un point allongé aussi petit que l'on voudra ; ou bien quand les deux points sont infiniment éloignés l'un de l'autre, dans ce cas le segment étant infiniment grand équivaut à la Droite entière. En résumé le segment fini varie entre le Point qui n'a pas de longueur et la Droite indéfinie ou brièvement la Droite qui n'a pas d'extrémités.



Si l'on considère la Droite comme une simple directrice, graphiée alors par une *ligne blanche*, — c'est-à-dire par une ligne tracée au crayon, par exemple, ou une ligne tracée à l'encre, mais pointillée, — un seul point y sera envisagé comme une figure mobile et pouvant se déplacer indéfiniment dans un sens ou dans l'autre (fig. 3). En *décomposant* le mouvement continu de translation du point, on en rendra les stations successives distinctes, et la suite de ces positions successives,

plus ou moins rapprochées ou éloignées l'une de l'autre et à des intervalles égaux ou inégaux, déterminera une suite de points tous alignés sur la même directrice. De même le couple de deux points rendus solidaires l'un de l'autre par la distance fixe qui les sépare, et le segment fini, tous deux considérés comme invariables, se déplaceront sur la directrice à l'égal du point (fig. 4 et 5).

Si le trait graphique de la Droite était interrompu dans la portion finie, ou que les deux demi-lignes droites de la figure 1 fussent écartées l'une de l'autre, de manière que l'intervalle fût comblé par une ligne blanche ou ponctuée, l'ensemble (fig. 6) paraîtrait alors composé de deux demi-lignes droites séparées l'une de l'autre par un intervalle vide. De même pour la figure 2, si l'on séparait les trois parties de la Droite divisée par deux points, on aurait un ensemble disjoint (fig. 7) déterminé alors par un complexe de quatre points sur la Droite.

Trois points. — Trois points partagent la Droite en deux segments finis et deux demi-lignes droites indéfinies; ou bien, ce qui revient au même, un troisième point pris sur le segment fini d'une Droite divisée par deux points le partage en deux autres segments égaux ou inégaux.

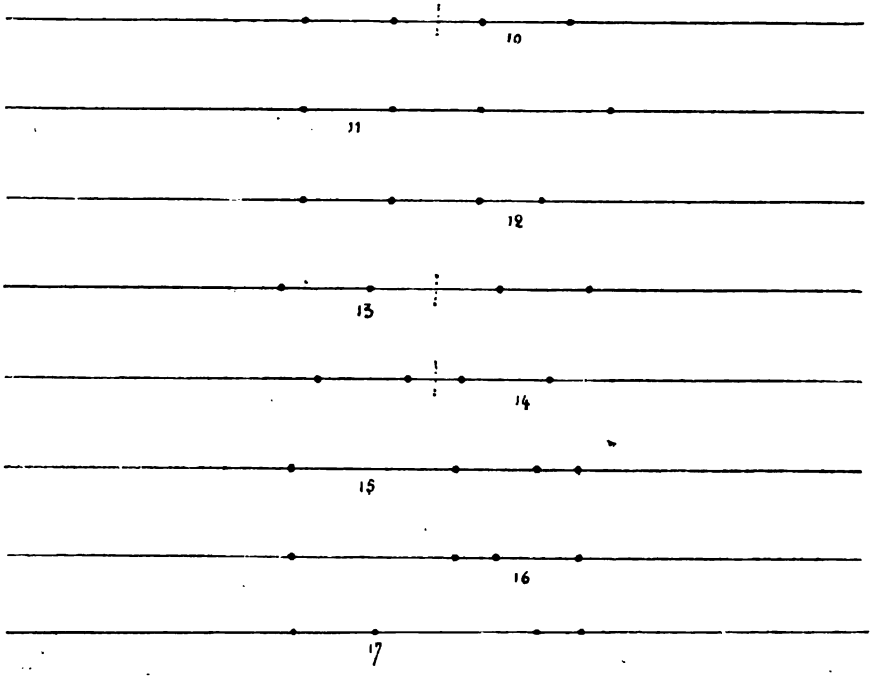
8

9

Dans le premier cas, le point intermédiaire est également distant des deux autres et se confond avec le *centre de symétrie* de l'ensemble qui est alors symétrique et *pair* (fig. 8). Dans le second cas, le troisième point étant à inégales distances des deux premiers (fig. 9), l'ensemble est asymétrique et impair, et le troisième point devient le *centre de similitude* des segments de la Droite. Les deux segments de la droite finie, quelle que soit leur proportion relative, sont toujours *semblables* entre

eux et chacun d'eux séparément est semblable au segment tout entier. Ainsi se trouvent établis pour la géométrie tout entière et le fondement premier de la symétrie et le fondement premier de la similitude, d'une importance capitale pour la théorie des figures aussi bien géométriques que graphiques.

Quatre points. — Quatre points partagent la Droite en trois segments finis et deux demi-lignes droites indéfinies. Les trois segments pouvant être égaux et uniformes, ou inégaux et variés, leur proportion relative donne lieu à huit combinaisons, savoir :



1° Les trois segments égaux; l'ensemble est pair et symétrique (fig. 10);

2° Deux segments égaux, le troisième plus grand et à la suite; l'ensemble est asymétrique et impair (fig. 11);

3° Deux segments égaux, le troisième plus petit et à la suite ; l'ensemble est impair et asymétrique (fig. 12) ;

4° Deux segments égaux, le troisième plus grand et au milieu ; l'ensemble est pair et symétrique (fig. 13) ;

5° Deux segments égaux, le troisième plus petit et au milieu ; l'ensemble est pair et symétrique (fig. 14) ;

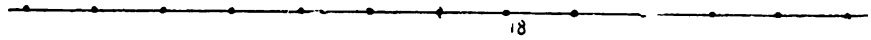
6° Les trois segments inégaux, se suivant dans leur ordre de grandeur ou *déclinés ;* l'ensemble (fig. 15) est impair ou asymétrique et régulier ou irrégulier. L'ensemble est régulier si la déclination est régulière, c'est-à-dire si le plus grand segment est au segment médian, comme celui-ci est au segment le plus petit ; en d'autres termes, si la proportion ou, ce qui revient au même, le rapport de similitude est le même pour chacun des groupes de segments. Dans ce cas, la proportion est continue et le segment médian est dit *moyen proportionnel* entre les deux autres ;

7° Des trois segments inégaux, le plus petit est placé au milieu ; l'ensemble (fig. 16), impair et asymétrique, est irrégulier ou régulier. L'ensemble est régulier si l'on compte quatre segments, à savoir : les trois segments finis, le segment total qui est leur somme, et que ces quatre segments forment une proportion telle que le plus grand segment soit au plus petit comme le segment moyen est au segment total. Dans ce cas purement géométrique, les quatre points sont dits *harmoniques ;*

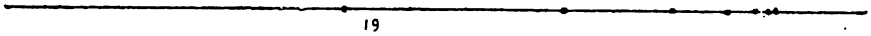
8° Des trois segments inégaux, le plus grand est au milieu des deux autres (fig. 17) ; l'ensemble, impair et asymétrique, est irrégulier ou régulier. L'ensemble est régulier si les quatre points sont harmoniques, comme dans le cas précédent, la *disposition* seule, c'est-à-dire l'ordre des segments, étant changée.

N — Points. — 1, 2, 3, 4, 5... n, points, n étant un nombre quelconque de la suite ordinaire des chiffres, partagent la ligne droite en 2, 3, 4, 5... $n + 1$ segments, dont 0, 1, 2, 3... $n - 1$ segments finis et deux demi-lignes droites indéfinies. Le complexe de la Droite et des n points distribués sur elle s'appelle une *ponctuelle*.

En général, n points étant alignés sur la Droite peuvent être distribués ou répartis de deux manières. La première est quand les intervalles entre les points sont tous égaux, l'ensemble est alors uniforme, régulier et symétrique (fig. 18). La seconde (fig. 19) est quand les inter-



18

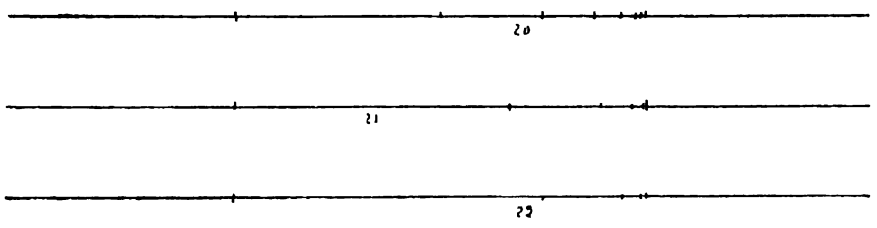


19

valles entre les points vont régulièrement en croissant dans un sens, et, réciproquement, en décroissant dans l'autre; dans ce cas, si la progression de grandeur des intervalles suit une loi régulière, l'ensemble est encore régulier, mais asymétrique, et, pour un nombre fini de points, n'occupe plus qu'une demi-ligne droite. Cette déclination régulière fait que les points se serrent de plus en plus d'un côté et réciproquement s'écartent de plus en plus de l'autre, c'est-à-dire que, dans ce cas, l'ensemble prend un sens : d'un côté la suite des points devient de plus en plus dense et tend à une fin actuelle; de l'autre, au contraire, la suite se raréfie de plus en plus, et tend également à une fin actuelle ; à cause que l'attention se fatigue à parcourir simultanément soit des intervalles de plus en plus petits, soit des intervalles de plus en plus grands.

D'après cela, il faut distinguer deux formes de ponctuelles régulières, savoir : les ponctuelles uniformes ou d'égale division et les ponctuelles déclinées ou d'égale proportion. Les ponctuelles uniformes sont toutes semblables et varient seulement avec l'échelle de la figure, c'est-à-dire avec la grandeur métrique de l'intervalle initial. Les ponctuelles uniformes sont toutes différentes et varient avec le rapport de deux intervalles consécutifs ; ce rapport est indéfiniment variable, et les mathématiques pures et appliquées en fournissent une multitude d'exemples. Afin de bien préciser la notion de déclination continue et régulière nous prendrons comme illustration les exemples suivants:

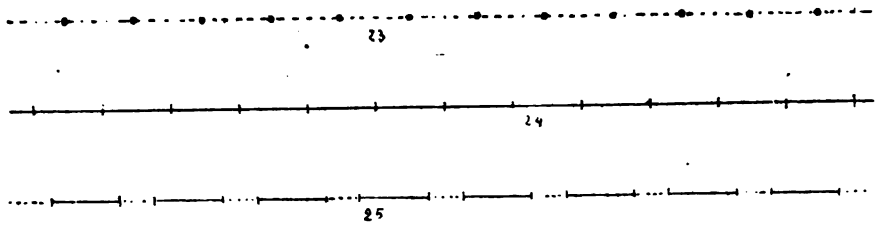
Dans la figure 20, les segments successifs suivent la progression $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \ldots\ldots \frac{1}{2^n}$. Cette progression indéfinie a pour somme l'unité, c'est-à-dire que la moitié, plus le quart, plus le huitième..., etc., d'un segment fini pris pour unité, reproduit l'unité choisie.



Dans la figure 21, les segments successifs suivent la progression $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \frac{n}{81} \ldots\ldots \frac{2}{3^n}$ et la somme de tous ses termes en nombre infini est égale à l'unité.

Dans la figure 22, les segments successifs suivent la progression $\frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \frac{3}{64}, \frac{3}{256} \ldots\ldots \frac{3}{4^n}$ et la somme est égale à l'unité. En suivant la même marche pour tous les nombres successifs, pris deux à deux, de la série ordinaire des chiffres, on obtiendrait une suite de ponctuelles à déclination accélérée d'une ponctuelle à l'autre. La formule générale de cette suite de progressions serait $\frac{n}{(n+1)^m}$ où m et n représentent un chiffre quelconque de la suite ordinaire des chiffres. Quand on a assigné à n un chiffre quelconque on obtient le rapport qui détermine la progression, puis, en donnant à m les valeurs successives 1, 2; 3.... m, on obtient autant de termes qu'on voudra de la même progression. Par exemple en prenant pour n le chiffre 4, on aurait le rapport $\frac{4}{5^m}$, et donnant à m successivement les valeurs : 1, 2, 3... m on aurait la suite $\frac{4}{5}, \frac{4}{25}, \frac{4}{125}, \frac{4}{625} \ldots\ldots \frac{4}{5^m}$, dont la somme est égale à l'unité.

— Au point de vue graphique une ponctuelle peut s'interpréter soit



comme une rangée de points (fig. 23); soit comme une rangée de segments contigus (fig. 24), soit enfin comme une rangée de segments distincts et séparés les uns des autres par des intervalles (fig. 25). On a alors des rangées de points ou de droites finies, et ce sont en effet les seules *figures* que comporte la Droite, qui devient alors une simple directrice de la suite des points ou de la suite des droites, ou bien encore de leur mélange. Le point de vue de la graphique, d'où les choses sont vues et senties, est donc bien différent de celui de la géométrie d'où les mêmes choses sont conçues abstraitement et interprétées par la raison spéculative.

ARTICLE II

PLAN ET POINT

La combinaison Plan et Point, ou la synthèse du Plan et du Point, nous conduit à une interprétation particulière de la notion du Plan, celle de l'étendue circulaire ou du *Plan polaire*.

Le point fixe, situé en un lieu quelconque de la surface du Plan tout nu, se subordonne cette surface en tous les points, à toutes les distances et dans toutes les directions. Ce point fixe est alors le pôle du Plan tout entier qu'il faut considérer comme un *cercle* infini et qui n'a point de périphérie, à l'égal de la droite qui est aussi infinie et qui n'a point d'extrémités.

Et de même que dans l'ordre de nos perceptions réceptives aussi bien

que dans l'ordre de notre technique ouvrière, nous n'avons prise que sur la Droite limitée et bornée par ses deux extrémités, de même aussi, nous n'avons prise sur le Plan polaire qu'en lui imposant des bornes ou des limites, c'est-à-dire un contour ou un circuit qui en délimite une portion semblable au Plan polaire tout entier, et qui en fait un tout accessible à notre perception et à notre manutention, c'est-à-dire un cercle. Et comme toutes les droites finies son *semblables* et tous les cercles aussi, nous avons à notre disposition deux formes définies, à la fois géométriques et graphiques, et qui peuvent passer par tous les états de grandeur depuis le point, où l'étendue s'annule, jusqu'à l'infini, où toutes limites et par conséquent toutes figures s'évanouissent.

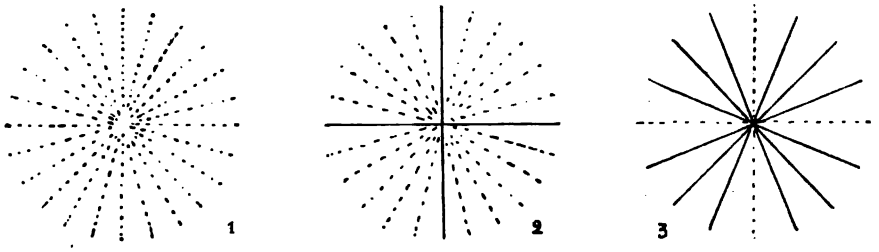
Cela posé, nous savons par expérience que par un point quelconque de la surface du Plan nous pouvons faire passer une ligne droite et la tracer effectivement en prenant la règle pour appui ou pour guide. Nous savons en outre et de même que par ledit point nous pouvons décrire une circonférence en prenant pour instrument le compas et, pour l'écartement de ses branches ou la distance de ses pointes, une longueur quelconque. Nous savons encore qu'il faut deux points pour fixer le *lieu* d'une droite : la direction de la droite, comme la grandeur du cercle sont donc entièrement déterminées quand on se donne un deuxième point sur la surface du Plan polaire.

Deux points séparés par un intervalle quelconque pour appuyer la règle et tracer la ligne droite ; un point ou centre et une longueur, à de savoir l'ouverture du compas et par suite un deuxième point, extrémité la longueur, pour tracer une circonférence : telles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour la détermination de la ligne droite et de la ligne circulaire ou du cercle.

§ 1. — *La Droite et ses directions dans le Plan.*

Toutes les droites en nombre illimité (fig. 1), qui passent par un même point dans le Plan, ou toutes les demi-lignes droites en nombre égale-

ment illimité qui sont articulées en ce même point et qui rayonnent tout à l'entour de lui, renferment, prises en bloc, toutes les directions du Plan. Or, ces directions étant indéfiniment nombreuses, comment s'y



reconnaître et les nommer? Voici. Nous projetterons sur la surface du Plan, par le point fixe et dans l'ensemble des lignes droites ou des demi-lignes droites, les deux *directions* qui nous sont familières et comme naturelles ou instinctives, à savoir : la *verticale* ou la perpendiculaire du fil à plomb et l'*horizontale* ou la ligne de niveau.

Cela fait, notre ensemble ou faisceau de droites rayonnantes se trouvera réparti en deux groupes :

1° Et d'abord, le groupe très simple et très bref des deux lignes verticale et horizontale passées en croix et perpendiculaires l'une à l'autre, ou le groupe du *trait carré* qui partage la surface du Plan en quatre quartiers égaux et symétriques (fig. 2).

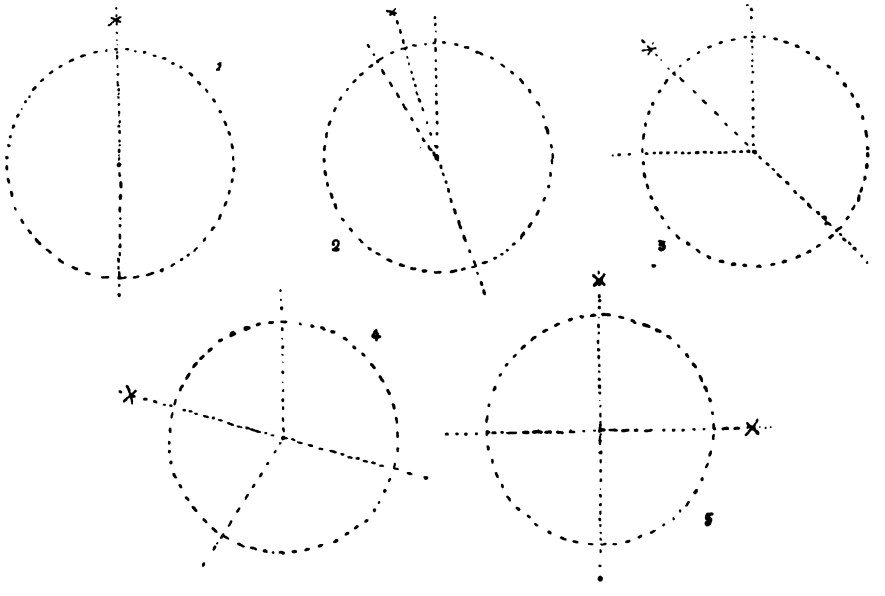
2° Puis un groupe de lignes obliques à ces deux-là (fig. 3), et qui, indéfiniment nombreuses, occupent symétriquement les quatre quartiers du trait carré. Ce groupe lui-même se partage en deux autres : l'un qui comprend les obliques distribuées dans le premier et le quatrième quartier, et l'autre symétrique du premier qui comprend les obliques distribuées dans le deuxième et le troisième quartier. De ces deux groupes d'obliques, les unes vont à gauche de la verticale et les autres à droite; nous nommerons les premières *obliques à gauche* ou en *bande*, et les autres *obliques à droite* ou en *barre*, conformément au glossaire du Blason. Les obliques en barre et les obliques en bande, qui ont même

inclinaison, par rapport à la verticale et simultanément par rapport à l'horizontale, sont réciproques et symétriques l'une de l'autre; elles sont dites alors *anti-parallèles*.

Parmi ces obliques indéfiniment nombreuses, les unes, qui se rapprochent de la verticale, sont dites *penchées;* les autres, qui se rapprochent de l'horizontale, sont dites *couchées*. Enfin les obliques qui ne sont ni penchées, ni couchées, mais exactement intermédiaires entre la verticale et l'horizontale, sont dites *diagonales :* elles sont au nombre de deux seulement, et forment ensemble le trait carré, mais posé de biais, ou diagonal, c'est-à-dire en *sautoir*.

§ 2. — *Les angles, les secteurs et les girons.*

— Si par le Point, pôle ou centre, on mène un rayon ou une demi-



ligne droite indéfinie, on ouvre d'une manière implicite l'espace circulaire ou du plan polaire, dont la surface entière reste indivise. Cet espace

circulaire, qui est l'analogue du demi-plan, est pair, c'est-à-dire symétrique de part et d'autre d'un axe qui coïncide avec le rayon d'ouverture, passe par le centre et traverse le cercle ou le plan polaire de part en part (fig. 1).

Si par le centre on mène deux rayons distincts, l'espace circulaire ou le cercle se trouvera partagé en deux *secteurs* complémentaires l'un de l'autre dans l'unité du cercle ou de l'espace polaire et dont les variations sont réciproques : à mesure que l'un augmente, l'autre diminue d'autant, puisque leur somme, ou l'espace circulaire qu'ils embrassent, reste constante. Si les deux rayons sont très rapprochés l'un de l'autre, l'*angle* qu'ils font entre eux est dit *aigu* et le cercle se trouve partagé en un *giron* aigu et un secteur à angle *rentrant* (fig. 2). Si les deux rayons sont d'équerre, le cercle est partagé en un secteur ou giron rectangle, c'est-à-dire un *quartier*, et un secteur à angle rentrant; le secteur ou quartier est alors le quart du tout, et le secteur à angle rentrant les trois quarts du tout (fig. 3). Si l'angle des deux rayons augmente, le giron devient obtusangle, et le cercle est partagé en deux secteurs, l'un obtusangle, l'autre rentrant (fig. 4). Enfin, si les deux rayons sont dans le prolongement l'un de l'autre, le cercle est partagé en deux demi-cercles égaux et symétriquement placés par rapport à l'axe de symétrie formé par les deux rayons alignés (fig. 5).

Les figures 1, 2, 3 et 4 et toutes les figures intermédiaires à celles-là sont paires; la figure 5 est écartelée, c'est-à-dire pairement paire.

En supposant l'un des rayons fixe, pendant qu'un autre, mobile, s'écarte du premier d'un côté ou de l'autre suivant le sens de la rotation et après un tour complet revient sur le rayon fixe, on peut noter la suite des angles ainsi engendrés comme il suit :

Zéro angle — angle aigu plus petit qu'un quartier ou qu'un angle droit — angle droit — angle obtus plus grand que un droit — le demi-cercle égal à deux angles droits — un angle rentrant plus grand que deux droits — un angle rentrant égal à trois droits — un angle ren-

trant plus grand que trois droits, — enfin le cercle entier égal à quatre angles droits.

Si l'on désigne par les lettres A, D, O, P, R, respectivement chacun des angles, *aigu*, *droit*, *obtus*, *demi-cercle*, ou plein-cintre, *rentrant*, on aura la notation suivante qui traduit les figures 2, 3, 4 et 5 :

$$(A+R)\quad (D+R)\quad (O+R)\quad (P+P)\quad (R+O)\quad (R+D)\quad (R+A)$$

c'est-à-dire que la suite des secteurs variables et complémentaires l'un de l'autre dans l'unité du cercle est la suivante : aigu et rentrant — droit et rentrant — obtus et rentrant — plein-cintre et plein-cintre — rentrant et obtus — rentrant et droit — rentrant et aigu. Cette suite est donc symétrique de chaque côté de la somme demi-cercle et demi-cercle. C'est pour cela que nous n'avons en réalité que les figures 2, 3 et 4, qui soient distinctes; ces trois figures sont variables, et comprises entre les figures invariables 1 et 5; les trois autres sont symétriques aux figures 2, 3 et 4, et par conséquent les mêmes.

— Au point de vue de la théorie des grandeurs qui constitue une partie importante, sinon, et pratiquement, la plus importante du système général des sciences mathématiques pures et appliquées, l'angle est considéré comme une grandeur homogène et continue, et dont, par conséquent, les parties, les multiples et les différences sont de même nature. A ce point de vue, la suite précédente serait indéfinie et, si l'on désigne par la lettre A l'angle des deux rayons, on aurait les notations suivantes :

$A = 0$, $A < 1$ dr., $A = 1$ dr., $A > 1$ dr., $A = 2$ dr., $A > 2$ dr., $A = 3$ dr., $A > 3$ dr., $A = 4$ dr., $A > 4$ dr., $A = 5$ dr., $A > 5$ dr., $A = 6$ dr..... $A \gtreqless n$ droits.

Mais, au point de vue de la graphique ou de la théorie élémentaire des figures, et dans la géométrie du plan, cette extension de l'idée

d'angle considéré comme une grandeur continue et indéfinie n'a pas de sens; car nous n'y rencontrons jamais que l'angle compris sous une figure, c'est-à-dire sous l'articulation de deux traits, ou la rencontre de deux alignements.

Au point de vue métrique ou de la métrologie pratique, qui fait usage du rapporteur ou du graphomètre pour la mesure des angles, on rapporte la mesure des angles à la mesure des arcs de cercle pris sur une circonférence préalablement divisée : en 360 degrés, par exemple, puis chacun des degrés divisé en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes, et ainsi de suite. Dans ce cas, la circonférence entière valant 360°, le demi-cercle en vaudra 180 et le quartier ou l'angle droit 90 ; l'angle aigu sera une fraction de l'angle droit, et l'angle obtus une fraction de deux angles droits, ou bien encore sera équivalent à un angle droit plus une fraction d'angle droit.

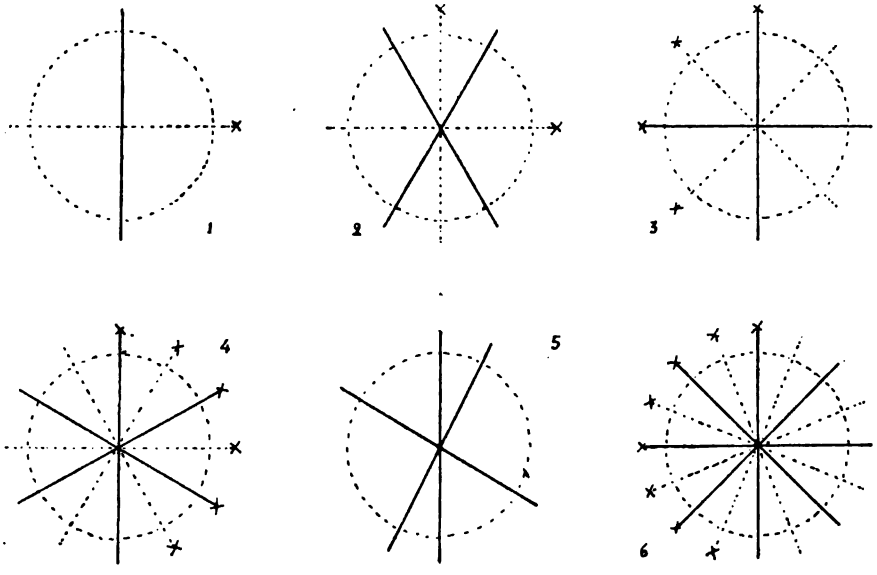
Au point de vue graphique, qui est indépendant et même exclusif de tout calcul, sinon comme aide indirecte et tout à fait accidentelle, nous n'aurons à considérer que la grandeur des angles en fonction de l'angle droit et exprimée en nombres rationnels, c'est-à-dire entiers ou fractionnaires. Par exemple l'angle du triangle régulier équilatéral et équiangle sera exprimé par $\frac{2}{3}$ d'angle droit ; l'angle de l'hexagone par $\frac{4}{3}$; celui du pentagone par $\frac{6}{5}$; celui de l'heptagone par $\frac{10}{7}$ d'angle droit; et ainsi de suite.

§ 3. — *Les partitions du plan polaire.*

I

Si, par le Point, pôle ou centre du Plan polaire et du cercle, on fait passer successivement une, deux, trois... n lignes droites ou diamètres, la surface du Plan polaire et celle du cercle se trouveront partagées simultanément, savoir: par une droite et pour le Plan polaire en deux demi-plans égaux, et pour le cercle en deux demi-cercles égaux (fig. 1) ; —

par deux droites obliques l'une à l'autre ou passées en *sautoir*, et pour le Plan polaire en quatre angle-plans appariés et égaux deux à deux, pour le cercle en quatre secteurs appariés et égaux deux à deux (fig. 2) ;



si les droites sont d'équerre ou passées en *croix*, le Plan polaire se trouvera partagé en quatre angles-plans rectangles égaux ou en quatre quartiers, et le cercle en quatre secteurs ou *quadrants* égaux (fig. 3) ; — par trois droites on aurait six angles-plans égaux pour le Plan polaire et pour le cercle six girons égaux (fig. 4) ou inégaux et appariés deux à deux (fig. 5) ; — par quatre droites on aurait huit angles-plans, secteurs ou girons égaux (fig. 6) ou inégaux et appariés deux à deux ; — et ainsi de suite.

En général, n droites passant par le pôle ou centre partagent le Plan polaire ou le cercle en $2 \times n$ angles-plans, secteurs ou girons égaux ou inégaux. Dans tous les cas et quel que soit le nombre n des droites, toutes ces partitions sont symétriques, par rapport au centre si les divisions sont égales ou inégales, et simultanément par rapport à des axes

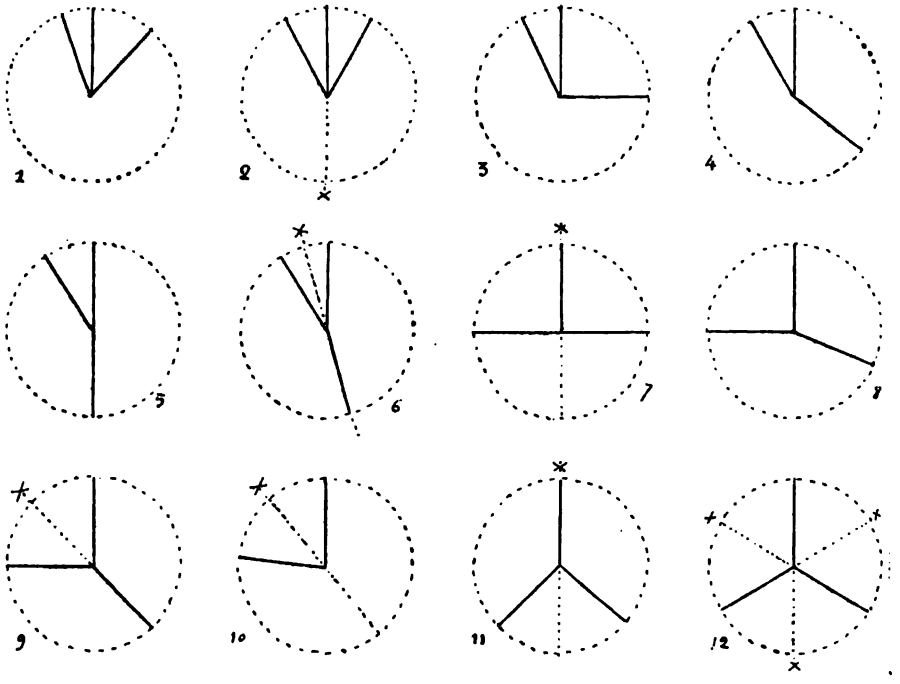
si les divisions sont égales. Le nombre des axes de symétrie est en général de $2n$: la figure 1 est écartelée ou à deux axes de symétrie passés en croix, l'un selon la droite de partition, l'autre transversal et d'équerre ou perpendiculaire au premier; la figure 2 est écartelée; la figure 3 est gironnée ou à quatre axes de symétrie; la figure 4 est sénaire ou à six axes de symétrie; la figure 5 est diagonale ou à un centre de symétrie seulement ; la figure 6 est octoénaire ou à huit axes de symétrie, quatre passant par les droites et quatre bissectant les angles ou girons ; et ainsi de suite.

II

Trois demi-lignes droites ou trois rayons irradiés du centre à la circonférence partagent le Plan polaire ou le cercle en trois angles-plans, secteurs ou girons. Suivant la distribution des rayons ou leur écartement réciproque, les angles qu'ils font entre eux, chacun suivant son espèce, se composent diversement. Suivant donc que les secteurs sont selon un angle aigu, un angle droit ou bien un angle obtus ou un angle rentrant et qu'ils sont égaux ou inégaux et variés, on a douze figures différentes.

Dans la figure 1 on a deux angles aigus inégaux et un angle rentrant, la figure est impaire ou asymétrique ; la figure 2 a les angles aigus égaux et un angle rentrant, elle est paire ou symétrique. La figure 3 a un angle aigu, un angle droit et un angle rentrant ; la figure 4 a un angle aigu, un angle obtus et un angle rentrant; la figure 5 a un angle aigu, un angle obtus et un demi-cercle ; ces trois figures sont impaires ou asymétriques. La figure 6 a un angle aigu et deux angles obtus égaux, elle est paire. La figure 7 a deux angles droits et un demi-cercle, elle est paire. La figure 8 a un angle droit et deux angles obtus inégaux, elle est impaire. La figure 9 a un angle droit et deux angles obtus égaux, elle est paire. La figure 10 a un angle aigu, mais voisin de l'angle droit, et deux

angles obtus inégaux, elle est impaire. La figure 11 a un angle obtus, mais voisin d'un angle droit, et deux angles obtus égaux, elle est paire.



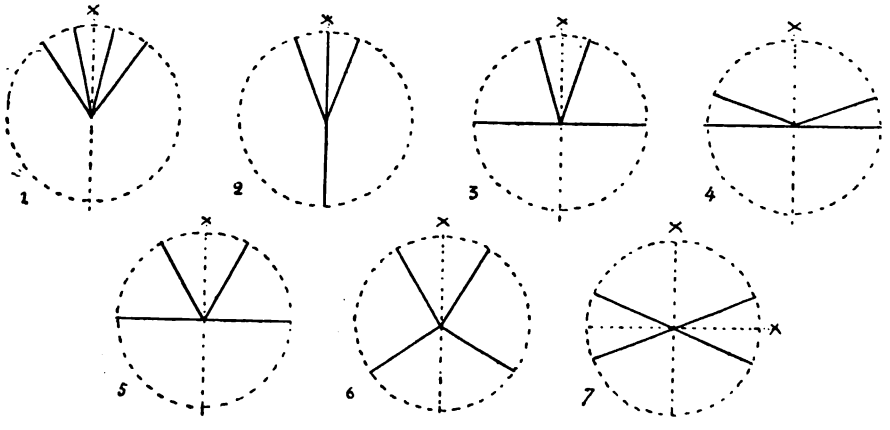
La figure 12, enfin, a ses trois secteurs obtusangles et égaux ; la figure est triplement paire, c'est-à-dire ternaire, car elle a trois axes de symétrie qui s'entrecroisent régulièrement par le centre. Les figures 5 et 7 sont formées par une ligne droite entière et une demi-ligne droite. Les dix autres figures sont formées de trois demi-lignes droites articulées en un même point, c'est-à-dire au centre du plan polaire ou du cercle.

III

Quatre rayons irradiant du centre à la circonférence partagent le Plan polaire ou le cercle en quatre angles-plans, secteurs ou girons. De la distribution des demi-lignes droites ou des rayons résultent de nombreu-

ses figures; nous n'en donnerons que quelques-unes choisies parmi les plus régulières et les plus caractéristiques.

Dans la figure 1 on a trois girons égaux et un angle rentrant, l'ensemble est pair. La figure 2 a deux girons aigus égaux et deux secteurs obtus égaux; la figure 3 a un giron aigu, deux secteurs ou girons également aigus et un demi-cercle; la figure 4 a un secteur obtus, deux girons aigus et un demi-cercle; la figure 5 a ses trois girons aigus



égaux; les quatre figures 2 à 5 sont paires, et elles se composent par leurs rayons d'une ligne droite entière et de deux demi-lignes droites. La figure 6, qui est paire, a trois secteurs aigus et un secteur obtus. La figure 7, qui est pairement paire ou écartelée, a deux secteurs obtus égaux et deux girons aigus égaux; elle est composée, par ses rayons qui sont deux à deux dans un même alignement, de deux lignes droites passées en sautoir.

En résumé, avec un rayon le cercle est simplement ouvert; avec deux rayons, la partition absolue est le cercle mi-parti ou divisé en deux demi-cercles; avec trois rayons, la partition absolue, ou la forme la plus régulière, est quand les trois secteurs sont égaux; avec quatre rayons, la forme absolue est quand les quatre secteurs ou quartiers sont égaux; la symétrie est alors gironnée. Le nombre des rayons

augmentant, on aurait pour 5, 6, 7.... *n* rayons, respectivement 5, 6, 7... *n* secteurs ou girons égaux.

Pour la figure totale, elle serait paire avec un seul rayon et paire aussi pour toute la suite des rayons pris en nombres impairs et premiers. Pour toute la suite des nombres multiples de trois par un nombre impair elle serait également paire, mais aussi ternaire, nonaire, etc. Pour le nombre quatre et ses multiples pairs, elle serait écartelée, gironnée, octoénaire, etc. Enfin pour le nombre quatre et ses multiples par un nombre impair, elle serait aussi écartelée, mais de plus ternaire, quinaire, septénaire, etc... En général la figure totale a deux sortes d'axes de symétrie, ceux qui passent par les rayons, et ceux qui passent en les bissectant par les angles-plans, secteurs ou girons. Les figures seulement paires, ou dont le nombre des rayons est impair, ont leur axe de symétrie passant à la fois par le rayon et par le secteur opposé.

§ 4. — *Les partitions simultanées du Plan polaire et du Cercle.*

I. — Les partitions radiaires ou gironnées.

La circonférence du cercle étant divisée régulièrement en 2, 3, 4.... *n* parties égales et les points de division étant reliés au centre par des rayons, la surface du cercle et par suite la surface du plan polaire se trouvent comparties régulièrement en 2, 3, 4.... *n* secteurs ou girons égaux.

Pour deux points de division, on aurait deux demi-cercles; pour trois points, trois secteurs obtusangles; pour quatre points, quatre quartiers ou secteurs rectangles; pour 5, 6, 7.... *n* points on aurait 5, 6, 7.... *n* girons ou secteurs acutangles.

II. — Les partitions circulaires ou concentriques.

Une suite de circonférences, décrites d'un même centre, ou concentriques, et équidistantes, c'est-à-dire dont les rayons successifs suivent la

progression 1, 2, 3, 4, 5..... *n*, subdivise uniformément le plan polaire, l'espace circulaire ou le cercle en *couronnes* concentriques.

III. — Les partitions composées ou réticulaires.

Les deux partitions simples, la partition gironnée ou radiaire et la partition entourée ou circulaire, prises ensemble, compartissent le cercle en mailles quadrangulaires à la fois rectilignes et curvilignes. La suite des mailles est uniforme en suivant les couronnes, déclinée en suivant les girons, enfin déclinée et révolvée en prenant les mailles d'un giron à l'autre à mesure que l'on avance du centre à la circonférence.

ARTICLE III

PLAN ET DROITE

La combinaison Plan et Droite, ou la synthèse du Plan et de la Droite, nous conduit à une interprétation particulière de la notion du Plan, celle de l'étendue rectangulaire, du Plan réglé, du Plan écartelé ou brièvement du *Plan carré.*

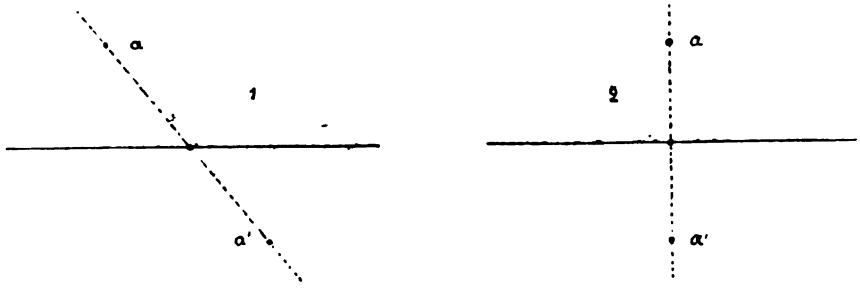
Une Droite fixe située en un lieu quelconque de la surface du Plan tout nu se subordonne cette surface en tous les points, à toutes les distances et dans toutes les directions. La Droite fixe est alors l'*axe* du Plan tout entier considéré comme illimité des deux côtés, c'est-à-dire de part et d'autre de la Droite.

§ 1er. — *La symétrie dans le plan carré*

La Droite sur le Plan le partage en deux demi-plans, égaux et symétriques l'un de l'autre par rapport à la Droite, qui devient ainsi leur base commune.

Un point pris sur la Droite en est le Pôle, et le centre de symétrie de tous ses points qui, pris deux à deux, ou homologues, sont situés à

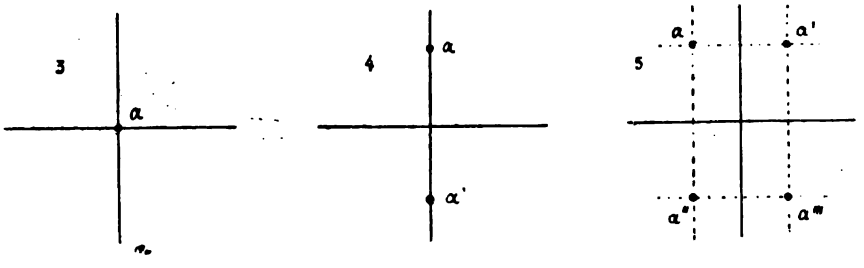
même distance du Pôle. Un point pris en dehors de la Droite et en un lieu quelconque de l'un des demi-plans a son symétrique dans l'autre demi-



plan, le point initial et son symétrique sont alors situés sur une même droite qui croise la Droite du Plan; et à même distance du point de croisement ou du pôle commun aux deux droites. La droite *a a'* peut être prise dans une direction quelconque, le point initial demeurant fixe, le point symétrique et le Pôle varieront avec chacune des positions de la Droite (fig. 1 et 2).

Maintenant, et si, ayant marqué sur l'un des demi-plans le point initial, nous rabattons ce demi-plan sur son symétrique en le faisant tourner autour de la base commune ou de l'axe, le point initial viendra se décalquer sur le second demi-plan, et, si nous redressons les demi-plans en les ramenant à leur position première, le point initial et son décalque seront alors situés sur la même droite perpendiculaire à l'axe et à même distance de cet axe : les deux points seront alors symétriques l'un de l'autre par rapport à cet axe. Or, ces deux droites perpendiculaires l'une à l'autre forment précisément le *trait carré* qui partage le Plan tout entier en quatre angles-plans rectangles ou *quartiers* égaux et symétriques deux à deux par rapport à chacun des axes du trait carré (fig. 2). L'ensemble ou la synthèse du Plan et du trait carré forme le Plan carré. Si donc nous prenons un point en un lieu quelconque de cet ensemble, il arrivera trois cas :

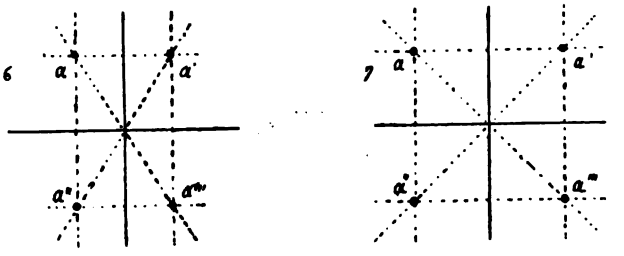
1° Le point étant situé à l'*encroix* du trait carré ou au pôle commun (fig. 3), dans ce cas il sera son symétrique à lui-même et le point, s'il est doué de quelque réalité sensible, sera écartelé, c'est-à-dire partagé en quatre parties égales et symétriques, chacune d'elles se trouvant dans un



quartier; — 2° le point étant situé sur l'une des branches du trait carré, c'est-à-dire dans un demi-plan (fig. 4), aura son symétrique sur la branche opposée et dans l'autre demi-plan; — 3° enfin, si le point est situé sur la surface de l'un des quartiers (fig. 5) il aura son symétrique dans chacun des autres quartiers, savoir : *a* et *a'* situés dans le premier et le deuxième quartiers et symétriques l'un de l'autre par rapport à l'*axe droit* du trait carré; *a* et *a''* situés dans le premier et le troisième quartiers et symétriques l'un de l'autre par rapport à l'*axe travers* du trait carré; de même *a''* et *a'''* des 3e et 4e quartiers, *a'* et *a'''*, des 2e et 4e quartiers sont symétriques l'un de l'autre respectivement par rapport à ces mêmes axes droit et travers. Les points *a*, *a'*, *a''*, *a'''* sont donc symétriques deux à deux par rapport aux axes du trait carré. Mais, de plus, les points *a* et *a'''*, *a'* et *a''* sont symétriques l'un de l'autre par rapport à l'encroix, au pôle, ou au centre de symétrie qui leur est commun à tous les quatre (fig. 6 et 7). La symétrie par rapport aux axes est la *symétrie directe* ou *à retour :* les deux demi-plans sur lesquels sont situés le point initial et son symétrique étant rabattus l'un sur l'autre, les deux points sont amenés à coïncidence et se confondent en un seul. La symétrie par rapport au pôle ou au centre est la *symétrie inverse* ou *diagonale :* les quatre points *a*, *a'*, *a''*, *a'''* sont en effet situés deux à deux sur chacune des diagonales

$a\,a'''$, $a'\,a''$, qui s'entrecroisent et s'entrecoupent en parties égales à l'encroix ou au centre de symétrie.

Les points a et a''', a' et a'' ne peuvent pas être amenés à coïncidence par le rabattement des demi-plans suivant les axes du trait carré; mais



si l'on observe que chacune des diagonales $a\,a'''$, $a'a''$ partage le plan en deux demi-plans dans lesquels les points a', a'' et a, a''' sont situés inversement, on pourra, par un mouvement de rotation autour de l'encroix et en faisant glisser les deux demi-plans l'un sur l'autre, amener a' du demi-plan $a'\,a\,a''$ à coïncider avec son symétrique a'' du demi-plan $a''\,a\,a'''$ et de même pour les deux autres demi-plans $a\,a'\,a''$, $a'''\,a'\,a''$.

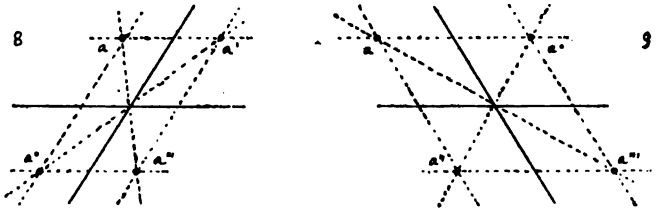
Les deux diagonales $a\,a'''$, $a'\,a''$ se croisent en *sautoir* (fig. 6), ou en *croix* (fig. 7), selon que ces diagonales sont obliques l'une à l'autre, ou qu'elles sont d'équerre, c'est-à-dire perpendiculaires entr'elles. Les deux diagonales forment un sautoir quand les distances réciproques du point aux axes du trait carré sont inégales; et elles forment une croix quand ces mêmes distances sont égales entre elles. Les deux traits du sautoir, l'un en barre, l'autre en bande, sont penchés par rapport à l'un des axes et réciproquement couchés par rapport à l'autre. Les deux axes diagonaux, l'un en barre, l'autre en bande et passés en croix, sont diagonaux par rapport au trait carré, ils forment ensemble le trait carré, mais *posé en sautoir*.

Le sautoir a deux axes de symétrie passés en croix et ces deux axes sont précisément les droites du trait carré; le complexe du Plan et du

sautoir est *écartelé*, ou partagé en quatre quartiers égaux et symétriques.

La croix a quatre axes de symétrie, deux *linéaires* ou suivant les axes du trait carré, et deux *angulaires*, également passés en croix, mais *posés en sautoir*. Le complexe du Plan et de la croix est *gironné* ou partagé en huit angles-plans, acutangles, ou *girons*, qui sont égaux et symétriques.

Le sautoir peut être considéré comme une croix qu'on aurait biaisée ou déversée soit d'un côté (fig. 8), soit de l'autre (fig. 9). C'est ainsi que



la figure 6, étant déprimée, déversée ou biaisée à droite, donne la figure 8; le trait travers est resté fixe, le trait droit est penché à droite, les côtés du quadrilatère $a\ a'\ a''\ a'''$ sont demeurés parallèles aux axes et restent divisés par eux en deux parties égales, enfin les deux diagonales $a\,a'''$ $a'\,a''$ devenues inégales l'une à l'autre sont également passées en sautoir. Il en résulte que la figure 6, d'écartelée qu'elle était, est devenue diagonale: les deux côtés du sautoir rectangle ou de la croix qui étaient les axes de symétrie des quatre points sont devenus les côtés d'un sautoir et les axes de *dyssymétrie* des quatre points, ces points étant toujours symétriques deux à deux, par rapport aux axes. La symétrie implique essentiellement le rabattement direct autour des axes de symétrie des deux demi-plans qui contiennent les points; ce rabattement amène leur coïncidence, tandis que la dyssymétrie n'implique que l'égalité des distances des points de chaque côté des axes de dyssymétrie, et que la superposition des points ne peut être amenée que par la rotation, autour du centre de symétrie, de chacun des demi-plans et par leur glissement l'un sur l'autre.

La figure 7, étant biaisée à gauche par exemple, donne la figure 9 qui n'est plus gironnée, mais seulement écartelée. Le trait carré formé par les deux axes linéaires s'est transformé en sautoir dont les côtés sont devenus des axes de dyssymétrie, mais les axes angulaires sont restés d'équerre. Les côtés du quadrilatère sont restés égaux et parallèles deux à deux aux axes, le carré s'est transformé en losange et les deux diagonales sont devenues inégales l'une à l'autre.

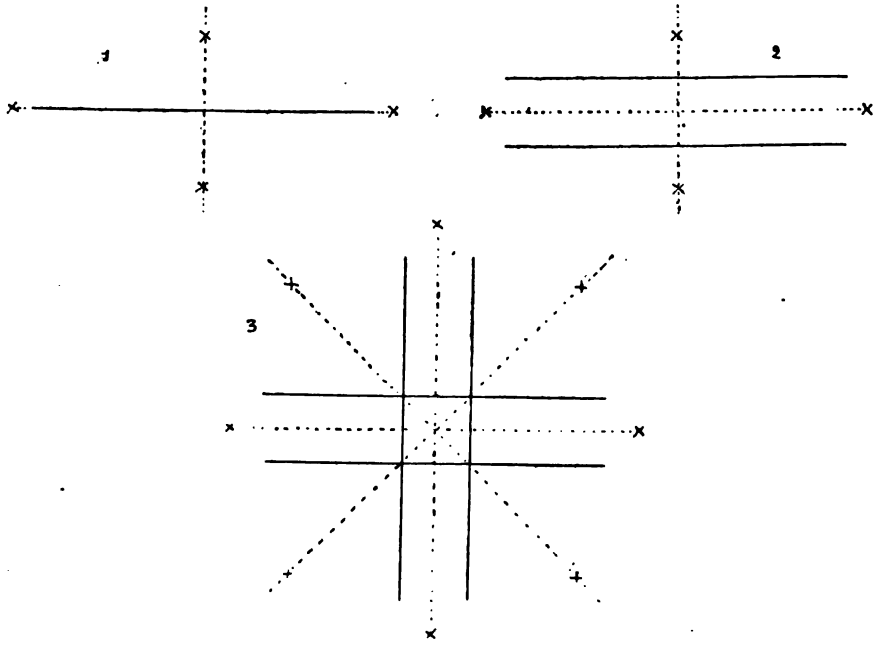
La figure 8, prise d'ensemble, figure et plan compris, a un centre de symétrie, une infinité d'axes diagonaux et deux axes principaux également diagonaux. La figure 9 a deux axes de dyssymétrie, à savoir : les deux côtés du sautoir, et deux axes de symétrie, à savoir : les diagonales $a\,a'''$, $a'\,a''$ qui forment un sautoir rectangle et par lesquels la figure tout entière est écartelée.

§ 2. — *Les partitions du plan carré.*

Une droite située dans le plan d'une manière quelconque (fig. 1) le partage en deux demi-plans égaux et symétriques l'un de l'autre par rapport à la droite qui est alors un axe de symétrie du plan. L'ensemble de la droite et du plan ou des deux demi-plans est pairement pair ou écartelé par rapport à deux axes de symétrie passés en croix ou perpendiculaires l'un à l'autre : l'un de ces axes qui se confond avec la droite donnée est longitudinal, et l'autre, qui lui est perpendiculaire, est transversal. Les deux axes pris ensemble partagent le plan en quatre quartiers égaux et symétriques deux à deux. Le demi-plan ayant toute son étendue d'un seul côté de la droite est pair, c'est-à-dire divisé en deux quartiers égaux et symétriques l'un de l'autre par rapport à l'axe de parité.

Si dans l'un des demi-plans indéfinis nous menons une autre droite, cette droite, également indéfinie et pour rester distincte, sera nécessairement parallèle à la base du demi-plan qui la contient, c'est-à-dire qu'elle ne la rencontrera pas, puisque autrement la droite ne serait plus qu'une demi-droite. En d'autres termes, si nous transportons en un autre lieu

du plan et parallèlement à elle-même la droite initiale en la faisant glisser par un mouvement de translation sur l'axe de symétrie passant par son milieu et auquel elle reste toujours d'équerre, nous aurons un couple de deux droites parallèles, c'est-à-dire une *jumelle* (fig. 2).



Le couple des deux droites parallèles ou la jumelle (fig. 2) partage le plan tout entier en trois parties : une *bande* comprise entre les deux côtés de la jumelle et deux demi-plans indéfinis qui lui sont juxtaposés. L'ensemble de la bande et des deux demi-plans est pairement pair ou écartelé.

Si, partant du plan carré et de ses deux axes de symétrie, on mène parallèlement à la base de chacun des demi-plans, et symétriquement dans les quatre quartiers, une ligne droite, on aura finalement le plan recoupé par deux couples de parallèles ou deux jumelles passés en croix (fig. 3). Le plan carré se trouve ainsi subdivisé en neuf régions ou parti-

tions, savoir: une portion de plan finie ou un quadrilatère à la fois équiangle et équilatéral, c'est-à-dire un carré; puis quatre demi-bandes indéfinies égales et à la fois équiangles et équilatérales accolées aux côtés du carré; et enfin quatre angles-plans ou quartiers égaux ayant leurs sommets aux sommets du carré et leurs côtés accolés aux côtés indéfinis des demi-bandes.

La figure totale est gironnée, c'est-à-dire qu'elle a quatre axes de symétrie qui s'entrecroisent régulièrement par le centre : deux axes linéaires passés en croix et deux axes angulaires également passés en croix, mais posés en sautoir, puisque leur inclinaison est diagonale. De plus, le centre de symétrie ou, ce qui est la même chose, le centre de figure est aussi le pôle de chacun des couples de droites, et simultanément des quatre points ou sommets du carré. Dans le couple de deux traits passés en croix le pôle est à l'encroix du trait carré et le cercle polaire se réduit à un point. Dans le couple de deux jumelles passées en croix, le cercle polaire est tangent aux droites et a par conséquent un diamètre égal à la distance des deux droites ou à leur écartement. A mesure que cet écartement augmente, le cercle polaire augmente aussi et, à la limite, comme disent les géomètres, le cercle polaire devenant infiniment grand, les droites sont infiniment distantes l'une de l'autre, la figure s'évanouit, et l'on fait retour au plan tout nu.

Le carré est donc une limitation et une représentation du plan rectangulaire tout entier, comme le cercle est une limitation et une représentation du plan polaire tout entier.

Si la distance des deux droites de l'un des couples est plus grande que la distance des deux droites de l'autre couple, on a le quadrilatère rectangle et seulement équiangle (fig. 4). Par ses deux côtés qui varient en toute proportion, le quadrilatère rectangle est la forme mouvante de l'étendue planaire ou à deux dimensions et c'est par la cote proportionnelle de ses deux côtés, mesurés avec la même unité linéaire, que s'exprime en fonction du carré, qui est l'unité de superficie, l'aire du quadrilatère rec-

tangle. Le quadrilatère rectangle seulement équiangle, ainsi que le carré à la fois équiangle et équilatéral, pouvant passer par tous les états de grandeur sans changer de forme sont semblables au plan rectangulaire tout entier dont ils sont des représentations et des limitations qui le rendent accessible à nos moyens de perception et de manutention. Le quadrilatère rectangle en est la représentation mouvante et incessamment variable par la proportion de ses deux côtés; le carré, par l'égalité de ses côtés, en est la représentation absolue. De là, tant au point de vue esthétique ou du sentiment de la proportion à vue des côtés, qu'au point de vue logistique, ou de la mesure effective du rapport de ces côtés, trois formes générales du quadrilatère rectangle, ou brièvement du rectangle :

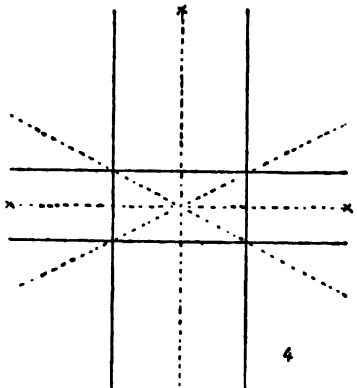
1° — Le rectangle linéaire ou long dans lequel une dimension, la longueur, l'emporte de beaucoup sur l'autre dimension ou la largeur. Cette dernière peut être indéfiniment réduite et à la limite le rectangle se confond avec une ligne droite indéfinie, simplement graphiée.

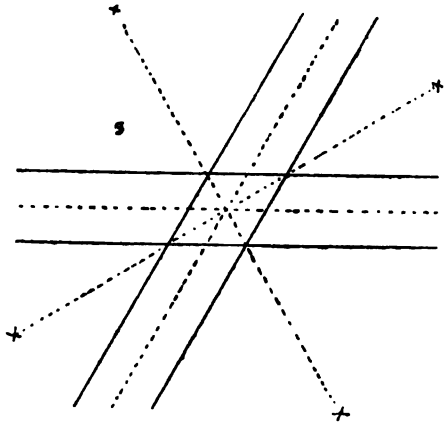
2° — Le rectangle barlong ou oblong : les deux dimensions sont nettement différentes, mais prochaines, et le rapport qui les lie s'évalue par une comparaison immédiate de la longueur et de la largeur, celle-là étant par exemple double, triple, quadruple... de celle-ci.

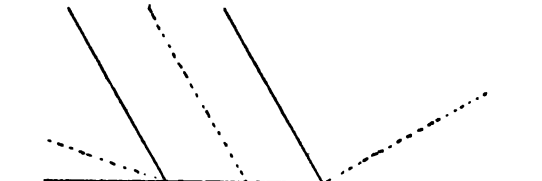
3° — Le rectangle équilatéral, polygonal ou *rond*, c'est-à-dire le carré, qui a ses deux côtés égaux, et par conséquent au point de vue métrique une seule dimension. Quelle que soit la cote métrique de sa dimension ou de son côté, le carré est une forme absolue et invariable.

Tel est le point de départ ou d'attache, à la fois géométrique et graphique, métrique et esthétique, de l'idée de proportion. Les deux côtés du rectangle s'apprécient ou se mesurent l'un par l'autre : le jugement esthétique se prononce en donnant à leur proportion un sens purement qualitatif, c'est-à-dire simplement affectif; le jugement mathématique se prononce en donnant à leur rapport métrique un sens logistique, c'est-à-dire quantitatif, c'est-à-dire encore, exact.

La figure 5 est la figure 3 biaisée à droite par exemple, le quadrilatère est encore équilatéral, mais non plus équiangle, et sa figure équilatérale et mi-équiangle s'appelle un *rhombe* ou un *losange*. La symétrie totale







s'abaisse d'un degré et de gironnée devient seulement écartelée par rapport aux deux axes angulaires qui sont passés en croix et qui subdivisent l'ensemble en quatre quartiers égaux et symétriques. Les deux axes linéaires forment un sautoir et sont des axes de dyssymétrie.

La figure 6 est la figure 4 biaisée à gauche par exemple, le quadrila-

tère n'est plus ni équilatéral ni équiangle et sa figure mi-équilatérale et mi-équiangle s'appelle un *parallélogramme*. La symétrie totale s'abaisse d'un degré et d'écartelée qu'elle était devient seulement diagonale, c'est-à-dire que la figure n'a plus qu'un centre de symétrie. Les axes diagonaux, de rectangulaires qu'ils étaient, sont devenus obliques l'un à l'autre et, formant un sautoir, ne sont plus que des axes de dyssymétrie.

§ 3. — *Les partitions simultanées du Plan carré.*

Un plan, représenté par telle surface plane que l'on voudra, étant posé de front, c'est-à-dire droit en face de nous, est *plain*, homogène et uniforme s'il est sans division; il représente alors le plan des géomètres ou de la raison pure.

Si nous y projetons les orientations qui nous sont familières et comme instinctives, puisqu'elles sont la norme de nos attitudes et de nos mouvements, c'est-à-dire la verticale ou la perpendiculaire du fil à plomb et l'horizontale ou la ligne de niveau, il est, au contraire, divisé en régions dictinctes et nommées, par lesquelles il est fait nôtre et nous est rendu, pour ainsi parler, habitable. C'est alors le plan de chacun de nous, et duquel notre raison pratique peut disposer librement et commodément.

Les divisions ou partitions sont de trois espèces: les partitions simples, les partitions composées et les partitions multipliées.

I. — Les partitions simples ou fondamentales

On compte quatre partitions simples et fondamentales dont se forment toutes les autres : le *parti*, le *coupé*, le *tranché*, et le *taillé*, qui partagent chacune le plan en deux demi-plans.

Les deux premières partitions : le parti qui se fait par une ligne verticale, et le coupé qui se fait par une ligne horizontale partagent le plan en deux demi-plans situés respectivement pour le parti, l'un à droite l'autre à gauche, et pour le coupé l'un en haut, ou au-dessus, l'autre en bas, ou au-dessous, de la ligne de partition.

Les deux secondes partitions : le tranché, qui se fait par une ligne oblique en *bande*, et le taillé, qui se fait par une ligne oblique en *barre*, partagent le plan en deux demi-plans, situés respectivement : pour le tranché, l'un au-dessus et à droite, l'autre au-dessous et à gauche ; et pour le taillé, l'un au-dessus et à gauche, l'autre au-dessous et à droite. Ces deux partitions sont symétriques l'une et l'autre.

II. — Les partitions composées.

Les deux premières partitions, le parti et le coupé, prises ensemble forment l'*écartelé*. L'écartelé subdivise le plan en quatre quartiers égaux et symétriques.

Les deux secondes partitions, le tranché et le taillé, prises ensemble forment l'*écartelé en sautoir*. Les traits étant diagonaux partagent le plan en quatre quartiers égaux et symétriques ; cette partition est la même que celle de l'écartelé en croix, mais renversée ou ayant fait quartier, comme disent les charpentiers. Si les traits étaient penchés ou couchés, le plan se trouverait partagé en quatre angles-plans symétriques non plus tous égaux, mais seulement égaux par moitié.

Enfin les quatre partitions simples : le parti, le coupé, le tranché et le taillé, prises ensemble forment le *gironné*. Le trait droit ou parti, le trait travers ou coupé, le trait diagonal et tranché ou en bande, le trait diagonal et taillé ou en barre, se traversent par un même point où ils se coupent mutuellement en parties égales ou en demi-droites. L'ensemble de ces traits partage la surface du plan en huit angles-plans, *girons* ou secteurs égaux. (*Prol.*, p. 25, fig. 6.)

III. — Les partitions multipliées

Les partitions multipliées sont de deux sortes : les partitions *rebattues* ou les rayures, et les partitions *croisées* ou les réseaux qui se nomment encore treillis.

1° — *Les partitions rebattues ou les rayures.* — La répétition

parallélique, ou le *rebattement* à des intervalles égaux des quatre partitions simples, le parti, le coupé, le tranché et le taillé, partage la surface du plan en bandes accolées près à près ou juxtaposées. Le plan se trouve ainsi rayé ou divisé par le rebattement d'une ligne droite ou d'une bande.

Le parti donne des rayures ou des bandes droites ou verticales; le coupé des rayures ou des bandes travers ou horizontales; enfin le tranché et le taillé donnent des rayures ou des bandes diagonales, respectivement les unes obliques à gauche, les autres obliques à droite.

2° — *Les partitions croisées ou les réseaux.* — Les deux premières partitions rebattues, droit et travers, prises ensemble forment le réseau quadrillé, posé droit ou sur le côté; les deux autres partitions rebattues, diagonale en bande, et diagonale en barre, forment ensemble le même réseau quadrillé, posé en sautoir, ou sur la pointe.

En d'autres termes, un système de rayures équidistantes, recoupé d'équerre par un autre système de rayures égal, subdivise le plan en mailles carrées. L'intervalle entre les rayures ou la largeur des bandes étant différent d'un système à l'autre, le plan serait alors subdivisé en mailles rectangles à côtés inégaux, et, selon que les intervalles seraient plus petits pour le parti que pour le coupé, ou, au contraire, pour le coupé que pour le parti, on aurait un réseau à maille rectangle, posé droit ou posé travers.

En appliquant la doctrine des combinaisons, les rebattements simples, parti, coupé, tranché et taillé, donneraient six combinaisons deux à deux ou binaires; quatre combinaisons trois à trois ou ternaires; et une combinaison quaternaire. Mais nous ne voulons pas examiner ici ces différentes combinaisons sur lesquelles nous aurons occasion de revenir, quand nous compléterons, dans les leçons de Graphique, le chapitre si important des partitions des figures et du plan.

ARTICLE IV

POINT ET POINT

Le point situé dans le plan tout nu est dit en *abîme*, selon l'expression énergique du Blason; il en occupe le centre ou le milieu : centre ou milieu purement fictifs, c'est-à-dire que l'étendue du plan étant infiniment grande, le lieu qu'il occupe est complètement indéterminé.

Si le point est situé dans le plan réglé ou mi-parti, il est alors pris ou sur la droite même de division, ou dans l'un des deux demi-plans qu'elle détermine et en dehors de la droite.

Le point étant pris dans le plan carré est situé ou à l'encroix du trait carré, ou bien sur l'une des branches, ou bien enfin sur la surface de l'un des quartiers ou angles-plans.

Le point étant pris dans le plan polaire est situé : soit au centre ou pôle, soit entre le pôle et la circonférence d'un cercle quelconque, soit sur la circonférence, soit enfin au delà de la circonférence.

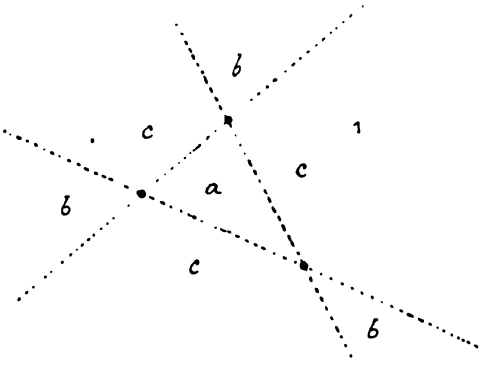
Tels sont les bases initiales et fondamentales du repérage d'un point dans le plan. Si maintenant nous prenons un second point dans le plan centré, ces deux points impliquent un alignement, c'est-à-dire une droite qui les contient l'un et l'autre. Si le premier point est considéré comme fixe et le second comme mobile, ce second point sera déterminé à tout instant par la cote métrique de sa distance au point fixe. Nous ne sortons pas ainsi de la droite, mais cette droite, qui contient les deux points, peut occuper toutes les directions du plan en tournant autour du point fixe et censé demeurer invariable. La situation du second point, si elle reste déterminée par rapport au point fixe, sera donc encore indéterminée dans le plan. De là la subordination du couple de deux points aux trois repérages signalés ci-dessus : la subordination par rapport au plan mi-parti, au plan carré et au plan polaire. Le couple de deux points comme la droite d'alignement seront entièrement déterminés par les systèmes

de coordonnées, rectangulaires, polaires, focales, etc., dérivés des trois repérages fondamentaux et qui sont usités en mathématiques.

§ 1er. — *Les complexes de points dans le plan carré et les partitions du plan triangulaire.*

Si au couple de deux points on adjoint un troisième point situé hors de leur alignement, ces trois points pris deux à deux déterminent trois alignements, c'est-à-dire trois droites qui s'entrecoupent deux à deux par chacun des trois points, et qui forment ce qu'on appelle en géométrie générale un *triangle complet*, c'est-à-dire un complexe simultané de trois points et de trois droites s'entrecoupant deux à deux en ces mêmes points.

Le triangle complet (fig. 1) partage la surface du plan en sept régions : 1° une centrale et finie (*a*) formée par les trois segments finis, ou le triangle proprement dit tel qu'on le considère dans la géométrie élémentaire; — 2° trois angles-plans (*b*) opposés aux sommets du triangle et dont les côtés sont formés par des demi-lignes droites; — 3° enfin trois espaces tronqués ou *biangles* (*c*) adjacents aux côtés du triangle (*a*) et contigus, c'est-à-dire unis aux côtés des angles-plans (*b*); ces biangles sont donc formés par les segments finis et les demi-lignes droites qui sont leurs côtés.



Si par un couple de deux points et par leur centre de symétrie ou le point milieu de l'intervalle qui les sépare, on fait passer le trait carré, on partagera la surface du plan en quatre quartiers égaux et symétriques. Si donc à cet ensemble on adjoint un troisième point, ce troisième point

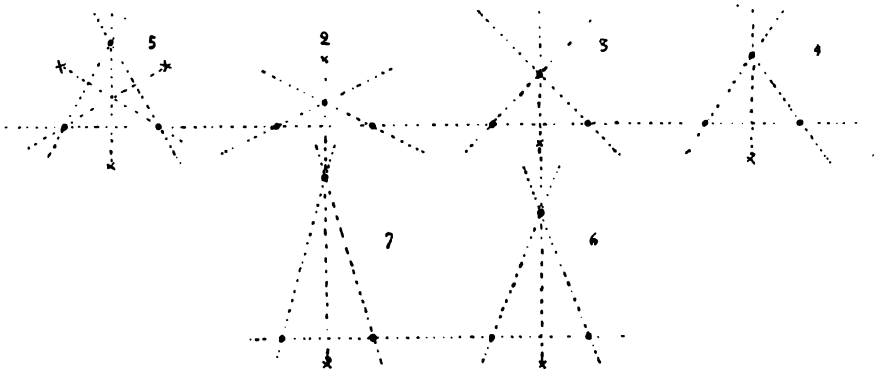
pourra être situé : 1° sur l'axe longitudinal du couple, les trois points seront alors dans le même alignement et il n'y aura pas de triangle; 2° sur l'une des branches du trait carré, dans le demi-plan supérieur par exemple, il aura alors son symétrique sur la branche correspondante du demi-plan inférieur; il nous suffira donc de considérer un seul de ces demi-plans; 3° dans l'angle plan d'un quartier du trait carré, il aura alors son symétrique dans chacun des trois autres quartiers; il nous suffira donc de considérer un seul quartier, et nous prendrons le quartier supérieur de droite par exemple. En résumé, nous avons deux cas seulement à examiner.

I

Le troisième point étant situé sur la branche supérieure du trait carré et dans le demi-plan supérieur (fig. 2 à 7), si l'on vient à tracer les alignements des points pris deux à deux, on a le trangle complet, et nommément la maille intérieure finie ou le triangle proprement dit qui règle tout le système. Les deux lignes droites obliques, l'une en barre et l'autre en bande, sont égales et symétriques par rapport à la verticale du trait carré, et cela dans toutes leurs parties; les deux traits du triangle sont donc aussi égaux et symétriques et le triangle est dit *isocèle*. De plus les deux angles à la base sont aussi égaux et symétriques, et par conséquent le triangle en même temps qu'il est *isocèle* est aussi *isoangle*. La branche verticale du trait carré est l'axe de symétrie de toute la figure et si l'on rabat l'un des demi-plans sur l'autre les deux moitiés de la figure coïncideront dans toutes leurs parties.

Suivant que le troisième point est plus ou moins rapproché du trait horizontal ou de la directrice des deux premiers points, on a des triangles plus ou moins méplats ou surbaissés. A mesure que le troisième point est pris plus haut et indéfiniment haut, on a des triangles de plus en plus élevés et aigus. Entre les limites extrêmes du déplacement du troisième point, à savoir le point placé entre les deux autres et sur leur

alignement, alors que les trois traits sont confondus en un seul et que par conséquent tout triangle s'efface, et le point reculé à l'infini et où tout triangle s'évanouit puisque les deux traits, d'abord obliques et croisés en sautoir, deviennent alors parallèles et d'équerre avec la ligne des



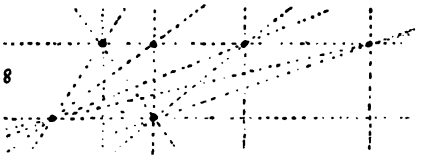
deux premiers points, on distingue : les triangles isocèles obtusangles, méplats et surbaissés quand le trait oblique est couché (fig. 2) ; le triangle isocèle rectangle quand le trait oblique est diagonal (fig. 3) ; enfin la suite indéfinie des triangles isocèles acutangles aigus ou surélevés quand le trait oblique est penché (fig. 4 à 7). Entre tous ces triangles acutangles, il faut noter la forme équilatérale et équiangle (fig. 5).

II

Le troisième point est situé en un lieu quelconque de la surface de l'angle plan rectangle ou du quartier et par conséquent entre les branches du trait carré. Dans ce cas, et quel que soit le lieu du point, on a des triangles *scalènes*, dont la maille a les trois côtés et les trois angles inégaux et qui peut être obtusangle, rectangle ou acutangle, suivant son angle caractéristique.

Si, revenant au point de départ, à savoir : les deux points initiaux et le trait carré qui passe par le milieu de leur distance, on marque un

point quelconque sur la branche verticale, à ce point correspond un triangle isocèle, dont la *base* est l'intervalle des deux premiers points,

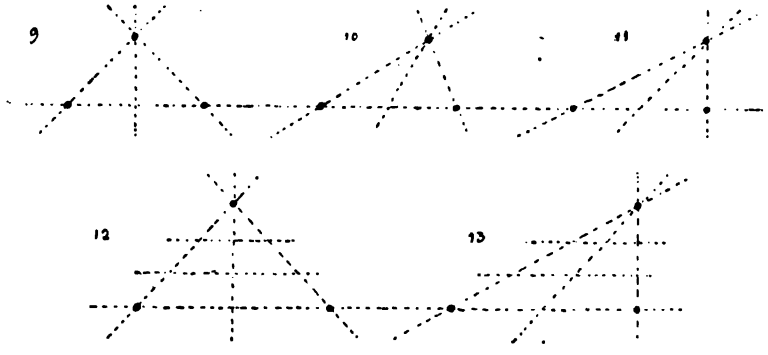


le *sommet* ce troisième point, et la *hauteur* la distance du sommet à la base. Or si l'on mène par le sommet une ligne parallèle à la ligne de base, on observera que tous les points de cette parallèle, étant situés à même distance de la ligne de base, sont les sommets d'une infinité de triangles ayant même base et même hauteur, ces triangles tous scalènes, à l'exception du premier qui est isocèle, sont ou acutangles, ou rectangles, ou obtusangles.

Quant à la proportion entre la hauteur et la base pour les triangles isocèles et qui reste la même pour les triangles scalènes qui en dérivent, c'est-à-dire qui ont même base et même hauteur que le triangle isocèle initial, on peut remarquer : que pour les triangles obtusangles la hauteur est plus petite que la moitié de la base ; que pour les triangles rectangles la hauteur est égale à la moitié de la base ; et enfin que pour les triangles acutangles, la hauteur est plus grande que la moitié de la base ou égale à la base entière, ou enfin plus grande et même indéfiniment plus grande que la base.

Si l'on joint l'encroix du trait carré ou le milieu de la base au troisième point ou au sommet du triangle, on a une droite oblique en barre ou oblique en bande suivant le quartier choisi, et penchée, diagonale ou couchée : cette droite oblique est la *médiane* du triangle (fig. 9 à 13). La médiane du triangle isocèle qui est d'équerre avec la base est la hauteur du troisième point ou sommet par rapport à la base, elle est aussi l'axe de symétrie de toutes les parties homologues de la figure (fig. 9 et 12). La médiane du triangle scalène qui est oblique à la base

est l'axe de symétrie des seuls points homologues, c'est-à-dire des points correspondants ou homologues déterminés par des parallèles à la base,



à l'exclusion des segments obliques compris entre ces points et qui sont toujours inégaux d'une oblique à l'autre. Le triangle scalène n'est donc plus symétrique et pair, mais dyssymétrique et impair (fig. 10, 11, 13).

Le triangle scalène peut être considéré comme un triangle isocèle que l'on aurait biaisé ou déversé d'un côté ou de l'autre de la verticale du trait carré et qui de pair serait devenu impair, ce qui entraîne l'inégalité métrique de toutes les parties homologues. La hauteur, c'est-à-dire la perpendiculaire du sommet à la base, se trouve transportée hors du point milieu de la base et à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle.

§2. — *Les complexes de points dans le plan polaire.*

Soit un cercle effectivement tracé sur la surface du plan avec le compas. Si l'on suppose que des points, disséminés sur la surface du plan tout entier et plus ou moins denses ou serrés, c'est-à-dire plus ou moins nombreux et même indéfiniment nombreux, sont répartis uniformément et régulièrement sur toute la surface du plan, le cercle effectivement tracé les partagera en trois groupes, savoir : 1° — la masse des points intérieurs compris entre le centre ou le pôle, qui est un point unique, et la circonférence ou périphérie du cercle ; 2° — les points extérieurs à la circonférence et qui s'épandent autour d'elle dans toute l'étendue

du plan indéfini ; 3° — et enfin les points rangés sur la circonférence et qui sont tous situés à même distance du point unique qui est tout à la fois et le centre du cercle et le pôle du Plan polaire tout entier.

L'espace enclos ou délimité par la circonférence est l'espace circulaire positif ou le cercle proprement dit, image du plan polaire tout entier, et dont la notion complexe implique les idées de point, de centre ou de pôle; d'espace ou d'étendue superficielle ou planaire limitée par sa périphérie ou son contour ; de ligne circulaire ou de circonférence à courbure uniforme; et enfin de rayons, de diamètres et de cordes qui joignent le centre à la circonférence, ou bien les points de la circonférence entre eux à l'exclusion du centre.

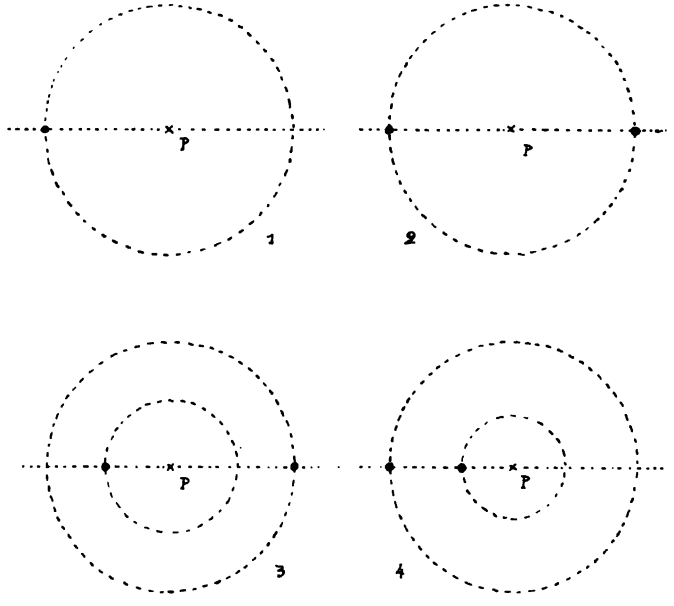
I

Un point et le pôle. — Étant donné le plan polaire avec son point fixe ou son pôle, si l'on prend un second point, en quelque lieu du plan que ce soit, ce second point, qui porte alors le nom de *point polaire*, sera toujours sous la dépendance du pôle. Le pôle et le point impliquent une ligne droite qui est l'*axe polaire* et sur laquelle le point est fixé par sa distance au pôle. Le point se déplaçant tout à l'entour du pôle et par un mouvement circulaire ou de rotation de l'axe polaire, il s'ensuit que, si la distance entre le pôle et le *rayon polaire* reste constante, le point polaire décrit une ligne circulaire ou la circonférence de cercle, qui prend alors le nom de *cercle polaire* (fig. 1).

II

Deux points et le pôle.— Le couple de deux points rapportés au pôle détermine un axe polaire ou une *droite polaire* selon que le pôle est sur la droite des deux points, ou qu'il est en dehors. Le pôle étant pris en dehors de l'alignement des deux points ou de la droite polaire, si l'on mène une perpendiculaire du pôle à la droite, on aura l'axe polaire ; si du pôle on trace un cercle en prenant pour rayon la distance du

pôle au pied de la perpendiculaire, on aura le *cercle polaire* qui est tangent à la droite polaire ou brièvement la *polaire*. Le complexe du

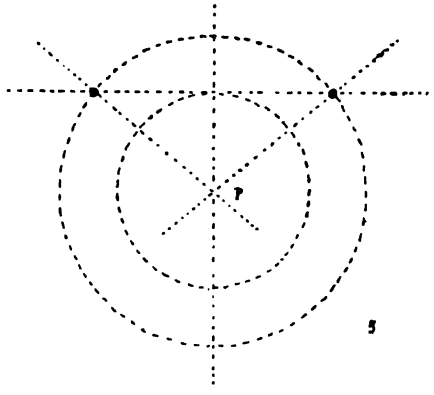


pôle, de l'axe polaire, du cercle polaire et de la polaire constitue ce qu'on peut appeler le *système polaire normal.*

1° — Le pôle est situé sur l'alignement des deux points; dans ce cas, le pôle peut être situé entre les deux points, ou bien en dehors des deux points.

Le pôle étant situé au milieu des deux points, leur couple peut se déplacer circulairement avec l'axe polaire et le lieu de ses positions successives est une circonférence (fig. 2). Si le pôle est situé à des distances inégales, le couple des deux points en se déplaçant circulairement a pour lieu de ses positions successives deux circonférences concentriques (fig. 3). Le pôle étant situé hors du couple des deux points, le lieu de leur déplacement circulaire se compose également de deux circonférences concentriques (fig. 4).

2° — Le pôle est situé hors de l'alignement des deux points et sur une perpendiculaire qui passe par le milieu de l'intervalle de deux points (fig. 5). Dans ce cas, comme d'ailleurs dans le suivant, on a le système polaire complet. La droite d'alignement du couple des deux points est la polaire, la circonférence qui lui est tangente est le cercle polaire, la droite perpendiculaire est l'axe polaire. L'intervalle des deux points et les deux rayons polaires qui les joignent au pôle forment un triangle polaire invariable.



Le couple des deux points se déplaçant tout à l'entour du pôle, la droite polaire et le triangle polaire se déplacent simultanément ; la droite polaire reste toujours tangente au cercle polaire et le lieu du couple des deux points est une nouvelle circonférence concentrique et extérieure au cercle polaire. Les positions successives de la polaire forment un complexe de tangentes qui enveloppent complètement le cercle polaire.

A mesure que le pôle s'éloigne de la polaire, l'angle des rayons polaires devient de plus en plus aigu, et solidairement les circonférences deviennent de plus en plus grandes. A la limite, c'est-à-dire le pôle s'éloignant à l'infini, le triangle polaire s'efface, les rayons polaires deviennent parallèles et les deux circonférences se confondent avec la

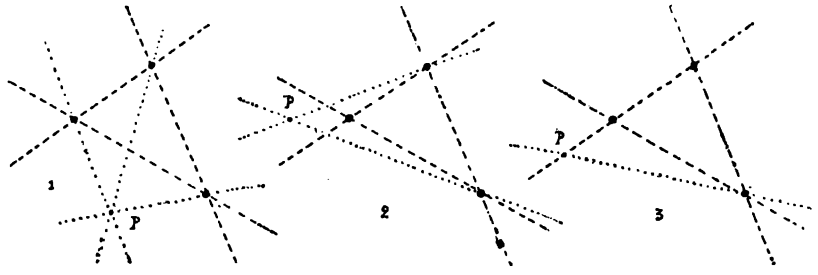
droite polaire. A mesure, au contraire, que le pôle se rapproche de la droite polaire, le triangle devient de plus en plus obtusangle ou méplat, et solidairement les circonférences diminuent à proportion. A la limite, c'est-à-dire le pôle étant sur la droite polaire et au milieu de l'intervalle des deux points, le cercle polaire s'évanouit en se réduisant à un point, et le cercle concentrique ou le lieu des deux points devient le cercle polaire de ces mêmes points.

3° — Si l'on suppose que le couple des deux points demeurant invariable se déplace par un mouvement de translation le long de la droite d'alignement ou de la polaire, le pôle, l'axe polaire, le cercle polaire, et la droite polaire demeurant fixes, il en résultera : que l'un des points du couple se rapprochant de l'axe polaire et l'autre s'en éloignant à proportion, on aura deux rayons polaires inégaux et par suite deux cercles concentriques et extérieurs au cercle polaire; que l'un des points se trouvant sur l'axe polaire et l'autre en dehors, on aura un seule circonférence concentrique et extérieure au cercle polaire; enfin que si le couple des deux points s'éloigne de plus en plus de l'axe on aura de nouveau deux circonférences de plus en plus grandes et concentriques et extérieures au cercle polaire. Si le couple s'éloigne jusqu'à l'infini, les circonférences s'évanouissent et les deux rayons polaires se confondent en une droite menée par le pôle et parallèle à la polaire.

III

Trois points et le pôle.— Trois points déterminent trois alignements ou trois droites qui, en s'entrecoupant deux à deux, subdivisent le plan en sept régions : trois angulaires, trois biangulaires, et une triangulaire. Il revient au même de placer le triangle complet dans le plan polaire, ou d'emplacer le pôle arbitrairement choisi dans l'une des sept régions qu'il implique; si donc nous prenons ce dernier parti, nous aurons six relations possibles du pôle avec le triangle complet : 1° le pôle dans un biangle; 2° le pôle dans un angle; 3° le pôle sur l'une des demi-droites;

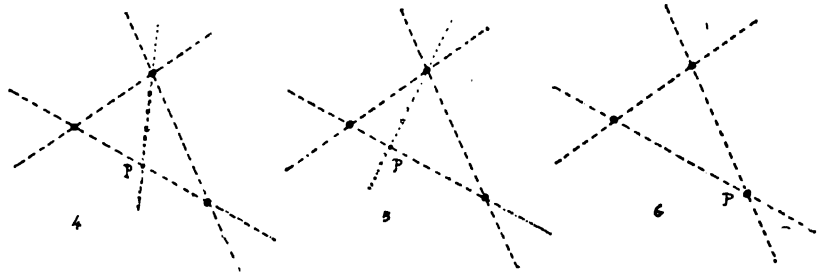
4° le pôle sur un des côtés du triangle; 5° le pôle sur un sommet; 6° enfin, le pôle dans l'intérieur du triangle. Suivant que les rayons polaires, c'est-à-dire les distances du pôle à chacun des points, seront toutes les



trois inégales, ou deux égales et la troisième plus grande ou plus petite, ou enfin égales, on aura trois, deux ou une circonférence passant par les trois points et dont le pôle commun sera le centre.

Le pôle étant situé dans l'un des biangles (fig. 1) ou dans l'un des angles (fig. 2), les trois rayons polaires sont libres et distincts.

Si le pôle est sur l'une des demi-droites, deux des rayons polaires sont unis ou se confondent avec la droite choisie, le troisième reste libre et distinct (fig. 3).



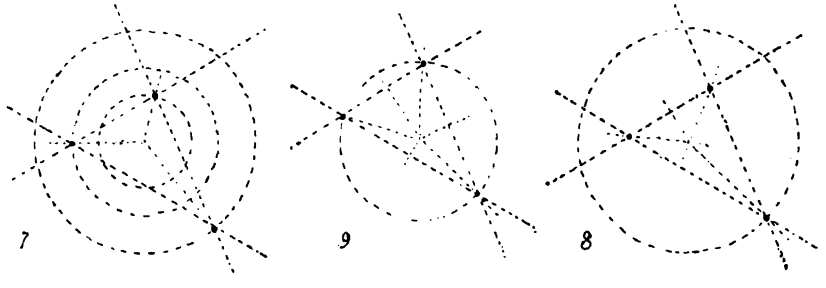
Le pôle étant pris sur l'un des côtés du triangle et entre les deux points que ce côté implique, soit au milieu (fig. 4), soit à inégales distances (fig. 5), on a deux rayons unis et confondus avec le côté choisi

et un rayon distinct. Enfin si le pôle est l'un des trois points (fig. 6), on n'a plus que deux rayons, et l'on rentre dans le cas de deux points et un pôle.

Les figures 1 à 6 impliquent trois, deux ou une circonférences circonscrites aux trois points suivant l'espèce et suivant que les rayons polaires sont inégaux ou égaux.

Si l'on isole le triangle fermé de l'ensemble du triangle complet pour le considérer dans sa relation descriptive avec le pôle, on remarquera : que, dans la figure 1, les trois points sont situés chacun sur un rayon polaire, et que la pointe du triangle est opposée au pôle ; que, dans la figure 2, les trois points sont également situés un à un sur les trois rayons polaires, mais que la pointe du triangle est tournée vers le pôle ; enfin que, dans la figure 3, un des côtés du triangle et par conséquent deux des points sont situés sur un même rayon polaire et que le troisième point est sur le rayon libre : la position du triangle par rapport au pôle est donc intermédiaire entre les figures 1 et 2.

Supposons maintenant le pôle à l'intérieur de la maille ou du triangle fermé et situé en un point quelconque de sa surface.



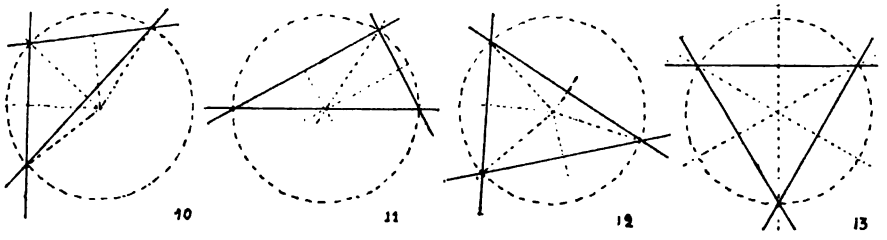
Si le pôle est pris à vue dans le triangle de telle manière que les trois rayons polaires qui le joignent aux points soient inégaux, on aura trois cercles concentriques et sur lesquels le triangle demeurant invariable s'appuie constamment dans son mouvement de rotation autour du pôle (fig. 7). Si deux des rayons polaires étaient égaux, ce que l'on obtient

aisément en prenant le pôle sur une perpendiculaire élevée par le milieu de l'un des côtés, on n'aurait plus que deux cercles concentriques sur lesquels s'appuie constamment le triangle invariable en tournant autour du pôle, deux des points s'appuient sur un même cercle, et le troisième sur le cercle concentrique (fig. 8). Enfin, si l'on élève une perpendiculaire par le milieu d'un second côté, son point de rencontre avec la première et par suite avec la perpendiculaire élevée sur le milieu du troisième côté, détermine un pôle unique, le pôle propre de la figure de trois points; les trois rayons polaires sont égaux et les trois points sont situés sur un cercle unique (fig. 9). Nous en conclurons ces propositions de géométrie élémentaire entre tant d'autres bien connues : *trois points non situés en ligne droite déterminent une circonférence et une seule; tout triangle est inscriptible dans une circonférence, etc.*.

Cette manière impérative et symbolique d'exprimer de simples faits de graphique qui relèvent de l'intuition des sens et de l'imagination de l'esprit, permet, en les incorporant au langage, de les transporter dans la région de la science, c'est-à-dire de l'organisation rationnelle de la connaissance. La faculté discursive et logique de la raison venant à s'exercer sur ces données premières, il en résulte l'appareil tout scolastique de l'explication scientifique et de la démonstration en forme, et finalement l'exposition doctrinale ou didactique de la géométrie. C'est ainsi qu'en disant que le pôle propre du groupe triangulaire de trois points se trouve à l'intersection des trois perpendiculaires élevées sur le milieu des côtés on formule implicitement ce théorème : *Les perpendiculaires élevées sur le milieu des côtés d'un triangle se coupent en un seul et même point*. Puis le théorème formulé on en fournit la démonstration et cela constitue un exercice de logique qui a ses lois et sa rigueur propres, nous n'avons donc pas à y insister ici. D'ailleurs, et quelle que soit cette démonstration, si l'on s'avise de demander où tombe le point en question, force sera bien de recourir à l'expérience directe, si l'on ne veut pas recourir à l'expérience acquise, c'est-à-dire indirecte, et qui, s'étant

amassée par provision dans les livres ou dans la mémoire, s'y trouve logiquement organisée par la coordination scolastique.

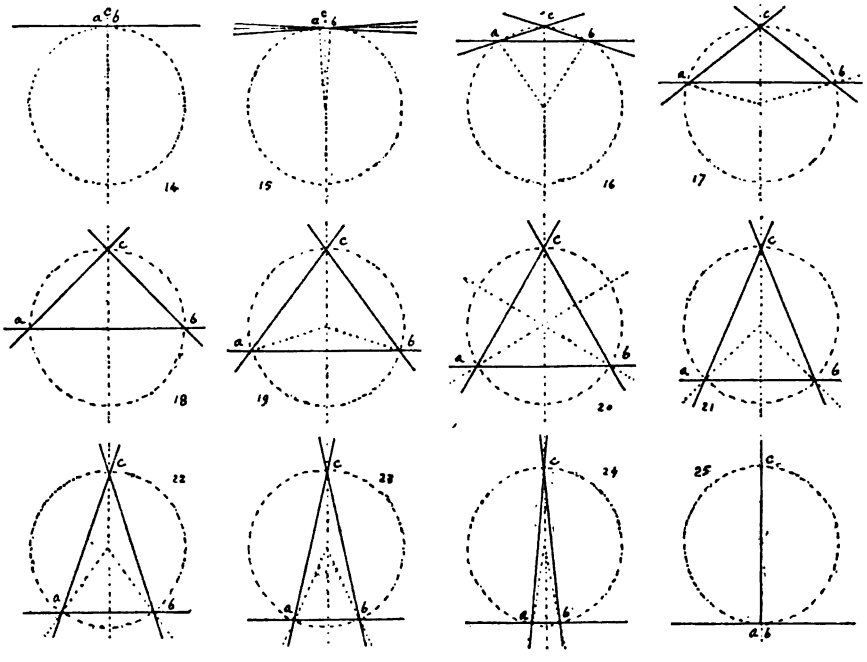
Pour le triangle obtusangle (fig. 10), la figure se trouve toute d'un côté du pôle qui est alors situé en dehors du groupe de trois points. Et



en effet, répond la géométrie, le triangle a son angle caractéristique inscrit dans un arc moindre que la demi-circonférence. Si le triangle est rectangle (fig. 11), le pôle se trouve situé sur le grand côté ou l'hypoténuse. Enfin si le triangle est acutangle (fig. 12 et 13), le pôle est à l'intérieur des trois points. La disposition absolument régulière des trois points est quand le triangle qu'ils impliquent est à la fois équiangle et équilatéral ; dans ce cas, les trois axes de symétrie du triangle se coupent par le pôle (fig. 13). Si dans les figures 10 à 13 les deux côtés de l'angle caractéristique étaient égaux, on aurait des triangles isocèles.

Les trois points rassemblés près à près sous un arc très petit et à peine discernable ont pour limite en dessous la figure 14 où les trois points sont confondus en un seul et les trois côtés du triangle confondus en une seule tangente, le triangle est alors infiniment petit. Si le triangle, quoique encore très petit, devient perceptible. les trois côtés sont alors distincts ainsi que les trois rayons polaires. Le point du milieu restant fixe, si l'on suppose que les deux autres s'en écartent également et de plus en plus, on aura la suite des figures 15 à 24 et finalement la figure 25 où deux des côtés se confondent avec l'axe de la figure et le troisième qui lui est perpendiculaire devient tangent au cercle. Dans la figure 18, où les trois points embrassent un demi-cercle, deux des rayons polaires sont dans un même alignement qui est le diamètre du cercle.

Les trois points étant séparés par des arcs égaux on a la figure 20 ou le triangle équilatéral de symétrie ternaire. Dans la suite des figures 21 à

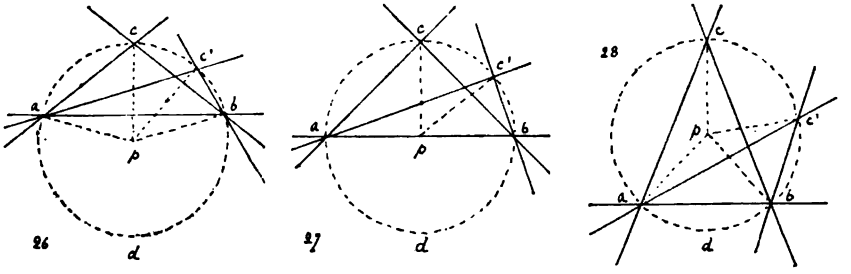


24, l'angle devient de plus en plus aigu, les deux côtés symétriques se rapprochent de plus en plus l'un de l'autre et finalement se confondent en un seul (fig. 25). Tous ces triangles sont isocèles et la figure est paire, seule la figure 20 est triplement paire ou de symétrie ternaire.

Si maintenant, et pour chacune des phases précédentes de la génération des triangles isocèles, on vient à considérer la base *a b* comme fixe pendant que le sommet *c* se déplace sur la circonférence en passant de *c* en *b* ou symétriquement de *c* en *a*, on engendrera une infinité de triangles scalènes pour chacun des trianges isocèles et qui auront comme lui-même base et même angle au sommet.

Tout étant symétrique de part et d'autre de l'axe de symétrie *c de* la figure, il nous suffira de considérer la suite des triangles

scalènes d'un seul côté, de *c* en *b* par exemple. Prenant donc un point quelconque *c'* sur l'arc *cb*, il nous faut montrer (démontrer, comme disent les géomètres) que l'angle *ac'b* est égal à l'angle *acb*. Or, si



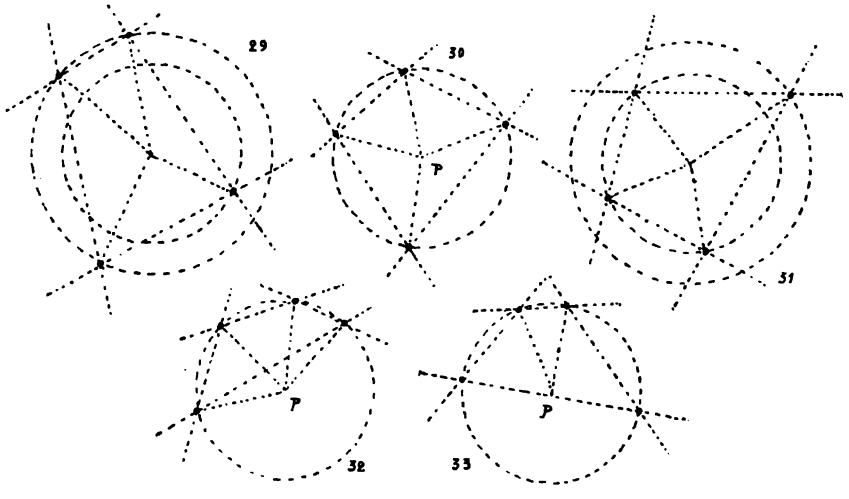
l'on joint le point *c'* au centre *p* du cercle, on a constamment les triangles *ac'p*, et *c'bp* qui sont isocèles, par conséquent les angles à la base sont égaux et par suite la somme de ces angles toujours complémentaire à quatre angles droits d'un même angle fixe *apb ;* donc angle *ac'b* et égal à angle *acb*. De ce simple fait de commutation des angles il résulte encore que angle *cac'* est constamment égal à angle *c'b c*, et que, puisque leur somme est égale à angle au centre *cpc'*, chacun d'eux a pour mesure la moitié de l'arc *cc'*, qui est la mesure de l'angle au centre, par conséquent encore tous les angles *c a c'* inscrits dans l'arc *cadbc'* ont même mesure, la moitié de l'arc complémentaire *c c'*. De là ce théorème de la géométrie: *tous les angles inscrits dans un même segment sont égaux et ont pour mesure la moitié de l'arc sous-tendu*, et ses conséquences, que montrent les figures 26 à 28, c'est-à-dire: si le segment est plus petit que la moitié de la circonférence, ou égal ou plus grand, respectivement l'angle inscrit sera obtus, droit ou aigu. Nous noterons particulièrement, à cause de son utilité dans la graphique, que tous les angles inscrits dans un demi-cercle sont droits (fig. 27).

Pour toute la suite des triangles scalènes ainsi engendrés, les hauteurs ou les distances perpendiculaires du sommet à la base vont en déclinant depuis le triangle isocèle initial jusqu'au terme zéro, quand le sommet

c est en *b* ou en *a* et que les côtés de l'angle au sommet se confondent alors avec la base *ab*.

IV

Quatre points et le pôle. — Un quatrième point pris hors du groupe de trois points, et en dehors de l'alignement de ces points pris deux à deux, et puisque trois points impliquent un cercle, se trouvera nécessairement situé ou à l'intérieur du cercle (fig. 29), ou à l'extérieur (fig. 31), ou enfin sur la circonférence (fig. 30). Dans ce dernier cas, le groupe des quatre points est dit inscriptible; dans tous les autres cas, il est dit



non-inscriptible; en d'autres termes, les quatre points n'ont pas de pôle commun ou ils en ont un; ou bien encore le groupe de quatre points est inscrit dans une seule circonférence, ou bien il est inscrit dans deux circonférences concentriques. Si l'on prenait les quatre points au hasard, et un point de centre quelconque, il arrivera nécessairement ou bien que ces quatre points seront sur quatre circonférences concentriques ou bien sur trois, ou sur deux ou sur une seule. Dans tous ces cas, les

rayons polaires seront inégaux ou bien inégalement égaux, ou enfin égaux.

Le groupe des quatre points tous situés sur le cercle polaire peut avoir son pôle propre, en dehors (fig. 32), sur un des côtés (fig. 33), ou en dedans (fig. 30).

ARTICLE V

DROITE ET POINT

Nous pouvons considérer le Point par rapport à la Droite, ou la Droite par rapport au Point. Dans le premier cas, la Droite est fixe et le Point mobile; dans le second cas, c'est le Point qui reste fixe et la Droite que est mobile. De toute manière le complexe de la Droite et du Point est une figure paire et symétrique par rapport à un axe qui passe par le Point et est perpendiculaire à la Droite.

§ 1^er^. — *La Droite fixe et le Point mobile.*

Tout d'abord et comme d'instinct, parce que nous avons naturellement le sentiment de la plus courte distance, du chemin le plus direct, nous conduisons par le Point une perpendiculaire à la Droite. Puis, mesurant la distance du Point au pied de la perpendiculaire, nous en avons la grandeur métrique. Par conséquent, et pour ce qui est de la distance du Point à la Droite, nous la connaissons parfaitement. Mais, cette distance étant la même pour tous les points d'une droite parallèle à la Droite fixe, la *situation* ou le *lieu* du Point restent indéterminés.

Pour préciser cette relation, il est nécessaire d'introduire un moyen terme. Or, puisque une Droite est déterminée par deux points, si nous prenons effectivement deux points sur la Droite, la relation du Point avec ces deux derniers établira d'une manière fixe et invariable la relation métrique et graphique du Point avec la Droite.

Prenons d'abord un seul point auxiliaire sur la Droite, et faisons

passer par ce point auxiliaire et le Point donné une ligne droite : les deux points déterminent une distance et les deux droites un angle ; si donc nous connaissions cet angle et la distance des deux points, la situation du Point par rapport à la Droite serait entièrement déterminée. Si nous prenons maintenant un second point sur la droite, et que nous fassions passer une seconde ligne droite par le Point et ce nouveau point, nous aurons alors un complexe de trois points, de trois droites, de trois angles, et de trois distances, c'est-à-dire, un triangle complet. A ne considérer que les trois distances, la situation du Point sera donc entièrement déterminée. Enfin le Point serait encore déterminé si, par le Point et Droite, on faisait passer le trait carré. De là les trois procédés suivants:

I. — Détermination par l'angle

On mesure un angle quelconque par l'arc qui lui est solidaire et qu'on évalue en degrés, minutes, secondes, à l'aide d'un cercle gradué, graphomètre ou rapporteur.

On construit un angle quelconque soit mécaniquement par le rapporteur, soit graphiquement par le *trait de l'arc* qui se détermine par un trait de compas et que l'on reporte par la longueur de la corde.

C'est une application graphique du système des *coordonnés polaires*, ainsi défini dans la géométrie cartésienne ou analytique : « *Un point*, *une longueur* et *une direction* déterminent une droite ; le *point* qui est à la fois sur la droite Ox et sur l'alignement OM est le pôle ; la distance est la *longueur* OM qui va du pôle O au point M et qu'on appelle

rayon vecteur ou *droite dirigée;* enfin la *direction* est fixée par l'angle formé par le rayon vecteur avec la ligne de base Ox et qu'on nomme quelquefois *axe polaire.* »

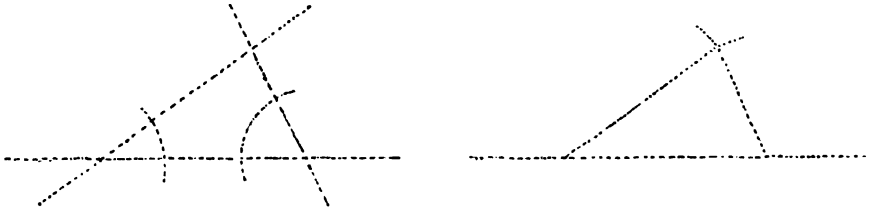
Dans la graphique proprement dite, c'est le trait de l'arc qui seul nous intéresse.

La Droite donnée Ox, la distance OM et la corde MA forment un triangle, le procédé de la détermination par l'angle revient donc, au fond, au procédé de la détermination par le triangle.

II. — Détermination par le triangle

La position d'un Point par rapport à une Droite est déterminée quand on connaît ses distances à deux points de la Droite.

Trois points, qui, pris deux à deux, déterminent *trois alignements* et, par suite, *trois distances; trois angles* sous chacun desquels la droite qui réunit deux points opposés est vue ou coordonnée avec le troisième point; tels sont les éléments de la synthèse géométrique, ou du complexe



capital, aussi bien en géométrie qu'en graphique, qu'on appelle le triangle.

Le Point se trouvera donc entièrement déterminé, si, prenant à volonté deux points sur la Droite, on mesure les distances de ces deux points au Point donné. On a ainsi trois distances connues et par conséquent un triangle déterminé.

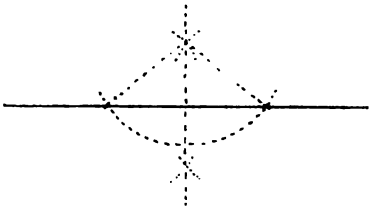
Ce triangle se construit aisément si, prenant sur la Droite la distance de deux points fixes comme base, on trace en deux traits de compas et

avec les deux autres distances deux petits arcs qui, en se coupant, déterminent le triangle et par suite la position du Point.

Le Point se trouverait encore déterminé si, au lieu des distances du Point aux deux points de la Droite, on mesurait les angles que font les droites du Point avec la Droite. Il suffirait graphiquement de déterminer ces angles par le *trait de l'arc* et le problème serait encore résolu.

III. — Détermination par le trait carré

Ce troisième moyen, qui revient d'ailleurs au second, consiste à appliquer sur la Droite l'une des branches du trait carré, pendant que l'autre branche passe par le Point. La distance alors la plus courte, du Point à la Droite, est la distance du Point au centre ou à l'encroix du trait carré. Cette plus courte distance est donc perpendiculaire à la Droite. Or, pour tracer le trait carré, ou, ce qui revient au même, pour mener une perpendiculaire à une droite (et, à moins que l'on ne serve mécaniquement de la règle et de l'équerre) il faut toujours déterminer



deux obliques, et c'est ce que l'on obtient aisément, quoique d'une manière implicite, en traçant du Point isolé et avec une ouverture de compas prise à volonté, un arc de cercle assez grand pour couper la Droite en deux points. De ces deux points on décrit haut et bas deux petits arcs qui, en se coupant, déterminent deux points, lesquels, étant joints par une ligne droite, donnent la perpendiculaire demandée.

De la relation établie entre le Point et la Droite extérieurs l'un à l'autre, nous pouvons conclure que le mouvement relatif d'un point dans le Plan est déterminé quand on donne les mouvements relatifs de

ce point par rapport à une droite fixe dans le Plan. Ce mouvement relatif est connu à tout instant quand on donne les mouvements relatifs du point par rapport à deux points de la droite donnée. Tous les points de la trajectoire du point mobile déterminent, avec les deux points fixes, une suite de triangles.

§ 2. — *Le Point fixe et la Droite mobile.*

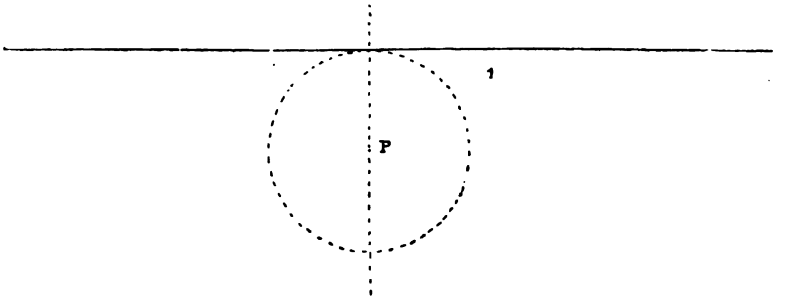
Le Point considéré comme fixe est alors le *pôle* de la droite et réciproquement la Droite est la *polaire* du Point. La perpendiculaire menée du pôle sur la polaire, ou, ce qui est la même chose, du Point sur la Droite, est *l'axe polaire*, et la plus courte distance du Point à la Droite est la distance du pôle à la polaire prise sur l'axe polaire. Cette plus courte distance est aussi le rayon du cercle polaire décrit du pôle comme centre et tangent à la polaire.

La Droite considérée comme mobile autour du point fixe ou du pôle est constamment tangente au cercle polaire qui est fixe, et dont le rayon est la plus courte distance du Point à la Droite.

D'autre part, et considérant que deux points déterminent une droite, si nous prenons deux points à volonté sur la droite, nous la partagerons en deux demi-lignes droites indéfinies, et un segment fini compris entre les deux points ; or, il nous suffira de considérer ce segment, déterminant de la droite entière, et de le mettre en rapport avec le Point. Tous les déplacements du segment fini, d'abord sur la Droite par le choix arbitraire des deux points, ou par son glissement sur la Droite; puis par sa rotation entière autour du point fixe ou du pôle auquel il est rattaché par les deux rayons polaires qui vont du pôle à ses extrémités, ou, ce qui revient au même, la rotation du triangle rigide que forment les deux rayons avec le segment, seront déterminants des diverses positions de la Droite entière par rapport au Point.

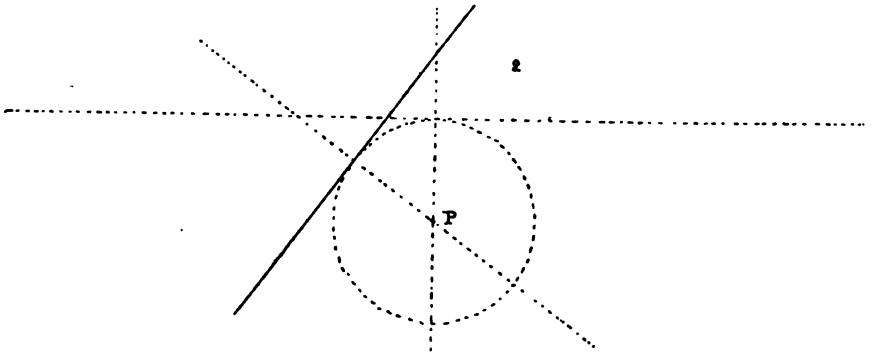
Soient donc donnés un Point ou pôle et une Droite ou polaire et, pour plus de commodité, la Droite étant prise horizontale ou travers.

Par le point P (fig. 1) décrivons une circonférence tangente à la droite, ou le cercle polaire et menons une perpendiculaire à cette même droite



ou l'axe polaire. Nous avons ainsi un complexe formé par la Droite et l'axe polaire et invariable puisque la Droite et l'axe polaire sont perpendiculaires l'un à l'autre.

Si donc nous faisons tourner ce complexe autour du point P ou du pôle,



la Droite devient oblique à sa position première (fig. 2) et fait avec celle-ci un angle égal à l'angle des deux axes ou des deux rayons polaires. La Droite par rapport à sa position première, ou horizontale, devient successivement plus ou moins couchée, puis diagonale, et enfin plus ou moins penchée. A la limite, la Droite d'abord horizontale ou travers, puis oblique en barre, devient finalement verticale ou droite, c'est-à-dire d'équerre avec sa position première. La Droite, continuant son mouve-

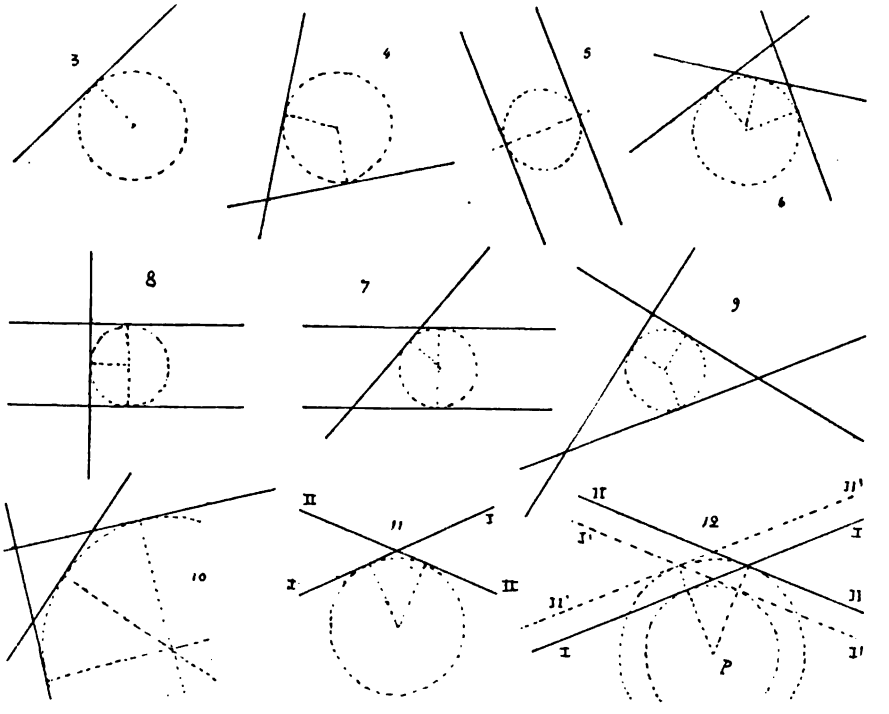
ment de rotation, de verticale devient oblique en bande et plus ou moins penchée, diagonale et enfin plus ou moins couchée; à la limite, la Droite devient horizontale et parallèle à sa position première. La rotation continuant, la Droite repasserait symétriquement par les mêmes positions, mais en sens inverse, pour, finalement, et après une révolution complète, faire retour à sa position première et la réoccuper entièrement.

Si l'on marquait deux points sur la Droite, on déterminerait un segment fini compris entre ces deux points et compris aussi dans l'angle polaire formé par les rayons polaires menés du pôle à chacun de ces points. De même que le segment est déterminant de la Droite entière, de même aussi le triangle polaire est déterminant de chacune des positions que peut occuper la Droite dans son déplacement autour du pôle. Nous en conclurons que le mouvement relatif d'une Droite par rapport au pôle est déterminé à tout instant par deux points liés invariablement ou un segment fini; et l'ensemble des positions de ce segment et par conséquent de la Droite entière est subordonné à un faisceau de droites qui rayonnent autour du pôle sous des angles indéterminés. Si donc nous considérons le segment fini, il sera à tout instant compris entre deux rayons polaires sur lesquels il s'appuiera constamment par ses extrémités. De plus, et si l'on considère à part l'angle polaire, c'est-à-dire les deux rayons polaires et le segment compris, ce segment, demeurant invariable, pourra se déplacer de bien des manières dans les limites de l'angle polaire. L'ensemble des positions de ce segment, qui s'appuie constamment sur les côtés de l'angle polaire, fait partie de l'ensemble des tangentes à une conique. Mais ceci nous avertit que, dépassant les bornes de la Graphique et de la Géométrie élémentaires, nous entrons dans un autre domaine, celui de la Géométrie générale, qui doit nous rester étranger.

A mesure que la Droite se rapproche du Point, le cercle polaire diminue, pour, à la limite, se réduire à un point; le Point est alors situé

sur la Droite, en son milieu, et c'est alors le pôle propre de la Droite.

Si l'on arrête à tout instant le mouvement continu de rotation de la Droite autour du pôle, pour en marquer les phases successives et



numériquement distinctes, on aura autant de positions diverses de la droite initiale que l'on voudra, c'est-à-dire une suite de figures composées de 1. 2. 3... *n* droites subordonnées à un pôle ou centre directeur.

Pour une seule position de la droite, à savoir la position initiale, la droite, par rapport à la norme des directions, c'est-à-dire par rapport au trait carré, sera horizontale ou travers, verticale ou droite, oblique en barre ou oblique en bande et simultanément penchée, diagonale ou couchée. La droite est tangente au cercle polaire, et l'on a par conséquent un seul point de tangence (fig. 3).

Deux positions distinctes de la droite initiale, étant prises ensemble, formeront un sautoir (fig. 4) ou une jumelle (fig. 5). Les deux côtés du sautoir sont tangents au cercle polaire et l'on a deux points de tangence et un point de croisement. Les côtés de la jumelle, et puisque les droites sont parallèles, déterminent seulement deux points de tangence.

Trois positions distinctes de la droite initiale, en se coupant deux à deux, déterminent un triangle complet circonscrit au cercle polaire par les trois côtés d'un biangle (fig. 6). Si deux des positions sont parallèles et la troisième oblique (fig. 7) ou bien d'équerre (fig. 8), la figure est circonscrite au cercle polaire, et l'on a encore trois points de tangence, mais seulement deux points de croisement. Enfin, si le cercle polaire est enveloppé complètement par les trois droites qui se coupent deux à deux on a un triangle complet circonscrit au cercle par les côtés de sa maille intérieure ; et le cercle est dit alors inscrit au triangle (fig. 9).

En général, ces positions successives d'une droite mobile autour d'un point fixe ou pôle déterminent un polygone complet et qui est fermé ou bien ouvert et partiel, selon que ces positions de la droite enveloppent le cercle polaire de toutes parts (fig. 9), ou seulement en partie (fig. 10), c'est-à-dire selon que la droite initiale a dans son déplacement parcouru le cercle tout entier ou une partie seulement.

Plus généralement encore et si l'on envisage la continuité du mouvement, les positions successives d'une droite mobile enveloppent ce qu'en géométrie moderne ou synthétique on appelle une *courbe*. La courbe peut être définie comme l'ensemble de tous les points qui sont situés sur elle ou comme l'ensemble des tangentes qui l'enveloppent. L'étude de la nature et des propriétés des *formes géométriques* engendrées par le déplacement d'un élément initial, par exemple la droite, et qui ne dépend en aucune manière des notions de force, de vitesse et d'accélération, non plus d'ailleurs que de la nature des *forces mécaniques* qui réalisent les mouvements mais uniquement de la *loi géométrique* qui préside à leur génération, fait l'objet propre de la géométrie du mouvement ou de ce que l'on appelle

encore la géométrie cinématique, dont les développements sont étrangers à la graphique proprement dite. Ce qui n'empêche nullement que les notions premières et fondamentales tant de la géométrie ordinaire que de la géométrie cinématique, ne soient aussi les notions premières et fondamentales de la graphique, et c'est ce que la suite de ces études mettra dans tout son jour. Dès à présent nous pouvons faire remarquer que (fig. 11) la droite initiale, en passant de la position I à la position II, s'est dédoublée et transformée en un sautoir I-II ; que (fig. 12), si l'on prend le pôle *p* inégalement distant des deux côtés du sautoir III, on pourra, par un mouvement de rotation de l'une des droites composantes, transformer le sautoir en une jumelle I-II' si la relation a lieu de droite à gauche, ou en une jumelle égale I'-II, si la rotation a lieu de gauche à droite ; la largeur de la jumelle est égale à la différence des rayons polaires.

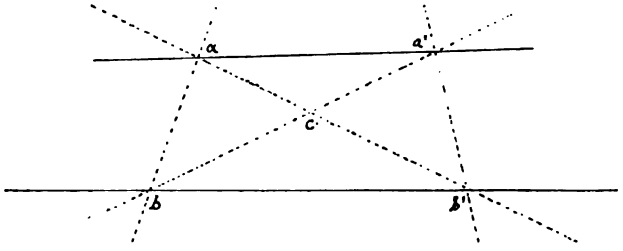
ARTICLE VI

DROITE ET DROITE

Deux droites dans un même plan, ou bien une droite et un point extérieur étant donnés, et si l'on mène par le point une seconde ligne droite quelconque, il arrivera de deux choses l'une : ou que les droites resteront distinctes dans toute leur étendue, ou bien qu'elles se couperont en s'entre-croisant, et auront alors un point commun. Dans ce dernier cas, les droites se croiseront d'équerre ou en croix et formeront le trait carré ; ou bien elles se croiseront obliquement ou de biais et formeront entre elles un sautoir. Si les deux droites ne se rencontrent pas, elles sont dites parallèles, et leur couple est une *jumelle*.

Chacune de ces positions relatives de deux droites est déterminée quand on connaît pour chacune d'elles deux points fixes. On a donc en réalité un groupement de quatre points dont les relations diverses sont déterminantes des couples de lignes droites qui passent chacune par deux de ces points. Or, ces points pris trois à trois déterminent des triangles

rigides et qui sont liés deux à deux par une base commune. C'est donc finalement par deux triangles à base commune que la situation relative de deux droites sera déterminée.



Le quadrilatère des quatre points implique six lignes droites : quatre d'entre elles, à savoir : *aa'* et *bb'; ab* et *a'b'* sont des côtés, et les deux autres *ab'* et *ba'* sont des diagonales. Les côtés opposés pris deux à deux se coupent ou sont parallèles, et les deux diagonales se coupent en croix ou en sautoir, selon que ces lignes sont d'équerre ou obliques l'une à l'autre.

La droite *aa'* sera déterminée par rapport à *bb'*; ou réciproquement *bb'* par rapport à *aa'* par le uosples des triangles situés d'un même côté de la base commune et *superposées*, savoir : *bb'a* et *bb'a'* pour *aa'* par rapport à *bb'*; *aa'b* et *aa'b'* pour *bb'* par rapport à *aa'*. De même pour les droites *ab* et *a'b'* qui seront déterminées par les couples respectifs des triangles *a'b'a* et *a'b'b*, *aba'* et *abb'*.

Les diagonales, c'est-à-dire les deux droites passées en croix ou en sautoir, seraient déterminées l'une par rapport à l'autre par les couples de triangles opposés par le sommet, savoir *aca'* et *bcb'* ou *a'cb'* et *acb*. Mais puisque les droites se croisent, elles ont un point commun, où se confondent deux des quatre points, il suffira donc, outre le point commun, de prendre deux autres points un sur chacune des droites, et un seul triangle sera nécessaire pour déterminer la situation réciproque du sautoir ou de la croix. Pour le sautoir, le triangle serait pris indifféremment dans l'angle le plus ouvert et obtus ou dans l'angle le plus

fermé et aigu. Pour la croix, il n'est plus qu'un seul angle droit ou rectangle.

Le mouvement relatif d'une Droite par rapport à une autre Droite considérée comme fixe est connu quand on donne les mouvements relatifs de deux de ses points par rapport à deux autres points fixes de l'autre Droite. Dans ce cas, le mouvement est fixé à tout instant par les triangles que déterminent les deux points de la Droite mobile avec chacun des points de la Droite fixe.

De plus, si une *figure* quelconque est *exprimée* par la droite finie qui relie invariablement deux de ses points, le mouvement relatif de deux figures quelconques sera exprimé par le mouvement relatif des deux droites finies qui leur sont liées invariablement. Nous verrons plus tard et dans la Graphique les conséquences importantes qui découlent de cette remarque.

Le couple des deux droites demeurant invariable peut se déplacer tout entier par un mouvement de translation et parallèlement à lui-même suivant une droite directrice quelconque et qui lui est attachée invariablement. Le couple des deux droites demeurant invariable peut se déplacer tout entier par un mouvement de rotation autour d'un point fixe quelconque et qui lui est attaché invariablement. Le choix de la directrice ou de la droite de translation comme le choix du point directeur ou du centre de rotation sont arbitraires. Mais si l'on observe que les couples des deux droites ont une symétrie intérieure qui gouverne tout le système, c'est-à-dire des axes et un centre propres, le choix de la droite de translation comme le choix du centre de rotation tomberont le plus naturellement sur le pôle propre ou sur les axes propres.

La *jumelle*, formée par le couple des deux Droites parallèles, a deux axes principaux, l'un longitudinal et passant par le milieu de la bande comprise entre les deux droites, l'autre transversal et d'équerre avec le premier. La jumelle est écartelée et son trait carré formé par les deux axes principaux partage le système tout entier, formé du plan comme

support et de la jumelle comme figure, en quatre quartiers égaux et symétriques. De plus l'encroix du trait carré est le centre de symétrie de tout le système, par ce centre et en outre des deux axes principaux passent une infinité d'axes obliques en bande ou en barre et penchés, diagonaux ou couchés, qui relient deux à deux et symétriquement tous les points en nombre infini du système tout entier, et nommément les points des Droites, les points de l'espace linéaire ou de la bande, et enfin les points des deux demi-plans. De plus encore, le centre de symétrie est le pôle de la jumelle et le cercle polaire propre est le cercle tangent aux deux Droites.

Le *sautoir* a deux axes principaux passés en croix ou écartelés, qui bissectent les angles plans opposés et une infinité d'axes obliques en barre ou en bande et penchés, diagonaux ou couchés. Tous les axes se croisent en un même point, sommet du sautoir, qui est le centre de symétrie ou le pôle du système tout entier.

La *croix* a quatre axes de symétrie principaux, deux linéaires et qui se confondent avec les droites, et deux angulaires qui bissectent les angles-plans ou les quartiers; la croix est donc de symétrie *gironnée*, de plus elle a une infinité d'axes obliques en bande ou en barre et penchés, diagonaux ou couchés. Tous les axes, tant principaux qu'obliques, s'entrecoupent en un même point qui est le centre de symétrie ou le pôle du système tout entier.

CHAPITRE II

LE POINT. — LA DROITE. — LE CERCLE

Supposons un point marqué en un lieu quelconque du plan, ce point étant graphié, c'est-à-dire sensible à notre perception, sera réel, mais tellement petit que sa figure ou sa forme ne compte pas et demeure indifférente. Le point réel peut alors être considéré comme le signe indicatif d'un lieu, comme une droite infiniment petite, comme un cercle

infiniment petit, enfin comme une figure quelconque infiniment réduite, c'est-à-dire infiniment petite et dont les attributs de forme ne sont plus discernables. Le point concret est le terme extrême, c'est-à-dire infiniment petit de la *minoration* d'une figure quelconque, il représente alors le point de départ, le devenir d'une figure implicite que l'on peut concevoir comme passant par tous les états de grandeur, lesquels s'échelonnent à volonté entre l'infiniment petit et l'infiniment grand, termes extrêmes et alors purement intelligibles de la *minoration* comme de la *majoration* d'une figure. En passant par tous les états de grandeur, la figure ne change pas de forme, elle demeure invariable et toujours homogène, c'est-à-dire conforme à son type.

Deux points abstraits, marqués en deux lieux distincts du plan étant donnés, nous pouvons imaginer que ces points représentent :

1° Deux lieux abstraits,

2° Deux droites infiniment petites,

3° Deux cercles infiniment petits,

4° Une droite infiniment petite et un point abstrait,

5° Un cercle infiniment petit et un point abstrait,

6° Une droite infiniment petite et un cercle infiniment petit.

Cela posé, les deux points peuvent être indéfiniment rapprochés ou indéfiniment éloignés : leur *distance*, c'est-à-dire la portion de droite qui les sépare sur la ligne droite indéfinie qu'ils impliquent, est alors plus ou moins petite ou plus ou moins grande suivant l'*échelle*. Quand la distance est infiniment petite, c'est-à-dire physiquement nulle, les deux points se confondent en un seul.

Si maintenant nous mettons en relations simplement descriptives le Point, la Droite et le Cercle, en les prenant deux à deux de toutes les manières possibles, nous aurons six combinaisons binaires, savoir : le le Point et le Point, le Point et la Droite, le Point et le Cercle, la Droite et la Droite, la Droite et le Cercle, le Cercle et le Cercle.

ARTICLE PREMIER

§ 1. — *Le Point et le Point.*

Deux points pris ensemble et formant un couple synthétique impliquent un alignement, c'est-à-dire une ligne droite qui les contient l'un et l'autre. Les deux points partagent la ligne droite en un segment fini qui exprime leur distance, et deux demi-lignes droites indéfinies symétriquement opposées. Les deux points étant plus ou moins éloignés l'un de l'autre et même indéfiniment éloignés comme dans la ligne droite entière ou infinie, ou plus ou moins rapprochés l'un de l'autre et même indéfiniment rapprochés comme dans la droite infiniment petite, leur intervalle, leur distance ou la droite qu'ils impliquent, peut passer par tous les états de grandeur depuis la droite infiniment petite et de grandeur physiquement nulle, jusqu'à la droite infiniment grande et de grandeur physiquement inaccessible.

§ 2. — *Le Point et la Droite.*

Les relations descriptives du Point et de la Droite sont de deux sortes : 1° — le point est situé sur la droite dont il occupe alors le pôle ou le centre et l'ensemble est pairement pair ou écartelé ; 2° — le Point est pris en dehors de la Droiteet situé alors dans l'un des deux demi-plans ; dans ce cas l'ensemble est seulement pair, c'est-à-dire symétrique par rapport à l'axe transverse qui passe par le point et est perpendiculaire à la droite.

§ 3. — *Le Point et le Cercle.*

Les relations descriptives du Point et du Cercle sont au nombre de quatre : 1° — le Point est au centre du Cercle, l'ensemble est alors de symétrie radiaire comme le Cercle seul, c'est-à-dire qu'il a un nombre d'axes de symétrie indéfini se croisant par leur milieu au centre du cercle ; 2° — le Point est sur la surface du Cercle entre le centre et la cir-

conférence; 3° — le Point est sur la circonférence du Cercle; 4°— enfin le Point est en-dehors du Cercle. Dans ces trois derniers cas l'ensemble est pair ou symétrique par rapport à un seul axe qui est la ligne des centres. Dans le second cas on a trois distances, l'une du Point au centre et les deux autres du Point aux extrémités du diamètre; ces deux dernières distances sont *additives* et leur somme est égale au diamètre. Dans le troisième cas on a deux distances, l'une du Point au centre et égale au rayon du Cercle, l'autre du Point à la circonférence et égale au diamètre. Dans le quatrième cas on a trois distances, comme dans le second cas, l'une du Point au centre et les deux autres du Point aux extrémités du diamètre ; ces deux dernières distances sont dites *soustractives* et leur différence est égale au diamètre.

ARTICLE II.

Le couple de deux points représente d'abord deux lieux distincts ; puis un lieu et le pôle ou centre d'une droite; un lieu et le centre d'un cercle; le centre d'une droite et le centre d'un cercle; le centre d'une droite et le centre d'une droite; enfin le centre d'un cercle et le centre d'un cercle.

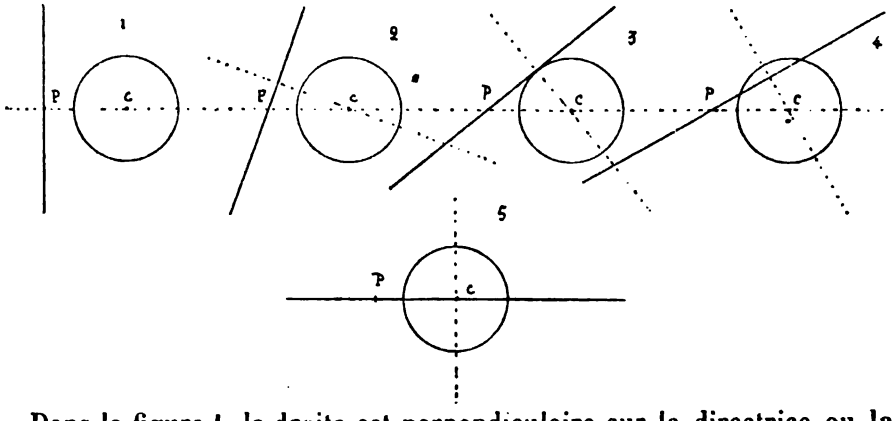
1. — *Un lieu et un lieu.* Le couple implique une ligne droite directrice, puis une distance entre les deux points.

2. — *Un lieu et le centre d'une droite.* Le lieu et le centre impliquent une droite directrice par rapport à laquelle la droite, variable par sa diversité d'attitudes ou de positions, peut-être perpendiculaire ou d'équerre; ou bien oblique, en bande ou en barre et penchée, diagonale ou couchée; ou bien enfin se confondant avec la directrice.

3. — *Un lieu et le centre d'un cercle.* A mesure que le cercle, d'abord infiniment petit et n'étant alors qu'un point, s'accroît ou s'étend et devient distinct quant à sa forme, les relations descriptives passent par les phases suivantes : par le point et le centre ou le cercle infiniment

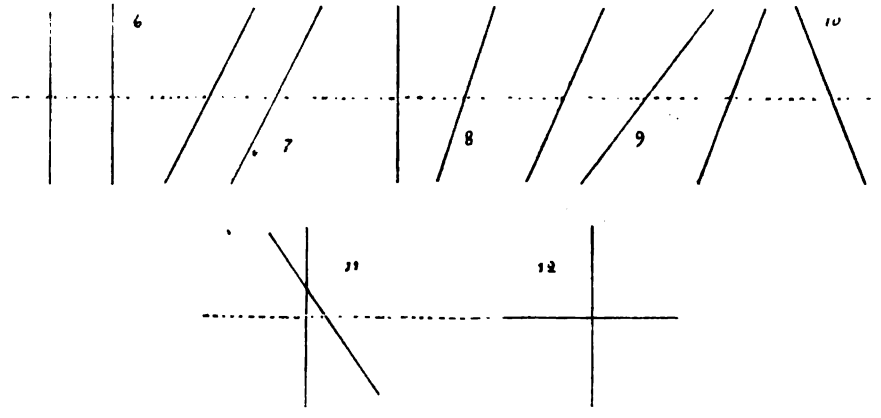
petit, une seule distance ou la portion de droite qu'ils impliquent ; — le point et le cercle étant disjoints, on a trois distances, d'abord la distance des deux points initiaux, puis les deux distances du point à la circonférence ; — en continuant de s'accroître, la circonférence du cercle passe d'abord par l'autre point puis elle le dépasse indéfiniment en l'enveloppant.

4. — *Le centre d'une droite et le centre d'un cercle.* Par le centre de la Droite passent une infinité de droites qui rayonnent dans toutes les directions ; autour du centre du cercle, s'épanchent une infinité de cercles tous concentriques. Or, si l'on prend d'abord deux points fixes, de distance invariable, et si l'on suppose en l'un de ces points une ligne droite, variable de position et en l'autre point un cercle variable par ses accroissements successifs, on aura entre autres les figures suivantes :



Dans la figure 1, la droite est perpendiculaire sur la directrice ou la ligne des centres ; dans les figures 2, 3 et 4, la droite est oblique penchée, diagonale ou couchée, et d'abord distincte du cercle, puis tangente et enfin sécante ; dans la figure 5, la droite est encore sécante, mais aussi diamétrale. Quelles que soient la distance des deux points et la marche générique suivie — par le mouvement de la droite si le cercle est fixe, ou par l'accroissement du cercle si au contraire la droite est fixe, — on aura toujours les mêmes figures.

5. — *Le centre d'une droite et le centre d'une droite.* Si au couple de deux points abstraits nous substituons deux droites infiniment petites, chacun de ces points réels contiendra en puissance une infinité de lignes droites de directions différentes; et si en chacun de ces points nous faisons passer une seule ligne droite, nous obtiendrons une infinité de couples de droites, par exemple les figures suivantes :



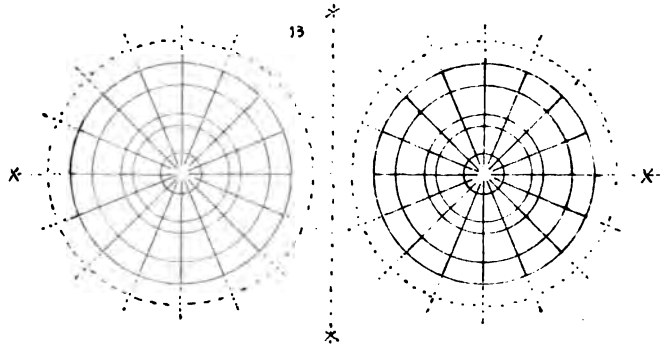
Par rapport à la directrice commune, on a : les deux droites d'équerre avec la directrice (fig. 6), — les deux droites de même inclinaison et de même sens (fig. 7), — une droite d'équerre et une droite oblique en barre (fig. 8), — les deux droites inégalement inclinées en barre (fig. 9), — les deux droites de même inclinaison mais en sens contraire : l'une en barre, l'autre en bande (fig. 10), — une droite d'équerre et une droite oblique en bande (fig. 11), — les deux droites d'équerre entre elles et par conséquent l'une par le travers, l'autre par le droit de la directrice (fig. 12).

Les droites étant supposées illimitées au lieu d'être *fragmentaires*, comme elles le sont nécessairement dans les figures précédentes, ces figures se réduiraient à trois couples distincts : le premier (fig. 6 et 7) où les droites sont parallèles et forment ensemble une *jumelle;* le deuxième (fig. 8 à 11) où les droites se coupent obliquement en *sautoir;* et enfin

le troisième (fig. 12) où les droites se coupent d'équerre ou en *croix*.

6. — *Le centre d'un cercle et le centre d'un cercle.* Les deux points abstraits devenant les centres de deux cercles, il en résulte que si, dans la multitude de cercles qui s'étendent indéfiniment autour de chaque point, on en prend deux à volonté, ces deux cercles seront égaux ou inégaux, intérieurs ou extérieurs, concentriques ou excentriques, enfin disjoints, tangents ou sécants.

Supposons maintenant que les deux points du couple soient simultanément les centres d'une infinité de droites et les centres d'une infi-

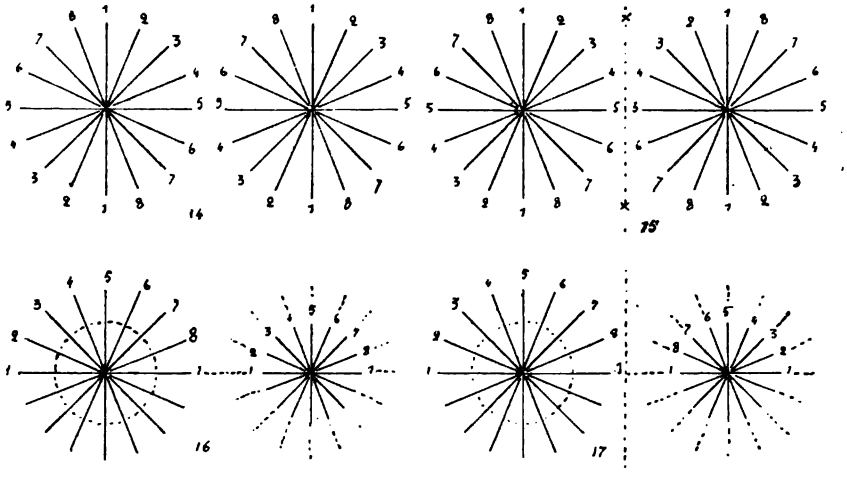


nité de cercles, et prenons pour exemple le cas de deux cercles divisés en huit parties égales. Si nous menons les huit diamètres passant par le centre et les points de division de la circonférence, nous aurons ainsi deux figures entièrement égales, composées des mêmes droites et des mêmes cercles, ceux-ci s'échelonnant de part et d'autre dans la même proportion, c'est-à-dire étant décrits de part et d'autre avec le même rayon. L'ensemble de la figure ainsi formée (fig. 13) est pairement pair ou de symétrie écartelée.

Si maintenant on numérote chacun des huit traits, on crée pour chacun d'eux une individualité distincte et, puisque tous ces traits sont identiques, cette individualité ne peut consister dès lors que dans leurs directions respectives. Les traits étant numérotés dans le même sens, par exemple de droite à gauche pour chacun des cercles, en suivant la

suite naturelle des chiffres on a la figure 14; si, d'un cercle à l'autre, on les numérote en sens inverse on a la figure 15.

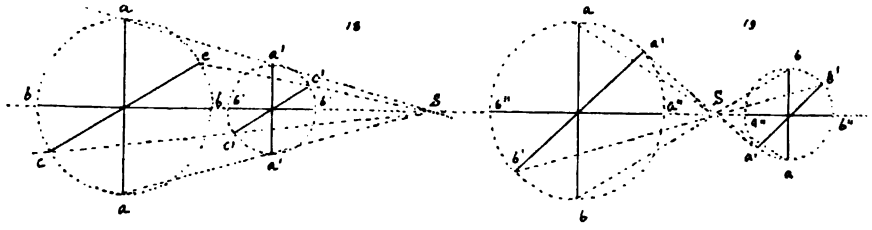
Cela posé, dans la figure 14 toutes les droites homologues, c'est-à-



dire qui ont même numéro d'ordre ou une position identique par rapport au trait carré, — ainsi 1-1 et 1-1, 2-2 et 2-2, 3-3 et 3-3..... 8-8 et 8-8 — étant prises deux à deux sont *parallèles* ou forment une *jumelle*. Dans la figure 15, les droites homologues ne sont plus parallèles, mais *symétriques* : 2-2 du premier cercle est symétrique de 2-2 du second cercle par rapport à l'axe perpendiculaire qui passe par le milieu de la ligne des centres. Dans la figure 14, toutes les droites homologues étant prolongées indéfiniment sont toujours parallèles. Dans la figure 15, toutes les droites homologues ainsi prolongées se croisent obliquement ou perpendiculairement, c'est-à-dire de biais ou d'équerre, à l'exception des droites 5-5 et 5-5, qui sont dans le prolongement l'une de l'autre, et des droites 1-1 et 1-1 qui sont parallèles.

Au lieu de prendre les deux cercles égaux, si nous les prenons inégaux (fig. 16 et 17), les deux cercles seront entièrement semblables dans toutes leurs parties, et chacune de ces parties, si elles sont homo-

logues et homogènes, c'est-à-dire de même nature, de même forme ou figure, seront également semblables. De plus, les parties de même nom d'un cercle à l'autre seront semblables et semblablement placées, c'est-à dire qu'elles seront *homothétiques*, comme disent les géomètres. Ainsi (fig. 18) *a'a'* est homothétique de *aa*, *c'c'* de *cc*, *b'b'* de *bb*..... et les droites qui joignent les points homologues sont également homologues et se coupent en un même point S. Dans ce cas, le point S étant extérieur au couple des deux cercles est un centre d'homothétie ou de similitude *directe*. Les droites *aa*, *a'a'* sont vues sous un même angle visuel, de même *oa* et *o'a'*, *oc*, et *o'c'*, *ca* et *c'a'*.....; tous ces angles visuels différents ont donc même sommet oculaire, ce qui est une repré-

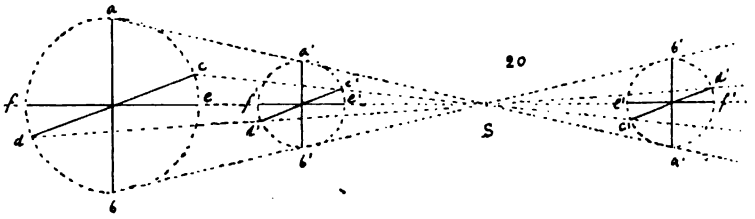


sentation éjective et sensible du principe purement subjectif et instinctif de la similitude.

Si, au lieu de se placer en dehors du couple des deux cercles, on se plaçait entre eux deux, l'homothétie ou la similitude seraient dites *inverses*. Après un demi-tour ou une conversion, l'œil retrouve exactement la même figure semblable et semblablement placée. En effet (fig. 19), le point de vue ou le centre de similitude devant se trouver à la fois sur la ligne des centres et sur la droite qui joint les points homologues se trouvera à leur intersection, ce qui entraîne l'inversion des points homologues : aux deux points *a* et *b* du grand cercle correspondent les points homologues *b* et *a* du petit cercle. L'homothétie inverse se ramènerait à l'homothétie directe par la rotation dans le plan de l'un des demi-plans autour du centre S.

La démonstration de l'unité de centre S devient intuitive si l'on

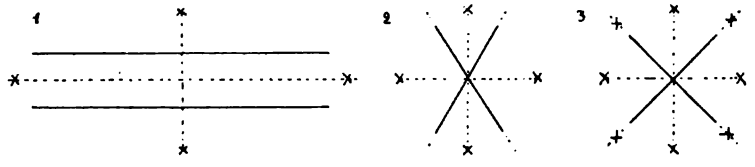
répète symétriquement le couple des deux cercles à droite et à gauche de S (fig. 20) sans passer par la commodité didactique et purement



logique de la théorie des triangles semblables, laquelle, au contraire, est une conséquence du principe général et purement intuitif de la similitude propre de la droite et du cercle. C'est à la droite comme au cercle que se ramènent en définitive la géométrie et la graphique élémentaires.

§ 1er. — *La Droite et la Droite.*

Deux droites prises ensemble sont ou parallèles ou entrecroisées : dans le premier cas, on a la *jumelle*, dans le second cas on a le *sautoir* obliquangle ou rectangle, c'est-à-dire biais ou d'équerre.



La jumelle (fig. 1) est pairement paire et écartelée, simultanément par rapport à un axe longitudinal qui la traverse par le milieu de son intervalle, et à un axe transversal perpendiculaire à ses côtés. La droite étant indéfinie, le centre de symétrie ou du trait carré peut être pris en un point quelconque de l'axe longitudinal. Dans les limites de notre perception sensible et la figure étant fragmentaire, c'est-à-dire formée de droites finies quelconques mais réelles, il s'ensuit que l'intervalle ou la distance des deux côtés de la jumelle est plus ou moins

grande ou plus ou moins petite par comparaison avec les droites fragmentaires.

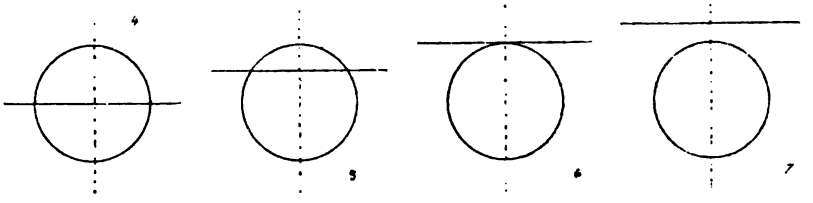
Le sautoir (fig. 2), variable par l'écartement réciproque des côtés qui forment entre eux des angles aigu et obtus complémentaires l'un de l'autre à deux angles droits, est une figure pairement paire ou écartelée par rapport à deux axes de symétrie passés en croix et qui sont les bissectrices des deux angles aigus et obtus. Le centre de symétrie est à l'encroix des deux axes, ou au point de croisement, qui est aussi le pôle commun des deux côtés du sautoir. Chacun des axes partage la figure en deux demi-plans égaux et qui peuvent être amenés à coïncidence par leur rabattement autour de l'axe, ou leur rotation autour du centre. La somme des quatre angles-plans du sautoir est égale à quatre angles droits. La somme des angles d'un même côté de l'une des droites est égale à deux angles droits, les deux angles aigu et obtus sont dits *supplémentaires*. Le quart de la figure, c'est-à-dire le quartier du trait carré de symétrie, comprend deux angles aigus, égaux respectivement à la moitié de l'angle aigu et à la moitié de l'angle obtus du sautoir. Ces deux angles aigus sont dits *complémentaires* l'un de l'autre et leur somme vaut un angle droit. La somme étant constante, les deux angles aigus du quartier, ou les deux angles obtus et aigu du demi-plan varient en toute proportion : c'est le pendant d'une droite divisée en deux segments complémentaires l'un de l'autre à la droite entière.

Quand les angles du sautoir sont égaux, les deux traits sont d'équerre ou passés en croix. La figure totale est gironnée, elle a deux axes linéaires passés en croix et deux axes angulaires également passés en croix, soit quatre axes de symétrie (fig. 3).

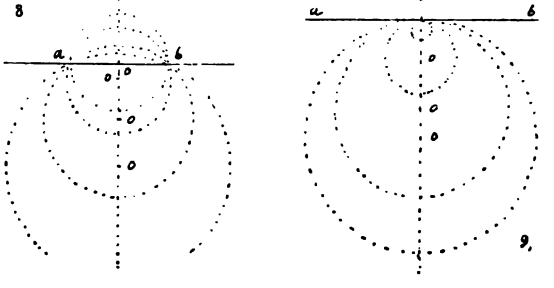
§ 2. — *La Droite et le Cercle.*

La droite, toujours considérée comme indéfinie, et le cercle pris ensemble composent quatre sortes de figures : 1° — Si la droite passe par le centre (fig. 4), l'ensemble est alors écartelé par rapport à deux

traits passés en croix, l'un qui passe par la droite, l'autre qui lui est perpendiculaire. La circonférence est partagée en deux demi-cercles, la droite est divisée en un diamètre et deux demi-lignes droites. 2° — La droite traverse le cercle de part en part, mais entre le centre et la cir-



conférence (fig. 5). La circonférence est partagée en deux arcs inégaux et complémentaires l'un de l'autre dans l'unité du cercle, l'un méplat, l'autre outre-passé. La droite ou la *sécante* est partagée en deux demi-lignes droites et un segment intermédiaire qui est la *corde* des deux arcs sous-tendus. L'ensemble est pair ou symétrique par rapport à un axe perpendiculaire à la droite et qui passe par le centre du cercle, le milieu de la corde et le milieu des deux arcs. 3° — La droite touche la circonférence et lui est *tangente* (fig. 6). L'ensemble est pair par rapport à un axe perpendiculaire à la droite et qui passe par le point de tangence et le centre du cercle. 4° — La droite et le cercle sont disjoints; dans ce cas, l'ensemble est pair par rapport à l'axe diamétral qui, passant par le centre du cercle, est perpendiculaire à la droite (fig. 7).



Supposons (fig. 8) une droite *ab* avec un axe perpendiculaire par son milieu *o*, cet axe sera le lieu d'une infinité de centres, desquels on pourra

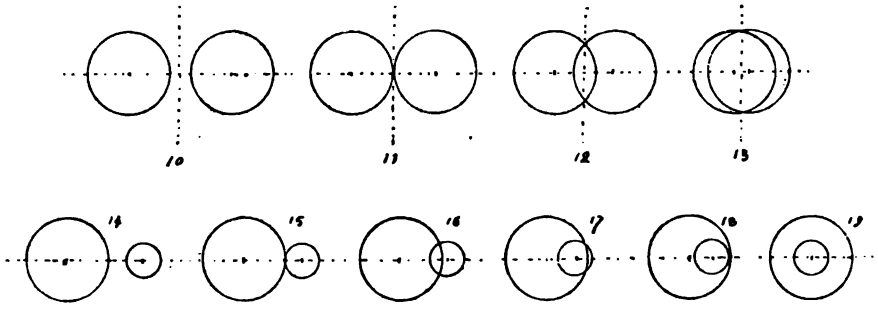
tracer une suite indéfinie de cercles de rayons oa, $o'a$, $o''a$... $o^n a$ qui tous passeront par les deux points a et b (fig. 8). De même, de la suite des centres échelonnés à volonté sur l'axe perpendiculaire à la droite on peut tracer une suite de cercles de plus en plus grands, tous tangents à la droite au point c et décrits avec les rayons oc, $o'c$, $o''c$... $o^n c$ (fig. 9). Le centre o^n étant à l'infini pour la figure 8, le cercle de rayon infini passe toujours par les deux points a et b, et la circonférence se confond avec la droite. Pour la figure 9, la circonférence passe toujours par le point de tangence c et, quand le centre est à l'infini, elle se confond avec la tangente.

§ 3. — *Le Cercle et le Cercle.*

Deux cercles pris ensemble sont égaux ou inégaux, et si l'on part de deux points ou de deux cercles infiniment petits, cela veut dire que la majoration qui donne l'être au point virtuel est égale pour chaque point, ou bien inégale et dans un rapport quelconque de l'un à l'autre. En d'autres termes et puisque c'est la grandeur du rayon qui détermine la grandeur du cercle, les deux rayons d'extension sont égaux ou inégaux ; dans ce dernier cas, par exemple, l'un des rayons est double de l'autre, ou dans tout autre rapport quelconque.

Cela posé, deux cercles distincts, situés sur une même directrice ou la ligne des centres, sont plus ou moins éloignés l'un de l'autre et même indéfiniment éloignés, ou bien plus ou moins rapprochés et même indéfiniment rapprochés. Dans ce dernier cas, les deux cercles d'abord distincts deviennent tangents l'un à l'autre et ont alors un point de commun; puis ils s'entrepénètrent, ou se coupent en deux points symétriques l'un de l'autre par rapport à la ligne des centres; puis enfin, s'ils sont égaux, ils se confondent, ou bien s'ils sont inégaux, ils se touchent intérieurement et ont alors un point de commun, pour,finalement, devenir concentriques.

Les figures 10 à 13 sont écartelées, les figures 14 à 18 sont paires, et la figure 19 est radiaire. Les cercles étant extérieurs, la distance des centres est plus grande que la somme des rayons (fig. 10 et 14). Si les cercles sont tangents extérieurement (fig. 11 et 15) la distance des centres



est égale à la somme des rayons. Si les cercles se coupent (fig. 12, 13, 16, 17), la distance des centres est à la fois moindre que la somme des rayons et plus grande que leur différence. Si les cercles sont tangents intérieurement (fig. 18), la distance des centres est égale à la différence des rayons. Si les cercles sont intérieurs, la distance des centres est moindre que la différence des rayons.

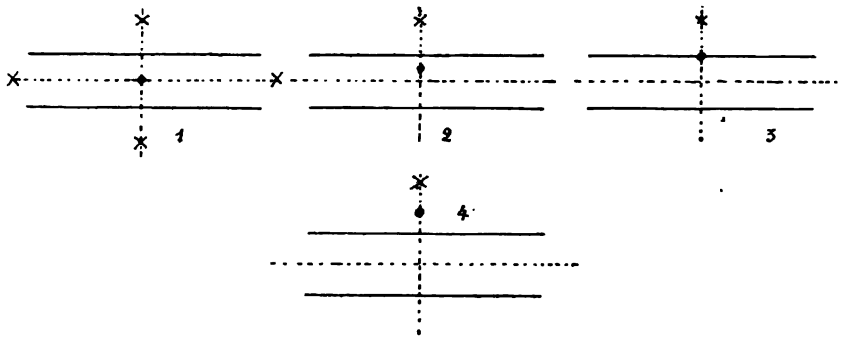
ARTICLE III

LA JUMELLE, LE SAUTOIR, LA CROIX ET LE POINT.

§ 1er. — *La Jumelle et le Point.*

La jumelle étant de symétrie écartelée, et tout ce qui se passe dans les limites d'un seul quartier de la figure se répétant symétriquement dans les trois autres, il suffira de considérer les relations du point et de la jumelle dans un seul quartier pour avoir toutes les relations possibles de ces deux figures. D'autre part, les droites étant indéfinies, le centre de symétrie de la jumelle peut être pris en un point quelconque de l'axe longitudinal, et par conséquent l'axe transversal aussi : la jumelle

comme la ligne droite est écartelée en un point quelconque de son parcours. D'après cela, les relations descriptives du point et de la jumelle se reduisent à quatre :



1° Le point est au centre de figure de la jumelle, le complexe du point et de la jumelle, ou la figure totale, est écartelée (fig. 1);

2° Le point est pris entre l'axe longitudinal et un côté de la jumelle, la figure est paire (fig. 2);

3° Le point est pris sur un côté de la jumelle, la figure est encore paire (fig. 3);

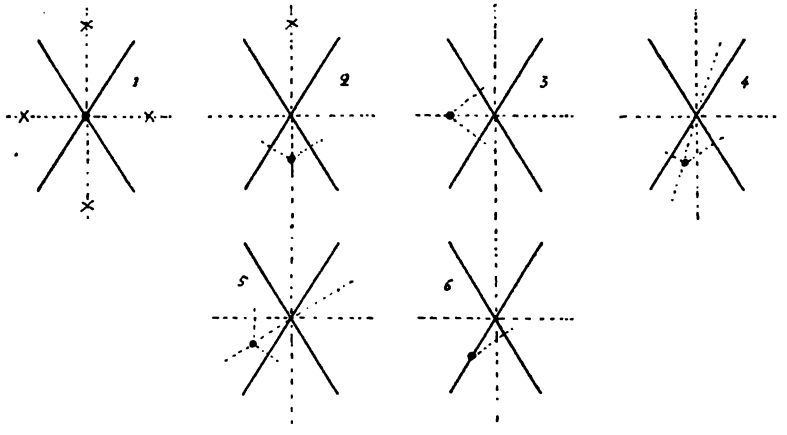
4° Enfin, le point est pris en dehors de la jumelle et situé dans l'un des demi-plans accolés à la bande que détermine la jumelle. La figure est paire (fig. 4).

Dans la figure 1, les deux distances du point aux côtés sont égales; dans la figure 2, les deux distances sont inégales, leur somme est constante et égale à la largeur de la jumelle; dans la figure 3, la distance est égale à la largeur de la jumelle; enfin, dans la figure 4, les deux distances sont inégales, leur différence est constante et égale à la largeur de la jumelle.

§ 2. — *Le Sautoir et le Point.*

Le sautoir étant de symétrie écartelée, les quatre branches des côtés sont égales et symétriques, et les angles divisés chacun en deux angles

égaux et symétriques par rapport au deux axes du trait carré. D'après cela les relations du point et du sautoir se réduisent à six :



1° Le point étant pris au centre de figure, c'est-à-dire à l'encroix des deux traits et des deux axes, la figure reste de symétrie écartelée (fig. 1) ;

2° Le point est pris sur l'axe acutangle, la figure est paire (fig. 2) ;

3° Le point est pris sur l'axe obtusangle, la figure est paire (fig. 3) ;

4° Le point est pris entre le côté et la bissectrice ou l'axe acutangle, la figure est impaire (figure 4) ;

5° Le point est pris entre le côté et l'axe obtusangle, la figure est impaire (fig. 5) ;

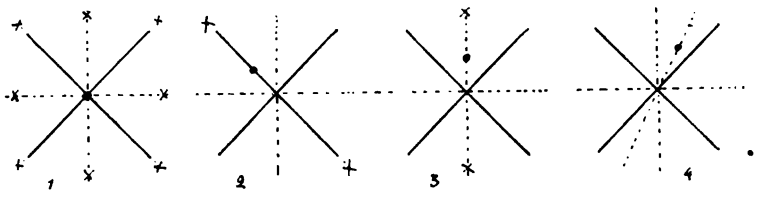
6° Enfin, le point est pris sur un des côtés, et la figure est impaire (fig. 6).

Dans la fig. 1, les distances du point aux côtés sont nulles ; dans les figures 2 et 3 les distances du point aux côtés sont égales ; dans les figures 4 et 5, les distances sont inégales. Enfin, dans la figure 6, une seule distance est nulle.

§ 3. — *La Croix et le Point.*

Le sautoir rectangle — le sautoir ou le trait carrés, ou la croix — est

une figure gironnée ou à quatre axes de symétrie. Par l'adjonction d'un point il donne lieu à quatre dispositions :



1° Le point étant à l'encroix, la figure reste gironnée (fig. 1); le point étant sur un des traits, on a une figure paire (fig. 2); le point étant sur un axe angulaire, on a une figure paire (fig. 3); enfin si le point est entre le trait et l'axe, on a une figure impaire (fig. 4).

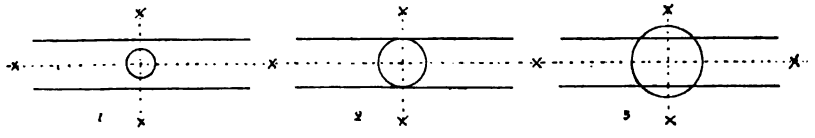
ARTICLE IV

LA JUMELLE, LE SAUTOIR, LA CROIX ET LE CERCLE

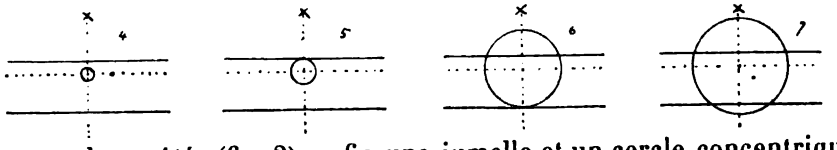
§ 1er. — *La Jumelle et le Cercle.*

Partant du complexe de la jumelle et du point et substituant au point un cercle indéfini, nous obtenons les figures suivantes :

1° Pour la figure 1 (Art. III, § 1) : une jumelle et un cercle intérieur



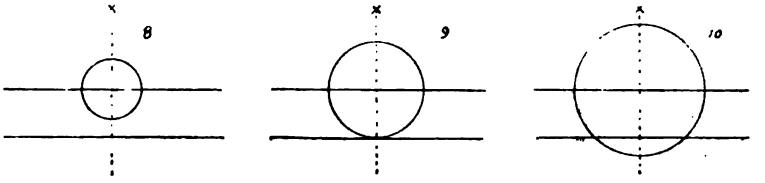
retrait et concentrique (fig. 1), une jumelle et un cercle intérieur tan-



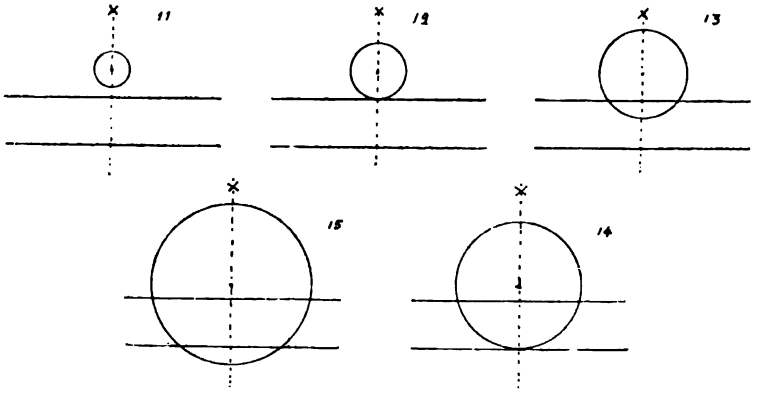
gent aux deux côtés (fig. 2), enfin une jumelle et un cercle concentrique et sécant (fig. 3). Ces trois figures sont écartelées ;

2° Pour la figure 2 : un cercle intérieur excentrique et retrait (fig. 4), un cercle intérieur tangent à un côté et retrait quant à l'autre (fig.

5), un cercle excentrique tangent à un côté et sécant pour l'autre (fig. 6), enfin un cercle excentrique et sécant par les deux côtés de la jumelle (fig. 7). Ces quatre figures sont paires ;



3° Pour la figure 3 : l'un des côtés de la jumelle est sécant et diamètral du cercle, l'autre côté lui est retrait (fig. 8); l'un des côtés de la jumelle est tangent au cercle, l'autre lui est diamétral et sécant (fig. 9) ; les deux côtés de la jumelle sont sécants du cercle, l'un suivant un diamètre, l'autre suivant une corde (fig. 10). Ces trois figures sont paires ;



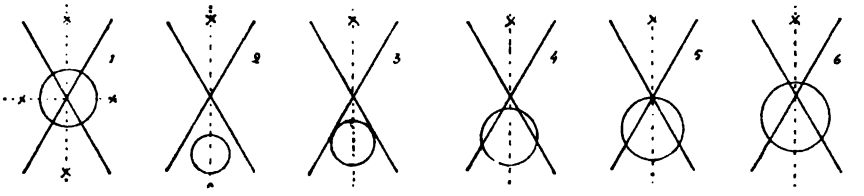
4° Pour la figure 4 : le cercle et la jumelle sont disjoints (fig. 11) ; l'un des côtés de la jumelle est tangent au cercle, l'autre lui est retrait (fig. 12) ; l'un des côtés est une sécante du cercle, l'autre lui est retrait (fig. 13) ; l'un des côtés est une sécante du cercle, l'autre lui est tangent (fig. 14); enfin, le cercle coupe les deux côtés de la jumelle (fig. 15). Ces cinq figures sont paires.

§ 2. — *Le Sautoir et le Cercle.*

Les relations descriptives du sautoir et du cercle sont au nombre de vingt-sept, savoir :

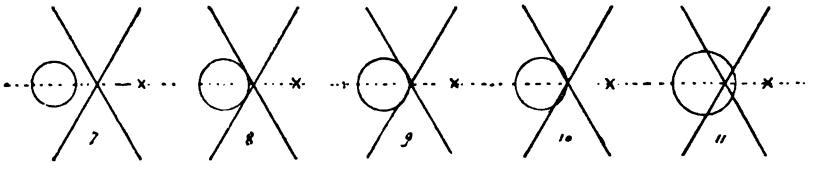
1° Pour la figure 1 (Art. III, § 2) : une figure seulement (fig. 1) de symétrie écartelée;

2° Pour la figure 2 : un cercle retrait (fig. 2), un cercle tangent aux



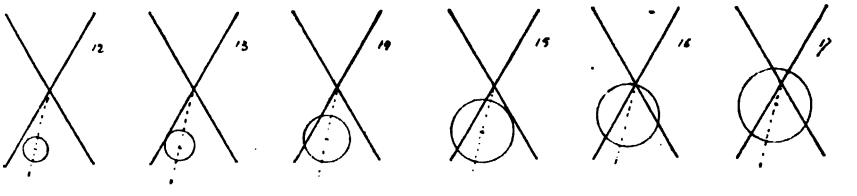
deux côtés du sautoir (fig. 3); un cercle sécant (fig. 4); un cercle sécant et passant par le centre du sautoir (fig. 5); enfin, un cercle sécant et renfermant à l'intérieur le centre du sautoir (fig. 6). Toutes ces figures sont paires ;

3° Pour la figure 3 : mêmes cercles que pour la figure 2 et mêmes



figures paires; la seule différence est que le cercle a son centre sur l'axe obtusangle (fig. 7 à 11):

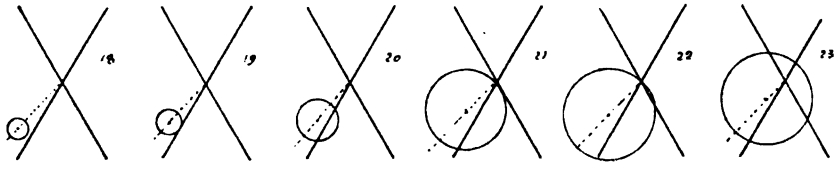
4° Pour la figure 3 : un cercle retrait (fig. 12), un cercle tangent à



un côté (fig. 13), un cercle sécant pour un côté (fig. 14), un cercle tan-

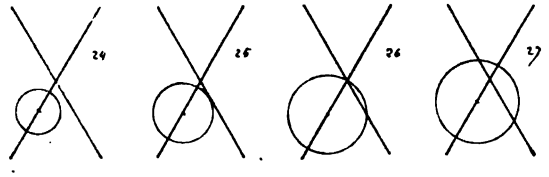
gent à un côté et sécant pour l'autre (fig. 15), le sautoir a son sommet sur la circonférence sécante des deux côtés (fig. 16), enfin, le sommet du sautoir est à l'intérieur du cercle, qui en coupe les quatre branches (fig. 17). Toutes ces figures sont impaires ou asymétriques;

5° Pour la figure 5 : un cercle retrait (fig. 18), un cercle tangent (fig. 19),



un cercle sécant (fig. 20), un cercle tangent pour un côté et sécant pour l'autre (fig. 21), un cercle sécant des deux côtés et passant par l'encroix du sautoir (fig. 22), enfin un cercle coupant les quatre branches du sautoir (fig. 23). Toutes ces figures sont impaires;

6° Pour la figure 6 : l'une des branches du sautoir traverse diamétralement le cercle (fig. 24), le cercle est coupé par un des côtés et l'autre lui est tangent (fig. 25), le cercle coupe les deux côtés et passe par le som-



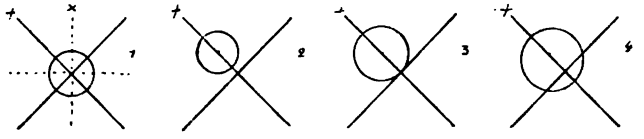
met du sautoir (fig. 26), enfin, le cercle coupe les quatre branches du sautoir dont le sommet est à l'intérieur (fig. 27). Toutes ces figures sont impaires.

§ 3. — *La Croix et le Cercle.*

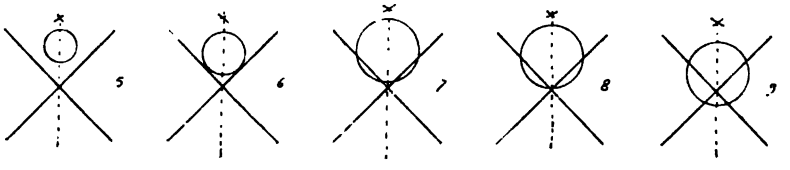
Les relations de la croix ou du sautoir rectangle avec le cercle sont au nombre de quinze, savoir :

1° Pour la figure 1 (Art. III, § 3), une seule figure (fig. 1) de symétrie gironnée;

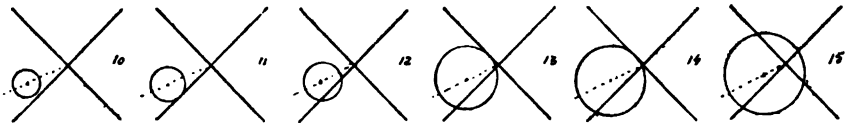
2° Pour la figure 2 : le cercle est coupé diamétralement par un seul côté de la croix et retrait pour l'autre (fig. 2), la croix coupe diamé-



tralement le cercle par un côté tandis que l'autre lui est tangent (fig. 3); enfin le cercle coupe les quatre branches de la croix (fig. 4). Ces trois figures sont paires;



3° Pour la figure 3 : le cercle est retrait (fig. 5), ou bien tangent (fig. 6), ou bien sécant (fig. 7), ou bien sécant et passant par le sommet (fig. 8), ou bien enfin sécant des quatre branches de la croix (fig. 9). Toutes ces figures sont paires;



4° Pour la figure 4 : le cercle est retrait (fig. 10), ou bien tangent à l'une des branches (fig. 11), ou bien sécant d'une branche (fig. 12), ou bien à la fois tangent à une branche et sécant pour l'autre (fig. 13), ou bien sécant de deux branches et passant par l'encroix (fig. 14), ou bien enfin sécant des quatre branches de la croix dont le sommet est intérieur au cercle (fig. 15). Toutes ces figures sont impaires.

ARTICLE V

LA JUMELLE, LE SAUTOIR, LA CROIX ET LA DROITE

§ 1er. — *La Jumelle et la Droite.*

Si par le point des figures 1 à 4 (Art. III, § 1) on fait passer une droite variable de position par rapport au trait carré, ou, ce qui revient au même, par rapport aux deux côtés de la jumelle ou à ses axes, on obtient quatre sortes de figures, qui se retrouvent au fond de toutes les combinaisons particulières que l'on peut faire d'un troisième trait avec les deux côtés de la jumelle en partant successivement des figures 1 à 4.

1° — Le troisième trait passant selon l'axe de la jumelle donne la

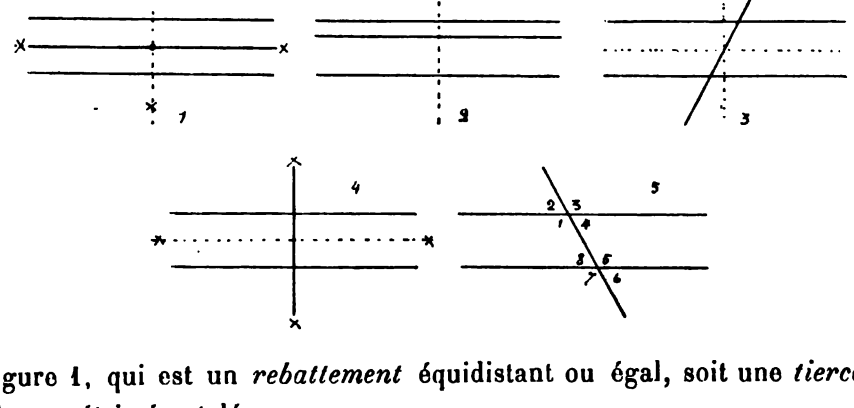


figure 1, qui est un *rebattement* équidistant ou égal, soit une *tierce*, de symétrie écartelée.

2° — Le troisième trait rebattu parallèlement aux côtés de la jumelle suivant les figures 2 ou 3 donne une tierce inégale et de symétrie paire (fig. 2).

3° — Le troisième trait recoupant les deux côtés de la jumelle suivant une direction oblique en barre ou en bande et penchée, diagonale ou couchée, donne par exemple la figure 3, qui est diagonale. Tout

étant symétrique de part et d'autre de la sécante, il en résulte que les relations entre les deux formes d'angles qui constituent la figure 3, à savoir (fig. 5), les angles externes 2, 3, 6, 7; les angles internes 1, 4, 5, 8; les angles alternes-externes 2 et 6, 3 et 7; les angles alternes-internes 1 et 5, 4 et 8 ; les angles extérieurs d'un même côté 2 et 7, 3 et 6; les angles intérieurs d'un même côté 1 et 8, 4 et 5; enfin, les angles correspondants 1 et 7, 4 et 6, 2 et 8, 3 et 5; sont au nombre de cinq :

1° les angles internes d'un même côté sont supplémentaires (5 et 4),

2° les angles externes d'un même côté sont supplémentaires (6 et 3),

3° les angles correspondants sont égaux (5 = 3),

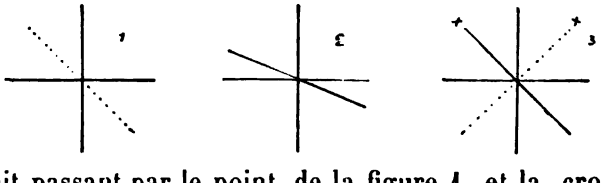
4° les angles alternes-internes sont égaux (5 = 1),

5° les angles alternes-externes sont égaux (6 = 2).

4° — Le troisième trait recoupant la jumelle d'équerre, on a la figure 4 qui est de symétrie écartelée. Toutes les parties homologues de la figure sont égales : les trois droites constitutives de la figure sont égales comme infinies, et les huit angles sont tous égaux à un droit. Le segment de la sécante compris entre les deux côtés de la jumelle mesure la largeur de la jumelle.

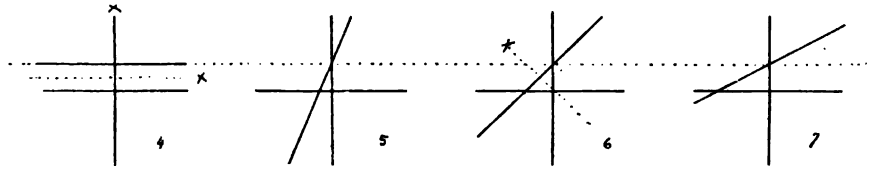
§ 2. — *La Croix et la Droite.*

Si par le point des figures 1 à 4 (Art. III, § 3) on fait passer une troisième droite, successivement travers, couchée, diagonale, penchée et enfin droite, on obtient une suite de figures qui sont toutes comprises sous les trois types suivants :



1° Le trait passant par le point de la figure 1, et la croix étant de symétrie gironnée, toutes les variations sont comprises dans les limites

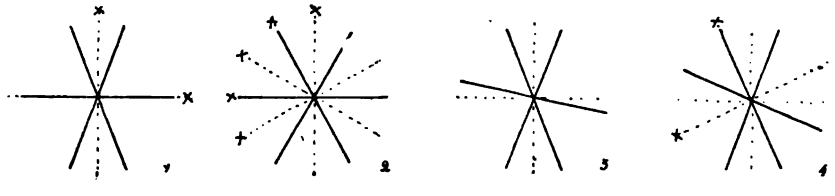
de l'angle octile, c'est-à-dire le huitième de quatre angles droits ou, ce qui est la même chose, la moitié de l'angle droit (fig. 1). Si le trait sècant passe par un axe de symétrie angulaire, on a la figure 3, qui est écartelée ; si le trait passe entre un axe linéaire et un axe angulaire on a la figure 2, qui est diagonale et qui oscille entre la figure 1 et la figure 3.



2° Le trait passant par le point des figures 2 à 4, on obtient entre autres les figures suivantes : par le trait travers la figure 4, qui est la même que la figure 4 (Art. II, § 1) ; par le trait penché, on a la figure 5, c'est-à-dire un triangle complet à maille scalène rectangle ; par le trait diagonal, on a la figure 6, ou le triangle complet à maille isocèle rectangle ; enfin par le trait couché on a la figure 7 ou le triangle complet à maille scalène rectangle. La figure 4 est écartelée, la figure 6 est paire ; les figures, au fond la même, 5 et 7 sont impaires, et incessamment variables par la proportion des deux côtés de l'angle droit, laquelle varie suivant l'inclinaison de la sécante.

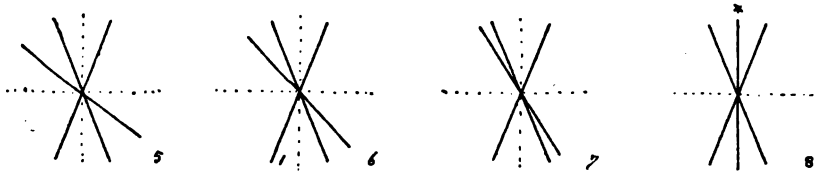
§ 3. — *Le Sautoir et la Droite.*

Le champ des variations de position de la sécante, pour le sautoir, comme pour la jumelle, est renfermé dans les limites de l'angle droit ou du quartier.



1° Pour la figure 1 (Art. III, § 2), c'est-à-dire pour la sécante passant par le centre de figure du sautoir, on a les figures 1 à 8.

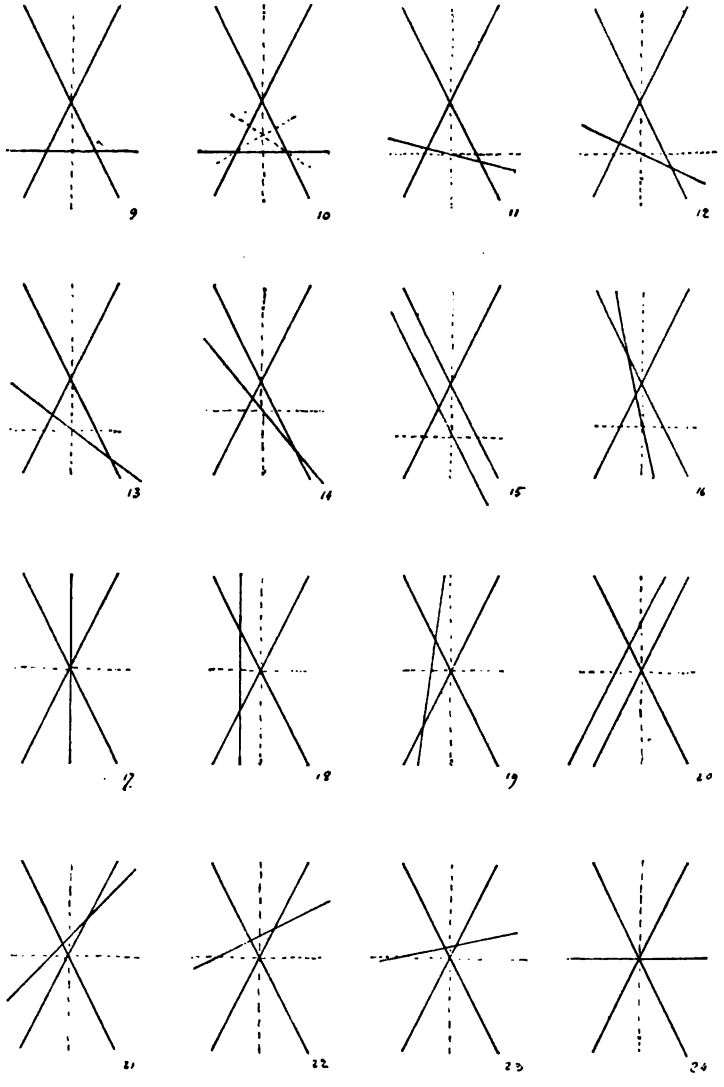
Le troisième trait étant suivant l'axe obtusangle, c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe acutangle, on a la figure 1, qui est écartelée ; si les angles



ormés par les trois traits étaient égaux, on aurait la figure 2, qui est sénaire ou à six axes de symétrie. Le troisième trait étant légèrement relevé et couché on a la figure 3 qui est diagonale, à cause que les angles de suite sont inégaux ; ou la figure 4, qui est écartelée à cause que les angles de suite sont égaux. Le trait devenant moins couché on a la figure 5, qui est diagonale. Le trait étant diagonal, on a la figure 6 qui est aussi diagonale. Le trait devenant penché on a la figure 7, qui est diagonale, puis le trait se relevant toujours, il se confond avec un côté du sautoir pour ensuite le traverser dans l'angle aigu et finalement se placer droit ou suivant l'axe acutangle du sautoir, et l'on a la figure 8, qui est écartelée.

2° Pour les figures 2 à 6 les phases principales et caractéristiques se reproduisent pour chacune des figures choisies comme point de départ, il nous suffira donc d'envisager seulement, et à la suite l'une de l'autre, les deux figures 2 et 3. Toutefois comme vérification et surtout comme exercice pratique le lecteur fera bien de graphier les autres figures qui dérivent des figures 4 et 5. Si donc nous partons de la figure 2, nous obtenons successivement : la droite sécante étant perpendiculaire à l'axe acutangle du sautoir, un triangle complet à maille isocèle et paire (fig. 9) et pour le cas particulier où les deux angles du sautoir initial sont doubles l'un de l'autre, la figure 10 à maille trigone, c'est-à-dire équiangle et équilatérale et de symétrie ternaire. Le trait étant d'abord couché on a une maille scalène acutangle (fig. 11), et, si le trait est

d'équerre à un côté, un triangle scalène rectangle (fig. 12) ; puis, le trait



se relevant, un triangle scalène obtusangle (fig. 13) ; puis le trait étant diagonal, encore un triangle scalène obtusangle (fig. 14). Ces quatre dernières figures sont impaires. Le trait devenant penché et parallèle à

l'un des côtés du sautoir, on a la figure 15, la même que la figure 3 (Art. V, § 1) et qui est diagonale. Le trait se relevant encore, on a un triangle obtusangle et impair (fig. 16), puis, à la limite, le trait devient droit et selon l'axe acutangle, et l'on a la figure 17, qui est écartelée et la même que la figure 8.

Si nous partons de la figure 16 nous pouvons remarquer qu'elle dérive de la figure 3 (Art. III, § 2) et qu'elle a un trait penché en bande. Si nous redressons le trait perpendiculairement à l'axe obtusangle, nous obtenons la figure 18, qui est paire et dont la maille est un triangle isocèle obtusangle. Le trait devenant penché en barre, il vient la figure 19, de même forme que la figure 16; puis le trait devenant parallèle à un côté du sautoir, la figure 20, de même forme que la figure 15. Le trait en barre devenant diagonal, on a la figure 21, de même forme que la figure 14; le trait devenant couché, on a la figure 22, de même forme que la figure 12; puis la figure 23, de même forme que la figure 11. A la limite, le trait devenant travers ou selon l'axe obtusangle, on a la figure 24, la même que 1 ou 2.

ARTICLE VI

LES FIGURES DE N-POINTS, DE N-DROITES ET DE N-CERCLES

§ 1^er^. — *Les figures de n-points.*

Un point. — Un seul point est en abîme ou perdu dans le plan tout nu. Si on rapporte le point à la notion du plan carré et simultanément à la notion du plan polaire, il sera le centre commun d'une infinité d'axes et le centre commun d'une infinité de cercles.

Deux points. — Deux points forment un ensemble synthétique ou un couple de symétrie écartelée qui est tout entier sur la seule ligne droite.

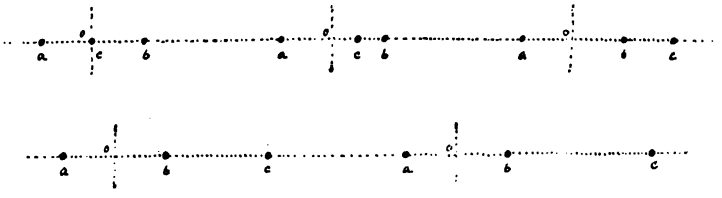
Trois points. — Le couple de deux points étant de symétrie écartelée

implique les quatre quartiers du plan qui sont égaux et symétriques. Toutes les positions d'un troisième point prises dans un seul quartier se répètent symétriquement dans les trois autres; il suffira donc pour avoir toutes les figures de trois points de considérer un seul quartier.

I

1° — Le troisième point est pris à l'encroix du trait carré et par conséquent au milieu des deux autres.

2° — Le troisième point est situé à inégales distances entre les deux autres.



3° — Le troisième point est pris sur l'axe travers en dehors des deux autres.

Dans ces trois cas, on a un complexe linéaire ou une *ponctuelle* de trois points.

Quand le troisième point *c* est au milieu des deux autres, on a un ensemble qui est *écartelé* (fig. 1) ; le point *c* étant à inégales distances entre les deux points *a* et *b*, l'ensemble est *impair* par rapport à l'axe transverse du trait carré et *pair* par rapport à l'axe longitudinal (fig. 2); le point *c* étant en dehors des deux autres, sa distance *cb* peut être plus petite (fig. 3), ou égale (fig. 4), ou plus grande (fig. 5) que la distance *ab*. Les figures 3 et 5 sont impairement paires, la figure 4 est pairement paire ou écartelée, si toutefois on fait abstraction des lettres.

II

Le troisième point est pris sur l'axe droit du trait carré depuis l'encroix jusqu'à l'infini et par conséquent sur la surface du plan en dehors de l'alignement des deux points initiaux. Dans ce cas, les trois points pris deux à deux déterminent trois alignements, donc un triangle complet. Tout étant symétrique de part et d'autre de l'axe droit, on a ainsi la suite indéfinie des triangles isocèles, qui tous ont même base; chacun une hauteur différente; les deux côtés latéraux égaux et symétriques; chacun un angle au sommet différent; et les deux angles à la base égaux et différents d'un triangle à l'autre. Suivant le rapport entre la base et la hauteur, et simultanément le rapport de l'angle au sommet avec l'angle à la base, et enfin le rapport de la base à un côté, on a une infinie variété de triangles isocèles. Dans la suite de ces triangles, on peut distinguer en gros : 1° les triangles isocèles obtusangles, méplats ou surbaissés, dans lesquels la hauteur est plus petite que la moitié de la base, 2° le triangle isocèle rectangle dont la hauteur est égale à la moitié de la base, 3° le triangle équilatéral qui a ses trois côtés égaux, et qui est en même temps équiangle et ternaire, c'est-à-dire à trois axes de symétrie; 4° enfin, la suite indéfinie des triangles acutangles.

III

Le troisième point étant pris en un lieu quelconque de la surface de l'angle-plan ou du quartier, on a dans tous les cas un triangle scalène, ou à trois côtés inégaux et à trois angles inégaux aussi, et qui peut être obtusangle, rectangle ou acutangle.

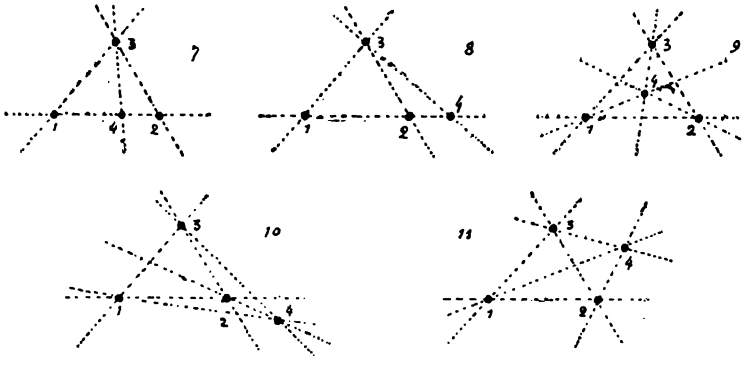
Si pour chacun des triangles isocèles, et par le sommet, on mène une parallèle à la base, cette parallèle sera le lieu des sommets d'une suite de triangles scalènes ayant même base et même hauteur que le triangle

isocèle initial. La suite des parallèles qui correspondent à chaque triangle isocèle successif remplit la surface de l'angle-plan rectangle ou du quartier.

Si un cercle circonscrit les trois points du triangle isocèle initial, la suite des triangles scalènes, dont les sommets sont situés sur l'arc quadrant, aura même base et même angle au sommet ou opposé à la base.

Les figures de trois points peuvent encore être considérées comme deux couples de points soudés par un point commun; on a alors un complexe linéaire ou une ponctuelle d'égale division ou d'inégale division; ou bien si ces deux couples ne sont pas dans le même alignement ils forment un complexe angulaire ou un chevron équilatéral ou bien scalène. Enfin la figure de trois points, ou le complexe triangulaire, peut être considérée comme formée de trois couples égaux ou inégaux assemblés deux à deux par un point commun.

Quatre points. — Un quatrième point, étant pris dans l'alignement d'une ponctuelle de trois points, détermine une ponctuelle de quatre points, variable avec les trois distances, simples *ab*, *bc*, *cd*, d'où résultent les distances composées *ac*, *bd* et *ad* (p. 99).



Un quatrième point étant pris dans le plan du triangle complet, peut être situé sur l'alignement de deux points, c'est-à-dire sur un côté du triangle ou sur une demi-droite; ou bien hors de l'alignement des points

pris deux-à-deux, c'est-à-dire sur la surface du triangle, sur la surface d'un biangle ou bien enfin sur la surface d'un angle. Les quatre points reliés deux à deux déterminent, dans les deux premiers cas, quatre droites, c'est-à-dire une droite supplémentaire des trois principales (fig. 7 et 8), et dans le deuxième cas, six droites dont trois principales et trois supplémentaires (fig. 9, 10 et 11). Dans le premier cas, il s'ensuit encore quatre points d'intersection, dont un triple et trois simples, des droites entre elles, et dans le deuxième cas sept points d'intersection, donc quatre triples et trois simples.

Un quatrième point pris relativement au cercle qui circonscrit le complexe triangulaire peut être situé dans l'intérieur du cercle, par exemple au centre, ou en tout autre point, ou bien à l'extérieur du cercle et alors nécessairement sur une demi-droite, dans un angle ou dans un biangle. Mais si le point est pris sur la circonférence, le complexe quadrilatère, ou le quadrilatère proprement dit, a ses quatre sommets sur la circonférence, et par conséquent pour pôle le centre du cercle. Le quatrième point peut être situé à volonté entre les trois autres, c'est-à-dire sur chacun des quatre arcs qui les séparent, et particulièrement sur chacun des diamètres qui joignent les trois points au centre.

N-points. — Un nombre indéterminé *n* de points tous alignés sur une même ligne droite directrice engendre un complexe que l'on nomme *ponctuelle linéaire.*

Un nombre déterminé *n* de points, distribués sur une circonférence, détermine une *ponctuelle circulaire*, dont tous les points sont subordonnés à un centre unique ou à un pôle. Si l'on joint un à un, deux à deux, trois à trois.... *n* à *n* tous les points d'une ponctuelle circulaire, on a successivement le couple de deux points, puis le groupe triangulaire, le groupe quadrilatère, et la suite indéfinie des polygones multilatères.

§ 2. — *Les complexes de n-droites*

Étant donné un nombre quelconque de la suite ordinaire des chiffres, on peut décomposer le complexe de ses unités en différents groupes. Ainsi 2, se décompose en 1 et 1; le nombre 3 se décompose en 2 et 1, en 1, 1, 1; le nombre 4 en 3 et 1, en 2 et 2, en 2, 1 et 1, enfin en 1, 1, 1, 1; le nombre 5 en 4 et 1; 3 et 2; 3, 1 et 1; 2, 2 et 1; 2, 1, 1, 1; enfin en 1, 1, 1, 1, 1; et ainsi de suite pour tous les autres nombres. Il résulte de cette analyse numérique que, partant d'une figure de deux traits, on peut considérer une figure de trois traits comme formée de trois traits distincts, ou d'une figure de deux traits et d'un trait distinct. Une figure de quatre traits peut être formée d'une figure de trois traits et d'un trait distinct, de deux figures de deux traits, d'une figure de deux traits et deux traits distincts, enfin de quatre traits distincts. Et ainsi de suite pour tous les autres nombres.

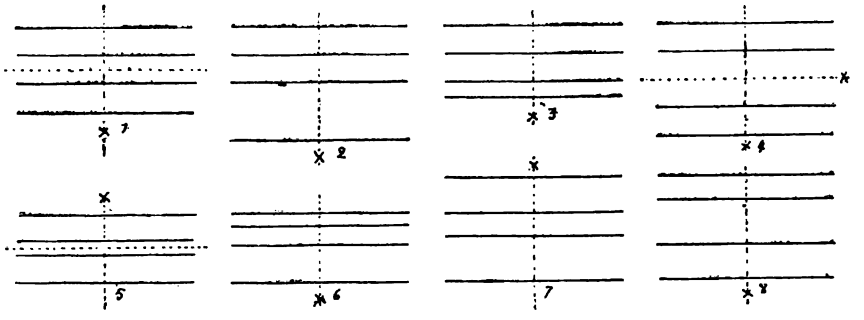
C'est ainsi que, partant des trois figures binaires, la jumelle, le sautoir et la croix, nous avons obtenu par un troisième trait les figures de l'ART. V qui se réduisent à quatre types distincts : 1° — Le rebattement de trois traits, ou la tierce, que l'on peut considérer comme déterminée par deux jumelles unies par un côté ; selon que ces jumelles sont égales ou inégales on a une tierce qui est écartelée ou une tierce seulement paire. 2° — Une jumelle recoupée par un trait passé en croix ou d'équerre, la figure est alors écartetée ; ou passé en sautoir ou de biais, la figure est alors diagonale. Ces deux figures peuvent être considérées comme déterminées respectivement, par deux croix unies ou qui ont un côté commun, ou par deux sautoirs unis par un côté commun. Ces deux figures ont chacune deux points de croisement. 3° — Une étoile ou tricèle étoilé formé de trois traits entrecroisés par leur milieu et qui se compose diversement suivant la variation des angles. On a, dans tous les cas, une figure qui est de symétrie diagonale, écartelée ou ternaire.

Ces figures peuvent être considérées comme formées par deux ou trois sautoirs ayant leur sommet commun et leurs branches unies deux à deux.
4° — Enfin, le triangle complet, à maille scalène, isocèle ou équilatérale, et par conséquent impair, pair ou ternaire. La figure peut être considérée comme formée ou par un sautoir dont les côtés sont recoupés par un trait, ou par deux ou trois sautoirs unis deux à deux par un côté commun.

Complexes de quatre droites. — Si aux quatre types précédents on adjoint un quatrième trait, on a successivement les complexes suivants :

1° Quatre traits rebattus ou un faisceau de quatre droites parallèles et variable avec la proportion des intervalles.

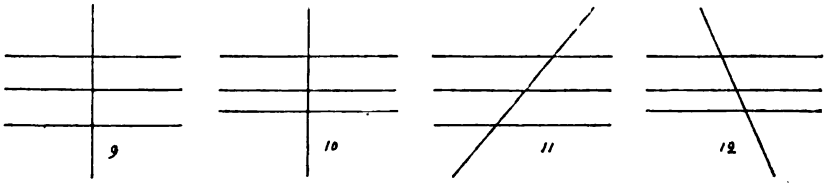
Les trois intervalles étant égaux on a la figure 1, qui est écartelée. Si deux intervalles sont égaux et le troisième plus grand ou plus petit que les deux autres, et selon la distribution ou l'ordre de ces intervalles on a respectivement les figures 2 et 3 qui sont paires, et les figures 4 et 5 qui sont écartelées. Si les intervalles suivent une déclination régulière, et sont progressivement proportionnels, on a la figure 6, qui est paire;



s'ils étaient en progression harmonique (notion essentiellement géométrique ou logistique et qui ne tombe pas sous l'intuition des sens), on aurait la figure 7 où le plus petit intervalle est au milieu, et la figure 8, où c'est le plus grand intervalle qui est au milieu des deux autres. Ces deux dernières figures sont paires. Ces différents faisceaux parallèles peuvent être considérés comme formés par trois jumelles unies, c'est-à-dire

que la jumelle du milieu a ses deux côtés communs avec un côté des deux autres. On remarquera l'analogie de ces accouplements de jumelles avec les accouplements de points des ponctuelles. C'est qu'en effet un faisceau peut être considéré comme déterminé par une ponctuelle, des points de laquelle seraient menées des parallèles, d'équerre ou obliques. Réciproquement, une sécante quelconque d'un faisceau est une ponctuelle.

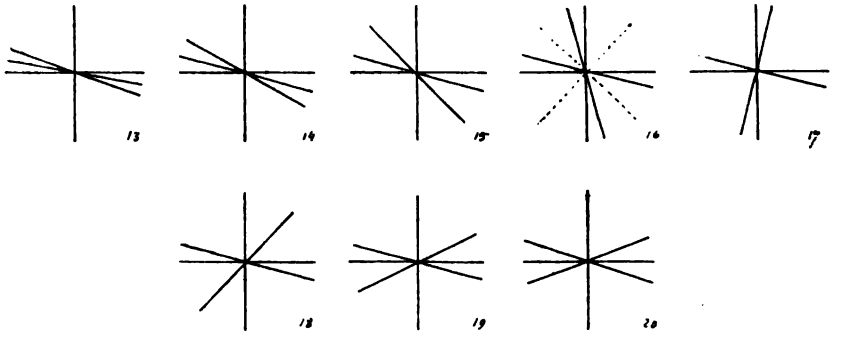
2° Les tierces recoupées par un quatrième trait donneraient les figu-



res suivantes (fig. 9 et 10) ou (fig. 11 et 12) selon que le trait est d'équerre ou de biais. La figure 9 est écartelée, la figure 10 est paire, la figure 11 est diagonale, la figure 12 est impaire. Ces figures peuvent être considérées comme formées par une jumelle et un sautoir en croix concentriques (fig. 9) ou excentriques (fig. 10); et par un sautoir biais et une jumelle concentriques (fig. 11) ou excentriques (fig. 12). Ou bien encore par trois croix ou trois sautoirs qui ont un même côté commun ou qui sont unis par ce côté. Cette interprétation de l'abstrait par le concret est d'ailleurs très variable, et, en général, on voit dans les figures ce qu'on veut y voir. Leur contenu jusqu'à un certain point est donc indéterminé.

3° Si l'on adjoint un quatrième trait au faisceau étoilé de trois traits, on obtient, en général, les figures suivantes. Et d'abord pour les figures 2 et 3 (Art. V § 2) qui ont deux des traits passés en croix, les limites de variation du quatrième trait étant contenues dans un demi-plan, plein-cintre ou demi-cercle; on a selon la proportion des angles: pour la figure 13, par un trait très couché et passé dans le petit angle aigu, et selon sa bissectrice, deux petits angles aigus égaux, un angle

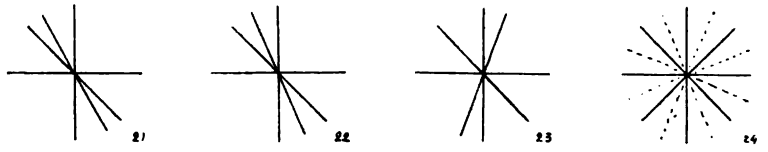
aigu et un angle droit. Pour la figure 14, deux angles aigus égaux, un angle aigu plus grand, et un angle droit. Le trait devenant diagonal, on a la figure 15, qui se compose de trois angles aigus inégaux, et d'un angle droit. Ces trois premières figures sont diagonales. Le trait devenant penché, et d'égale inclinaison, on a la figure 16, qui est écartelée : les deux petits angles aigus étant égaux et séparés par un angle aigu



plus grand, et les trois pris ensemble formant un angle droit. Le trait redevenant penché mais en barre et d'égale inclinaison, on a la figure 17, qui est diagonale et révolvée, par rapport à la croix initiale : le tout ensemble se compose de deux sautoirs rectangles concentriques, et déviés l'un de l'autre d'un même angle. Le trait en barre devenant diagonal on a la figure 18 qui est diagonale ; le trait devenant couché on a la figure 19, qui est aussi diagonale; enfin, le trait étant couché sous un même angle on a la figure 20, qui est écartelée. Le quatrième trait continuant son mouvement de rotation deviendrait de plus en plus couché, puis se confondrait avec le trait travers, puis encore il redeviendrait couché en bande pour finalement se confondre avec le troisième trait.

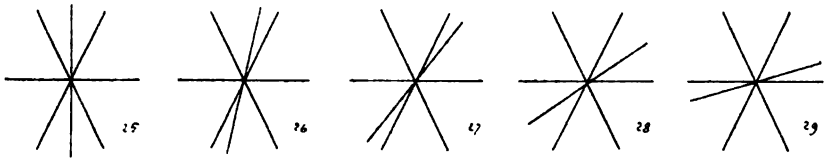
Un quatrième trait, adjoint au faisceau étoilé de trois traits et écartelé, a ses limites de variation comprises seulement dans un angle droit, à cause que la figure initiale est de symétrie écartelée. La figure 21 est diagonale et a trois angles aigus différents. La figure 22 est diagonale et a ses deux petits angles aigus égaux. Le quatrième trait devenant

penché en barre, on a la figure 23, qui est diagonale. Enfin, le quatrième trait devenant diagonal en barre, on a la figure 24, qui est gironnée : elle se compose de deux sautoirs rectangles concentriques, l'un posé en croix, l'autre posé en sautoir.

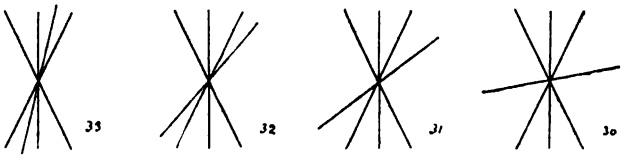


En partant du faisceau recroisé écartelé (fig. 1, Art. III, § 3), on aurait successivement, et par la variation des positions du quatrième trait dans les limites d'un angle droit, d'abord la figure 25, qui est écartelée, puis la suite des figures 26 à 29, qui sont diagonales.

Si, partant de la figure 25, on relevait le trait travers, en barre par exemple, on aurait la suite des figures 30 à 33. Le quatrième trait devenant droit, on aurait une figure de trois traits, limite commune à la

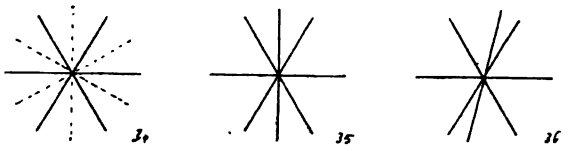


suite précédente et à la suite qui suivrait, le quatrième trait devenant en bande.



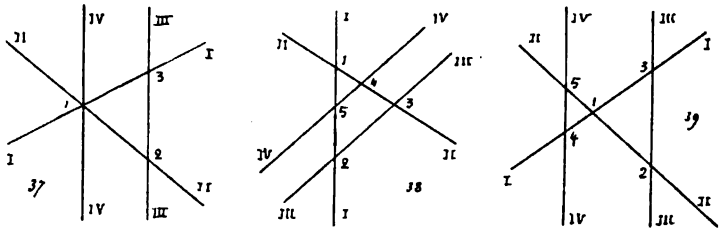
Si le tricèle initial était équiangle et par suite équilatéral et de symétrie sénaire (fig. 34), un quatrième trait aurait ses limites de variation dans l'espace d'un giron, c'est-à-dire d'un angle-plan égal à un tiers d'angle droit, et l'on aurait seulement deux figures, l'une absolue (fig. 35)

et qui est écartelée, l'autre variable (fig. 36) et qui serait diagonale. Dans la première un des six angles de la figure initiale est partagé en



deux parties égales, dans la seconde figure il serait partagé en deux parties inégales.

4° Un quatrième trait combiné avec le triangle complet. Les relations métriques d'une droite avec un triangle complet forment la base de la théorie des transversales en géométrie élémentaire. Les relations descriptives du complexe de toutes les positions de la droite, avec le triangle complet, relèvent de la géométrie générale. Au point de vue de la graphique, toutes ces relations sont établies une à une et énumérées de proche en proche. La graphique s'occupe surtout de l'état particulier des figures. La géométrie les considère dans l'état le plus général, elle formule des lois, d'où par déduction elle tire une multitude de faits particuliers, à l'inverse de la graphique qui, partant de faits essentiellement particuliers, en induit des principes généraux qui sont de deux ordres : des principes logiques ou de classification, et des principes génétiques ou de formation. Ces derniers relèvent de la syntactique et ils constituent en effet une syntaxe, une application très particulière des deux grandes catégories de l'ordre et de la forme.

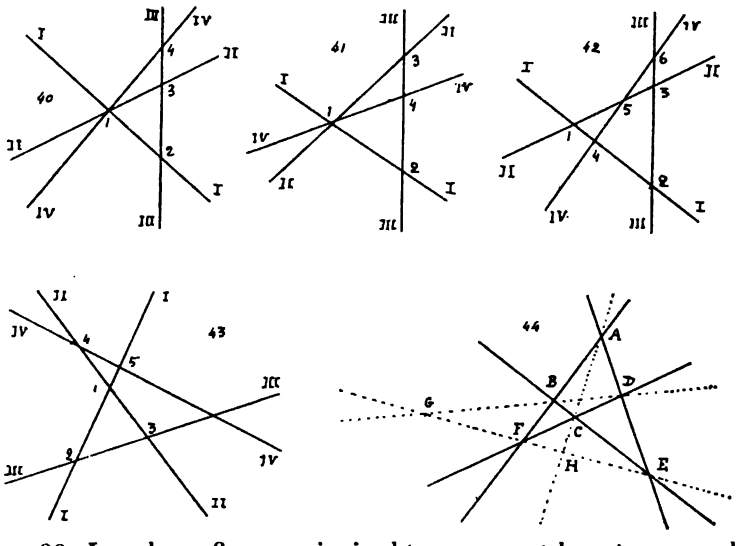


Le quatrième trait étant parallèle à un côté du triangle et passant par

le sommet (fig. 37), on a un faisceau de trois traits recoupé par un trait parallèle, et trois points d'intersection. Si le quatrième trait coupe deux des côtés du triangle, on a la figure 38, ou la figure 39, selon que le trait traverse la maille ou les demi-droites et cinq points d'intersection. Ces trois figures peuvent être considérées comme formées par un sautoir et une jumelle ; selon que les axes du sautoir et de la jumelle sont perpendiculaires, ou bien obliques, le triangle est isocèle ou scalène.

Le quatrième trait passant par un sommet, mais n'étant plus parallèle à un côté, coupe la demi-droite de prolongement du côté de la maille (fig. 40), ou bien le côté de la maille (fig. 41), on a dans tous les cas, quatre points d'intersection.

Si, au lieu d'être parallèle à l'un des traits du tricèle initial, le quatrième trait est oblique, on a la figure 42 pour la figure 38 et la figure 43 pour



la figure 39. Les deux figures ainsi obtenues sont la même graphiquement, elles forment le quadrilatère complet qui a six points d'intersection.

Les figures 37 à 39 peuvent être considérées comme formées par les sautoirs I-III et II-IV, II-III et I-IV, ou bien par un sautoir I-II et une jumelle III-IV. Les figures 40 à 43 peuvent être considérées comme formées par les sautoirs I-II et III-IV, I-III et II-IV, I-IV et II-III.

— Les figures 42 à 44 représentent ce qu'on appelle en géométrie générale ou moderne le quadrilatère complet ou le quadrangle complet. La géométrie élémentaire ne considère que le quadrilatère complet qu'elle définit comme la figure formée en prolongeant jusqu'à leurs points de rencontre les côtés opposés d'un quadrilatère ordinaire. Par exemple (fig. 44), les côtés opposés du quadrilatère ABCD étant prolongés deux à deux se coupent en deux points, savoir : AB et CD en F, AD et BC en E, et l'on dit que le quadrilatère complet ABCDEF a six sommets A, B, C, D, E, F et trois diagonales AC ou AH, BD ou DG, EF ou EG qui joignent les trois couples de sommets opposés. Les multiples relations métriques et graphiques qu'implique cette figure font l'objet de nombreux théorèmes.

La géométrie générale considérant simultanément les éléments générateurs des figures, à savoir les points et les droites, établit une corrélation entre les figures de droites et les figures de points, qui, ayant même génération, se déduisent les unes des autres par l'échange des éléments *point* et *droite*.

— Deux points, A et B, déterminent une droite, la droite AB

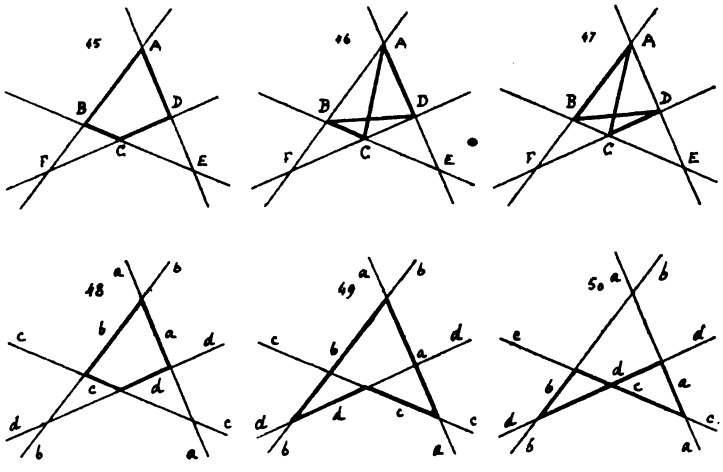
— Quatre points A, B, C, D (fig. 45 à 47) forment une figure que l'on nomme *quadrangle complet*. Les quatre points sont appelés les *sommets*, et les six droites qui les joignent deux à deux sont les *côtés*. Deux côtés qui ne passent pas par un même sommet sont dits *opposés :* AD et BC, AC et BD, AB et CD.

— Deux droites *a*, *b*, déterminent un point, le point *ab*.

— Quatre droites *a*, *b*, *c*, *d* (fig. 48 à 50) forment une figure que l'on nomme *quadrilatère complet*. Les quatre droites sont appelées les *côtés*, et les six points où les côtés se coupent deux à deux sont les *sommets*. Deux sommets qui ne se trouvent pas sur un même côté sont dits *opposés : ad* et *bc*, *ac* et *bd*, *ab* et *cd*.

Le quadrangle complet comprend trois quadrangles ou quadrilatères simples ABCD, ACBD, ABDC (fig. 45 à 47).

Le quadrilatère complet comprend trois quadrilatères ou quadrangles simples, *abcd*, *acbd*, *abdc* (fig. 48 à 50).



— N-points, avec toutes les droites qui les unissent deux à deux, déterminent un polygone complet.

— N-droites, avec tous les points d'intersection de ces droites prises deux à deux, determinent un multilatère complet.

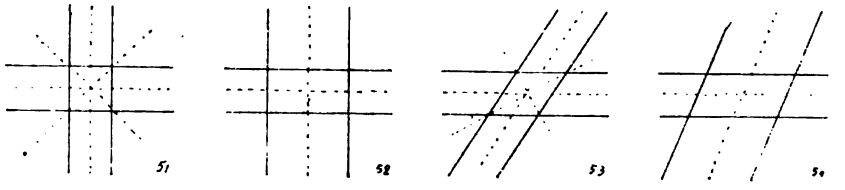
Le nombre n des côtés $= \frac{n\,(n-1)}{2}$

Le nombre n des points $= \frac{n\,(n-1)}{2}$

Deux droites qui se coupent déterminent un point, trois droites qui se coupent deux à deux déterminent trois points, quatre droites six points, cinq droites dix points...., en général, c'est-à-dire quand, toutes les droites s'entrecroisant, il n'en passe jamais que deux par chaque point, n droites déterminent $\frac{n\,(n-1)}{2}$ intersections. Pour la suite des figures, le nombre de traits étant 1, 2, 3, 4, 5,.. n on a la progression 1, $(1+2)$, $(1+2)+3$, $(1+2+3)+4$,.... que l'on peut encore mettre sous cette forme $\frac{1\times 0}{2}$, $\frac{2\times 1}{2}$, $\frac{3\times 2}{2}$, $\frac{4\times 3}{2}$,... $\frac{n\,(n-1)}{2}$, pour le nombre des points, ou pour le nombre des droites si les points sont donnés.

Le nombre quatre se décomposant en deux et deux, on peut se proposer de combiner deux à deux les jumelles et les sautoirs : soit deux jumelles égales ou inégales, soit une jumelle et un sautoir, soit enfin deux sautoirs égaux ou inégaux; et, puisque la jumelle et le sautoir sont des figures écartelées, c'est-à-dire ayant deux axes d'ordre différent, c'est par ces axes que nous réglerons leurs positions respectives. Or, les axes de même nom sont ou parallèles ou contrariés, c'est-à-dire qu'ils forment eux-mêmes ou une jumelle ou un sautoir.

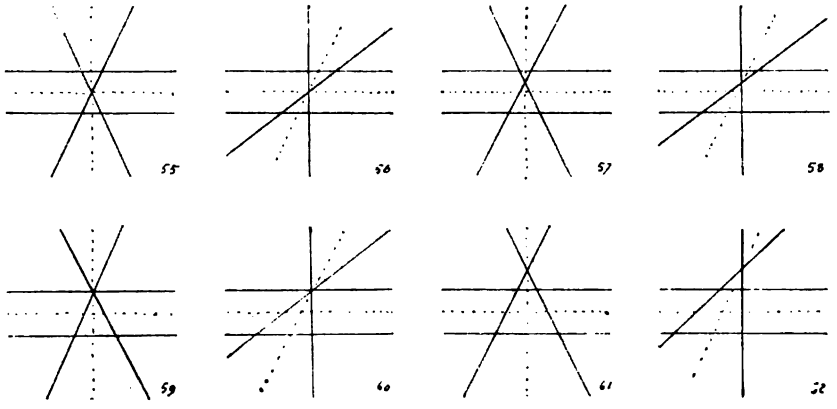
1° *Deux jumelles.* — Deux jumelles égales ou inégales, dont les axes de même nom forment eux-mêmes une jumelle, déterminent un rebattement de quatre traits parallèles et qui est écartelé ou pair, selon que les jumelles composantes sont égales ou inégales.



Deux jumelles égales ou inégales, dont les axes de même nom forment un sautoir, se croisent et déterminent une maille quadrilatère. Si les jumelles sont égales et se croisent d'équerre on a la figure 51, qui est gironnée; si les jumelles sont inégales, on a la figure 52 qui est écartelée. Si les jumelles se croisent de biais ou en sautoir et qu'elles soient égales, on a la figure 53 qui est écartelée; si les jumelles sont inégales, on à la figure 54 qui est diagonale.

2° *Une jumelle et un sautoir.* — Un sautoir et une jumelle, qui a ses côtés parallèles à un côté du sautoir, déterminent un faisceau rebattu de trois droites recoupées par un trait perpendiculaire ou oblique, et l'on a une figure écartelée ou paire selon que les trois traits parallèles sont équidistants ou inégalement distants. Si le quatrième trait est perpendiculaire, on a des figures diagonales; s'il est oblique, on a des figures impaires.

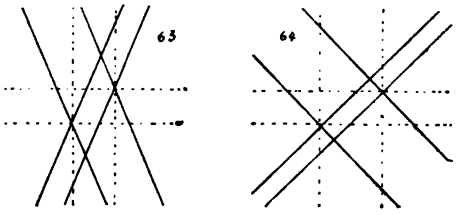
Une jumelle et un sautoir qui ont leurs axes croisés déterminent la suite des figures 55 à 62, par exemple. Dans les figures 55 et 56, les



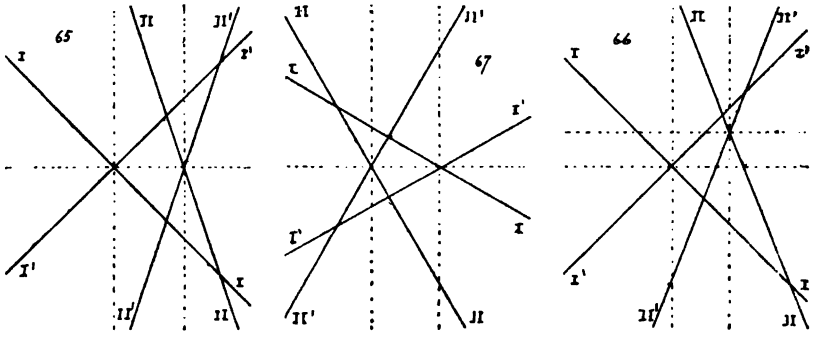
centres de la jumelle et du sautoir coïncident, et selon que les axes sont d'équerre ou de biais, les figures sont écartelées ou diagonales. Dans les figures 57 à 62, le centre des sautoirs est distinct du centre des axes; les axes étant d'équerre on a les figures 57, 59 et 61, qui sont paires; les axes étant obliques on a les figures 58, 60 et 62 qui sont impaires. Dans les figures 55, 57, 59 et 61, les deux traits du sautoir sont anti-parallèles, c'est-à-dire également inclinés, mais en sens contraire par rapport aux deux traits de la jumelle. Par suite, les triangles intérieurs à la jumelle sont isocèles; dans la figure 55, les deux triangles sont égaux, dans la figure 57 ils sont semblables; dans les figures 56, 58, 60 et 62 les triangles sont scalènes, dans 55 ils sont égaux, dans 61 on a en outre un trapèze pair et dans 62, un trapèze impair.

3° *Un sautoir et un sautoir.* — Deux sautoirs égaux qui ont un axe commun et les deux autres de même nom parallèles déterminent les figures 51 à 54. Si les quatre axes de même nom, mais parallèles, sont distincts, on à la figure 63 pour un sautoir obliquangle et la figure 64 pour un sautoir rectangle. Ces deux figures sont au fond les mêmes que les figures 51 à 54, mais *vues* autrement.

Si les sautoirs sont inégaux et les axes parallèles, on a dans tous les



cas le quadrilatère complet qui est pair (fig. 65 et 67), si deux des axes (coïncident), et qui est impair si les quatre axes sont distincts (fig. 66).

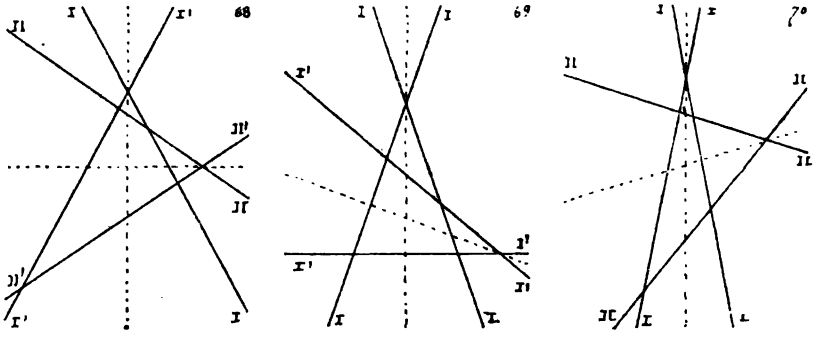


Les axes étant d'équerre et les sautoirs égaux, on a la figure 67, qui est paire ; le quadrilatère est inscriptible puisque les droites sont réciproquement antiparallèles et que les côtés des sautoirs sont perpendiculaires l'un à l'autre. Si les sautoirs avaient leurs côtés d'équerre, la maille serait carrée et l'on aurait la figure 51.

Les axes étant d'équerre et les sautoirs inégaux, on a la figure 68. Les côtés des sautoirs sont anti-parallèles de l'un à l'autre. Le quadrilatère est inscriptible, et ses sommets sont les centres des sautoirs initiaux 1-1' et II-II', et des sautoirs dérivés : I-II et 1'-II', I'-II et I-II'.

Les axes étant de biais et les sautoirs égaux on aurait par exemple la figure 69, qui est paire ou impaire, selon que les sommets des sautoirs composants sont situés à égale distance de l'encroix des axes ou qu'ils sont situés à des distances inégales.

Les axes étant de biais et les sautoirs inégaux, on aurait par exemple la figure 70, qui est impaire.



Nous nous en tiendrons ici à ces seuls exemples; plus de développements nous entraîneraient dans les voies spéciales de la géométrie générale. Pourtant, et pour rentrer dans notre sujet, à savoir la graphique, il ne sera pas inutile de revenir brièvement sur nos pas. Partant de la droite, on peut concevoir qu'elle se dédouble en une jumelle, ou bien en un sautoir; si donc, dans la suite des figures déterminées par les intersections successives, d'abord d'une droite avec une droite, puis d'une troisième droite avec les deux premières, d'une quatrième avec les trois premières..... d'une n^e avec les n-1 premières, génération qui obéit à une loi quelconque, on remplace successivement par une jumelle ou un sautoir chacun des traits composants, on aura une nouvelle série distincte de la première, mais qui, en étant dérivée régulièrement, obéira elle-même à une loi définie, et ainsi de suite. D'autre part, la droite, la jumelle et le sautoir, le triangle complet et le quadrilatère complet, sont comme autant de types, auxquels on ramènerait facilement la suite des figures d'un nombre de traits supérieur à quatre, par exemple, le pentagone, l'hexagone, l'heptagone.... en général, les n-gones, ou n-latères.

§ 3. — *Les figures de n-cercles.*

Les figures de points impliquent des figures de droites, et réciproquement les figures de droites impliquent des figures de points. Dans le premier cas, les droites sont virtuelles et marquent tous les alignements possibles des points; dans le second cas, les droites sont actuelles et impliquent des points par leurs croisements. Or, si par les points quelconques comme centres on vient à tracer des cercles quelconques, les points seront les centres de cercles, les segments de droites seront des diamètres ou des cordes, et les droites, en général, par rapport à ces cercles seront des sécantes ou des tangentes. De plus, les cercles en nombre quelconque et les uns par rapport aux autres sont disjoints ou distincts, se touchent ou sont tangents, s'intersectent ou se coupent, ou bien enfin sont concentriques. Tout cela résulte des relations descriptives que le point, la droite et le cercle peuvent avoir entre eux, relations indéfiniment multipliées et qui, au point de vue graphique comme au point de vue géométrique, donnent lieu à une infinité de figures et de théorèmes qui les racontent et les formulent.

La ligne droite et le cercle sont véritablement le fond et le tréfond de toute géométrie comme de toute graphique et leur énonciation formelle constitue le point de départ aussi bien des spéculations de la géométrie que des constructions graphiques ouvrières. « La ligne droite et le cercle ont pour caractère commun l'uniformité de leur cours en vertu de laquelle chaque portion peut se superposer à l'autre » Dans une ligne droite déterminée, toutes les parties qui peuvent être en nombre aussi grand que l'on voudra sont homogènes à la droite entière et obéissent à la même loi, l'unité d'alignement de ces parties. Dans le cercle, toutes les parties qui peuvent être en nombre aussi grand que l'on voudra sont homogènes au cercle entier et obéissent à la même loi, à savoir, l'unité du centre, qui commande à toutes les parties comme à la ligne entière.

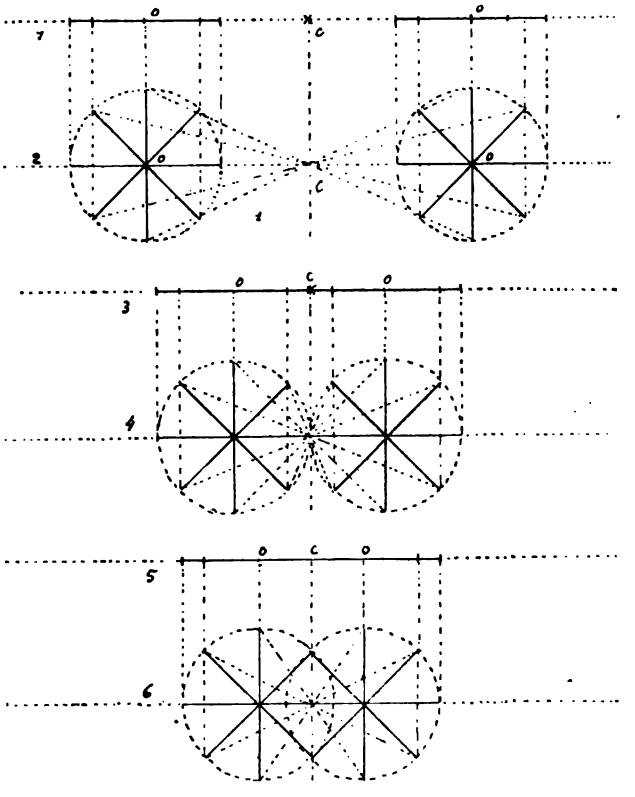
Deux droites limitées et distinctes sont semblables, et ne diffèrent entre elles que par leur majoration ou leur minoration, c'est-à-dire par la proportion de leur dimension. Deux cercles distincts sont semblables et ne diffèrent entre eux que par leur majoration ou leur minoration, c'est-à-dire par la proportion de leur dimension. La dimension de la droite finie c'est la droite elle-même, la dimension du cercle est son diamètre ou, ce qui revient au même, la moitié de ce diamètre ou son rayon.

Si, sur deux droites inégales, nous construisons la même figure, ces deux figures seront inégales mais semblables et le rapport ou la proportion de leurs parties homologues seront les mêmes que ceux des droites initiales. Si donc sur ces deux droites inégales nous construisons deux cercles, ces deux cercles seront semblables et ils auront toutes leurs parties homologues dans le même rapport que les deux droites initiales. La corrélation de la droite et du cercle dans un même rapport de similitude est donc ce qui importe avant tout, et une fois établie tout le reste s'ensuit. Et d'abord nous avons vu que les seules figures sur la ligne droite considérée comme support étaient le point et la droite et nous avons appelé ponctuelle l'ensemble des n points situés sur elle; par analogie, l'ensemble des n points distribués sur une circonférence constitue une ponctuelle circulaire. Les ponctuelles linéaires comme les ponctuelles circulaires sont dites d'égale division, quand les distances, ou les segments de droite qui se suivent sont égaux, ou bien pour le cercle quand les segments de circonférences ou les arcs qui se suivent sont égaux.

Prenant deux segments sur une même droite, ces deux segments sont disjoints ou écartés l'un de l'autre, ou bien contigus, ou bien enfin superposés en partie (fig. 1 à 6).

Dans la figure 1, les deux traits égaux sont écartés l'un de l'autre d'une grandeur quelconque, leur centre de symétrie c est au milieu de l'intervalle, et toutes les parties égales se correspondent à droite et à gauche par rapport à ce point milieu. Si sur chacun des traits comme

diamètre on décrit une circonférence on à la figure 2, qui correspond point pour point à la figure 1 ; ces deux figures, l'une rectilinéaire (fig. 1), l'autre planaire (fig. 2), sont la projection l'une de l'autre. Ces deux figures sont écartelées, c'est-à-dire réparties également dans les quatre quartiers du trait carré qui passe par le centre de symétrie *c*. La symétrie des points homologues est directe par rapport à chacun des axes, et inverse par rapport au centre. La symétrie écartelée est en même temps diagonale.

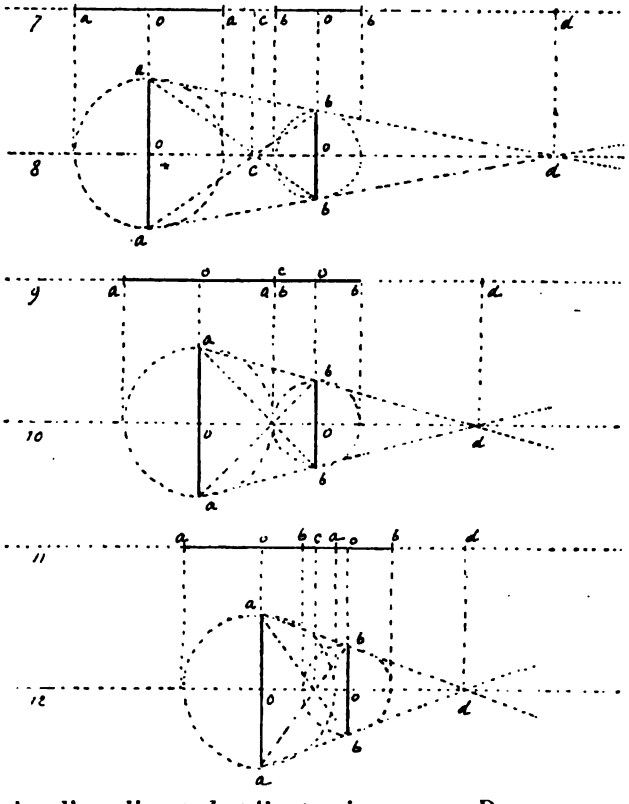


Dans la figure 3, les traits sont contigus, et dans la figure 4, qui lui correspond, les cercles sont tangents. Dans la figure 5, les traits sont

superposés en partie, et dans la figure 6 qui lui correspond les cercles s'entrecoupent.

Dans les figures 2, 4 et 6, le diamètre peut occuper toutes les directions; deux de ces diamètres étant pris homologues, c'est-à-dire leurs extrémités étant symétriques par rapport au centre c, sont parallèles d'un cercle à l'autre, et antiparallèles ou contrariés s'ils sont pris dans un même cercle.

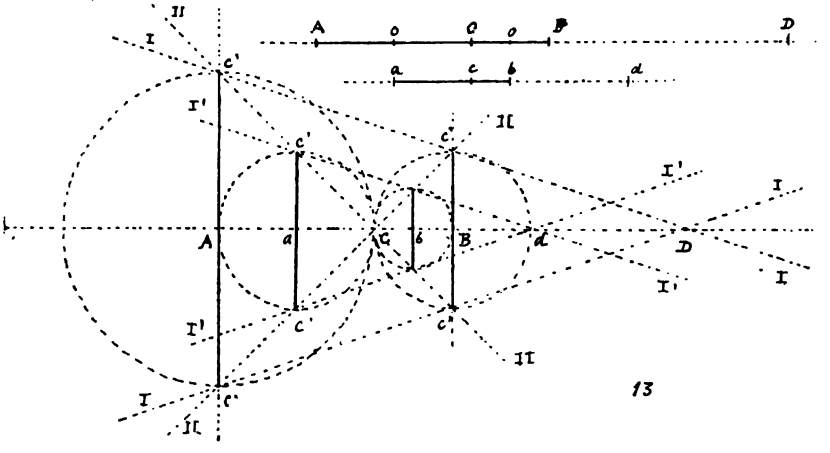
Si les droites initiales sont inégales, les cercles correspondants seront aussi inégaux et l'on a les figures 7 à 12, qui comportent deux centres



de similitude : l'un direct d et l'autre inverse c. Dans ce cas, on dit que les deux droites et les deux cercles sont homothétiques, c'est-à-dire

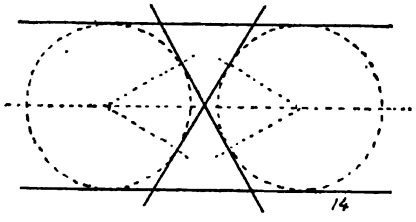
semblables et semblablement placés. Par rapport au centre de similitude inverse, les figures sont homothétiques inverses et par rapport au centre de similitude direct les figures sont homothétiques directes. Les deux centres de similitude, projetés sur une même droite, sont dits conjugués harmoniques et réciproques l'un de l'autre. Ils divisent harmoniquement la droite qui relie les centres des deux cercles, comme les centres des deux droites, c'est-à-dire que les deux segments additifs sont proportionnels aux deux segments soustractifs. Quand les droites et les cercles sont égaux le centre de similitude inverse est au milieu de la ligne des centres et le centre de similitude direct est à l'infini.

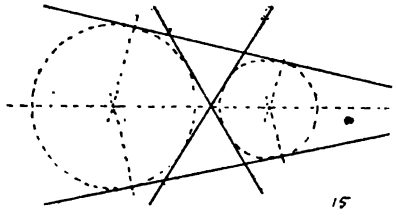
Soient deux droites AC, CB rapprochées l'une de l'autre par leur extrémité C (fig. 13), qui devient ainsi leur centre de similitude. Si l'on

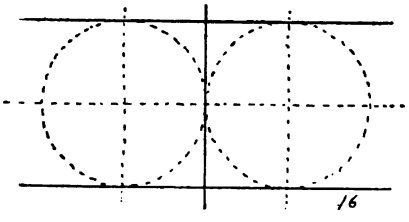


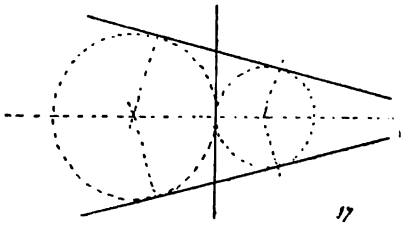
relève parallèlement en A et en B respectivement les deux traits AC et BC par rapport à leur directrice commune, les lignes droites qui joignent leurs extrémités se couperont en un même point D, qui est leur centre de similitude directe et l'on a la proportion AC: CB:: AD: DB. Si l'on relevait les deux traits AC et CB sur leur centre de figure, on aurait une figure semblable et moitié moindre dans toutes ses parties. La distance des centres *ab* se trouve partagée harmoniquement par les

deux points *c* et *d*. Le sautoir II-II est commun aux deux systèmes; le sautoir I'-I' du système *abcd* correspond au sautoir I-I du système ABCD et lui est égal et parallèle.





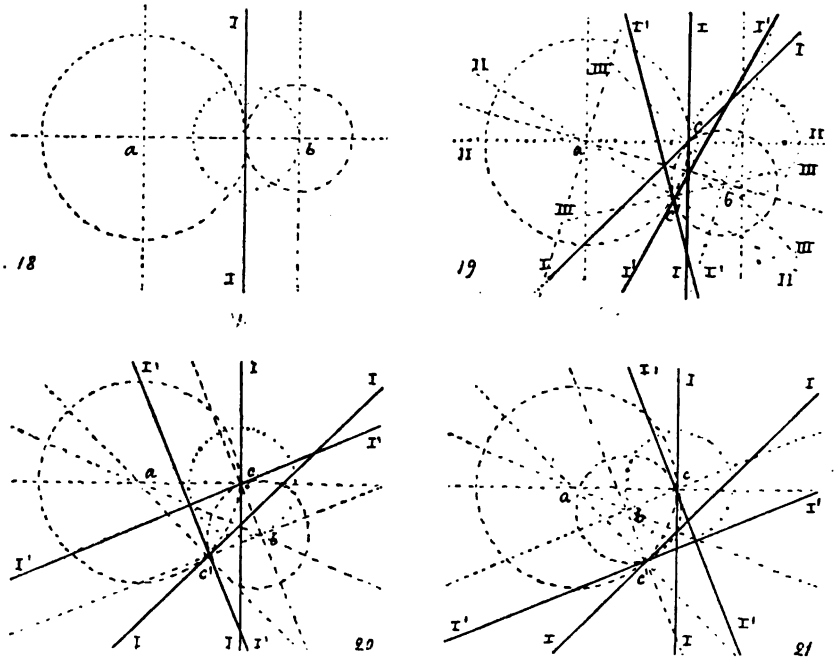




Deux cercles égaux ou inégaux dans une situation quelconque sont homothétiques directs et homothétiques inverses, et les deux centres d'homothétie divisent harmoniquement la ligne des centres des deux cercles. Les tangentes communes extérieures passent par le centre d'homothétie directe et les tangentes communes intérieures passent par le centre d'homothétie inverse (fig. 14 à 17). Quand les cercles sont tangents, leur point de contact est un centre d'homothétie : directe si les cercles alors inégaux sont intérieurs, et inverse si les cercles égaux ou inégaux sont extérieurs; dans ce dernier cas, les deux tangentes intérieures se réduisent à une seule, perpendiculaire à la ligne des centres.

Toutes les phases successives de l'accouplement de deux cercles peuvent s'obtenir par leur rapprochement sur la ligne des centres qui peut être une ligne droite ou une ligne circulaire. Dans ce dernier cas, les centres des cercles initiaux étant situés simultanément sur la ligne circulaire et sur les rayons issus de son centre, il revient au même de

les faire glisser sur la ligne circulaire, ou sur les rayons en les faisant se rapprocher de plus en plus du centre directeur. Mais il est encore un autre mode de génération continue de ces phases et qu'il nous faut faire connaître. Prenons, pour simplifier, deux cercles tangents extérieurs et traçons la ligne des centres, nous aurons ainsi la figure 18.



Supposons maintenant que, l'un des cercles restant fixe, l'autre se déplace par un mouvement de rotation autour du point de tangence, par exemple que, le cercle *a* restant fixe, le cercle *b* tourne autour du point *c*, son centre *b* se transportant successivement en tous les points d'une demi-circonférence décrite du point *c* avec un rayon égal à *cb*. Si nous divisons ce demi-cercle en *n* parties égales, nous aurons *n* centres successifs, c'est-à-dire *n* phases intermédiaires entre les deux positions extrêmes (fig. 18 à 25).

En passant de la figure 18 à la figure 19 et suivantes, et à mesure du

mouvement du cercle mobile, la ligne des centres se dédouble pour chacun des cercles et les axes respectifs de *a* et de *b* forment les sautoirs II-II et III-III qui ont en commun un axe de même nom (c'est-à-dire la nouvelle ligne des centres *ab*). La tangente d'abord commune I-I se dédouble pour chacun des cercles et l'on a deux sautoirs égaux I-I et I'-I' dont les sommets sont aux deux points d'intersection des cercles. Ces sautoirs en se coupant mutuellement déterminent un quadrilatère qui a ses côtés perpendiculaires au quadrilatère *acbc'*. Les côtés de ces sautoirs sont les tangentes des arcs en lesquels sont partagés les cercles initiaux par suite de leur intersection mutuelle. Nous pourrions étendre indéfiniment la description des conséquences qui résultent de la métamorphose de la figure 18 en la figure 19 et suivantes, mais, et puisqu'il faut se borner, nous nous contenterons d'en indiquer la marche. Libre au lecteur studieux de s'y appliquer davantage, pour, en exerçant sa pénétration d'esprit, étendre simultanément son éducation graphique.

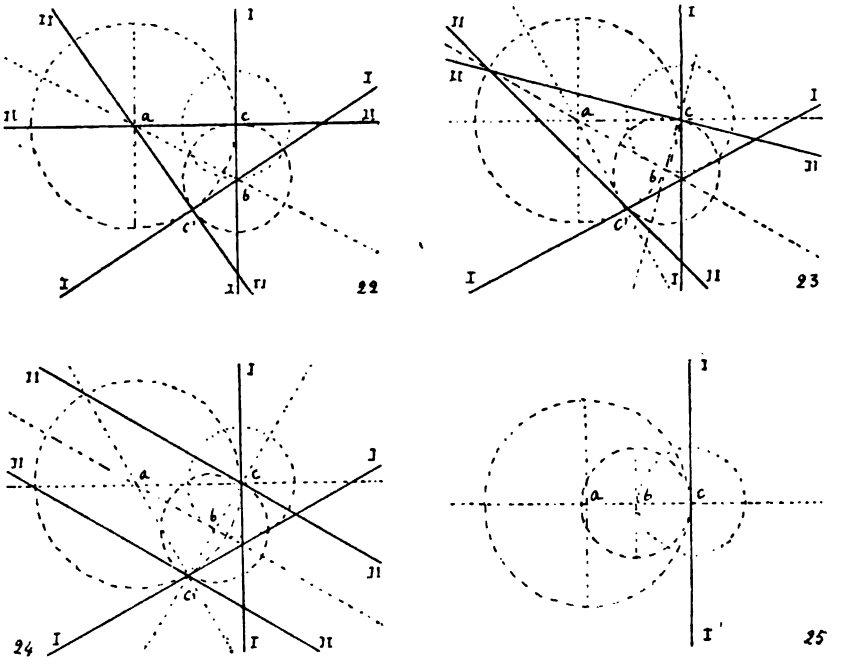
Le rayon *cb* étant incliné parallèlement à la tangente menée par le sommet du grand cercle au petit cercle de centre *c*, il s'ensuit (fig. 20) un sautoir d'équerre I'-I' dont les côtés forment avec les droites *cb* et *c'b* une maille carrée. A partir de cette position et le petit cercle ayant tourné d'un angle droit on a la figure 21, qui est réciproque à la figure 20. D'une figure à l'autre les droites de même nom sont parallèles, et le cercle *b* est retourné symétriquement par rapport à l'axe *cc'*.

Le rayon *cb* étant perpendiculaire à la ligne des centres initiale, on a la figure 22 qui a ses tangentes en croix, et par suite les deux cercles *a* et *b* sont *orthogonaux*, c'est-à-dire que les circonférences se coupent à angle droit. Les deux sautoirs réciproques II-II et I-I sont égaux et contrariés d'équerre. Le quadrilatère *acbc'* a deux angles droits et par conséquent il est inscriptible, c'est-à-dire qu'une même circonférence réunit ses quatre sommets, etc.

Dans la figure 23, le centre *b* du petit cercle est sur la circonférence

du grand cercle, il s'ensuit que le sommet du sautoir II-II est aussi sur la circonférence du grand cercle, et que son angle aigu est égal à la moitié de l'angle aigu du sautoir I-I, lequel est égal à l'angle au centre *cac'*, etc.

Dans la figure 24, ayant mené une tangente commune aux deux cercles



a et *c*, la ligne *cc'* se trouve déterminée et par suite le rayon *bc* du cercle *b*. Les tangentes des points d'intersections forment deux sautoirs I-II et I-II qui ont deux de leurs côtés parallèles, de telle manière que l'ensemble des tangentes forme une figure composée d'une jumelle II-II et d'un sautoir I-I.

Enfin, le cercle mobile ayant son centre sur la ligne des centres on a la figure 25, qui se compose de deux cercles tangents intérieurs ayant

une tangente commune. Les deux diamètres perpendiculaires à la ligne des centres sont redevenus parallèles.

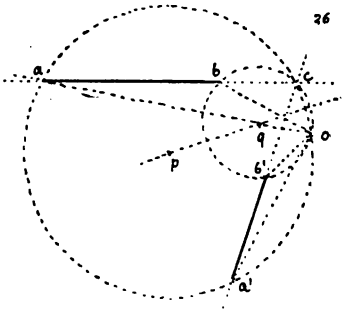
Ces quelques exemples suffiront au lecteur studieux qui pourra à son gré en augmenter le nombre, et notamment graphier les figures réciproques, comme nous l'avons indiqué (fig. 20 et 21); puis examiner les phases équivalentes de deux cercles égaux, et enfin ce qu'il advient quand les deux cercles inégaux ont une proportion ou un rapport définis.

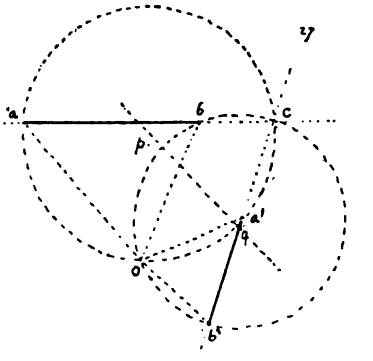
Dans les figures précédentes (fig. 18 à 25), nous pouvons remarquer que les diamètres, d'abord parallèles et perpendiculaires à la ligne des centres, et par conséquent situés respectivement sur les côtés d'une jumelle (fig. 18), deviennent obliques l'un par rapport à l'autre et par conséquent situés sur les côtés d'un sautoir (fig. 19 à 21); puis perpendiculaires et situés alors sur les côtés d'un sautoir rectangle; puis de nouveau obliques l'un à l'autre (fig. 23 et 24), pour enfin redevenir parallèles et perpendiculaires à la ligne des centres (fig. 25).

Quand les diamètres sont parallèles, il est aisé de déterminer, comme nous l'avons vu, leurs centres de similitude, qui sont situés sur la ligne des centres; mais, s'ils sont *contrariés*, leurs centres de similitude se trouvent en dehors de la ligne des centres, et il nous faut apprendre à les déterminer. Dire que deux traits sont contrariés c'est exprimer qu'ils ne se trouvent situés respectivement ni sur une même ligne droite, c'est-à-dire sur un même alignement, ni sur une jumelle, c'est-à-dire sur deux alignements parallèles. Or, ne se trouvant situés ni sur une même droite ni sur deux droites parallèles, ils sont nécessairement situés sur un sautoir, c'est-à-dire sur deux lignes droites qui se croisent ou deux alignements contrariés. Ne pouvant examiner ici, par le menu, les relations descriptives de deux traits qui ont pour support ou pour réceptable une ligne droite, une jumelle, un sautoir, ou un cercle dont ces traits sont alors des cordes, nous nous en tiendrons pour le sautoir, aux seuls cas où les traits disjoints, aboutés ou entrecroisés, sont inclinés l'un par

rapport à l'autre sous les trois espèces d'angles: l'angle obtus, l'angle droit et l'angle aigu.

Donnons-nous un sautoir déterminé sur les côtés duquel nous prendrons deux segments inégaux quelconques et situés d'une manière quelconque l'un par rapport à l'autre ou, ce qui revient au même, par rapport au sommet, nous aurons ainsi une figure tout à fait arbitraire et par la proportion des traits et par la proportion de leurs distances au sommet. Nous aurons par exemple la figure 26, cette figure telle quelle sera notre point de départ. Plus généralement encore, nous pouvons considérer deux traits pris au hasard, mais qui ne sont ni sur une même ligne droite, ni sur les côtés d'une jumelle, et tracer le sautoir qu'ils impliquent.





Si nous désignons par les lettres a et b, a' et b', les extrémités respectives des deux traits par rapport au sommet du sautoir, ces deux traits seront de même sens (fig. 26) ou de sens contraire (fig. 27). Cela posé, si, par le sommet c du sautoir et les points homologues a et a', b et b' des traits, nous faisons passer deux circonférences, ces circonférences se couperont en deux points c et o qui sont symétriques par rapport à la ligne des centres pq. Le point p est équidistant des points a, a',c, et q

est équidistant des points *b*, *b'*, *c*. On démontre aisément que les trois angles des triangles *oba*, *ob'a'* sont égaux; il s'ensuit que ces triangles ont les côtés proportionnels et par conséquent sont semblables. C'est le théorème de Thalès. Si donc on fait tourner *ob'a'* autour de *o* jusqu'à ce que *ob'* s'applique sur *ob*, *o'a'* sur *oa*, le troisième côté *b' a'* sera parallèle à *ba*, donc *o* est bien le centre de similitude. Les rayons homologues de similitude et en général deux traits homologues quelconques sont inclinés sous un même angle de rotation *aoa'*. Les deux angles de rotation des figures réciproques (fig. 26 et 27) sont supplémentaires l'un de l'autre ou pris ensemble font deux angles droits.

Dans les figures réciproques 28 et 29, l'un des traits est abouté au sommet du sautoir.

Dans les figures réciproques 30 et 31 les deux traits sont aboutés au sommet du sautoir et forment ensemble un chevron acutangle impair. Dans la figure 30 le cercle *q* est infiniment petit et les cinq points *b*, *b'*, *q*, *c* et *o* se confondent en un seul.

Dans 32 et 33, l'un des traits branche sur l'autre en un point qui divise ce dernier en deux segments inégaux.

Dans 34 et 35 le trait *ab* branche sur le milieu de *a'b'*; à cause de cela les figures quoique impaires sont dyssymétriques.

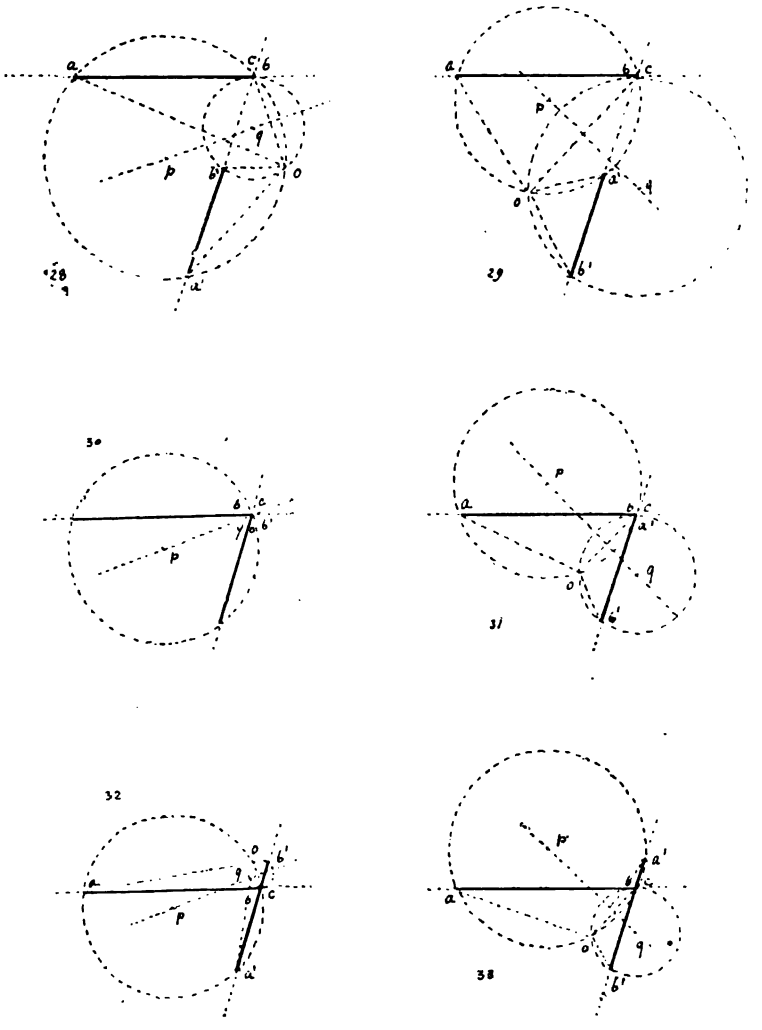
Dans 36 et 37 mêmes branchements que dans 32 et 33, mais avec inversion dans les segments et dans les angles.

Dans 38 et 39 enfin, on a un chevron obtusangle, impair et dyssymétrique, supplémentaire à deux droits du chevron acutangle (fig.30 et 31).

Si, à partir du chevron acutangle (fig. 30),on fait mouvoir et parallèlement à lui-même le trait *a'b'* sur *ab* on obtient la suite des figures 40 à 45 et finalement un chevron obtusangle.

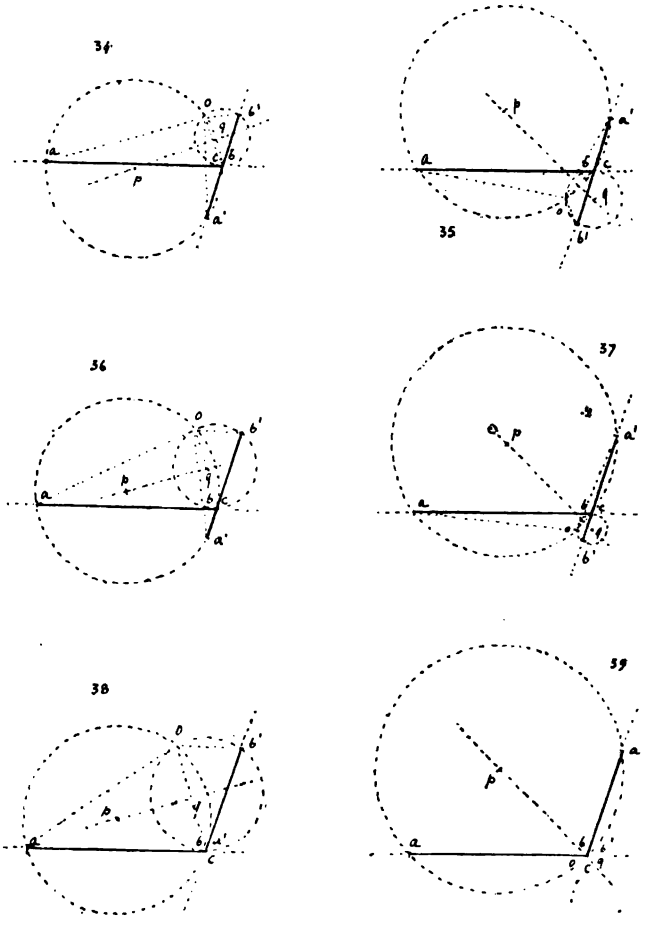
Si les traits s'entrecroisent on a la suite des figures 46 à 57. Le couple (fig. 52 et 53) est simplement branché. Les couples 48 et 49, 54 et 55

sont impairs mais dyssymétriques à cause que l'un des traits est partagé par l'autre en deux parties égales.



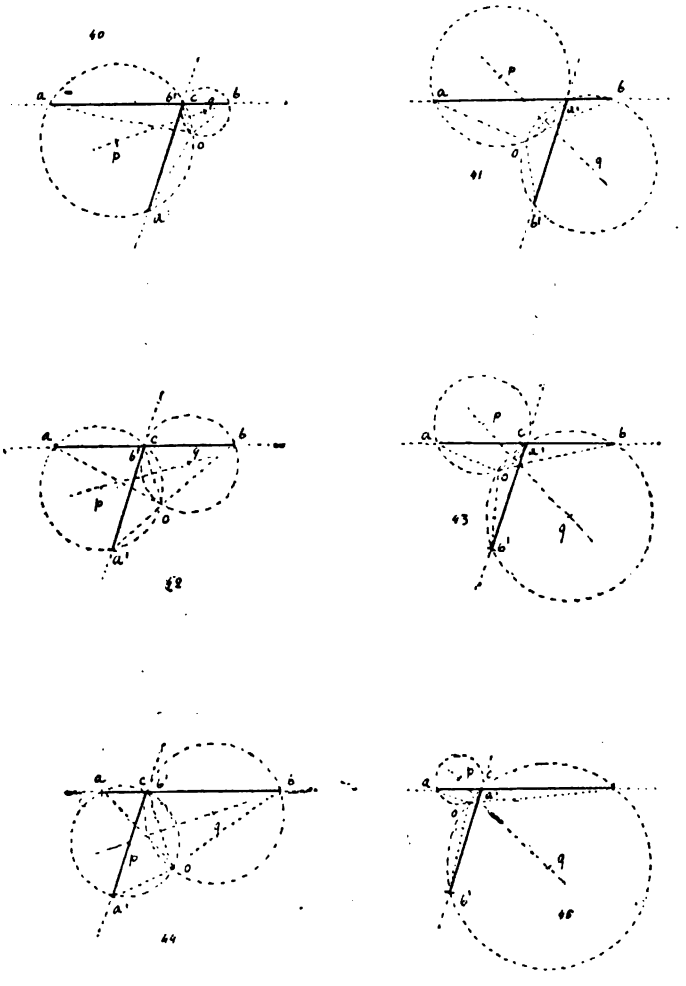
Le couple (fig. 56 et 57) est de symétrie diagonale, les deux traits en

s'entrecroisant s'entrecoupent mutuellement en deux parties égales. C'est la phase la plus régulière de toute la suite.



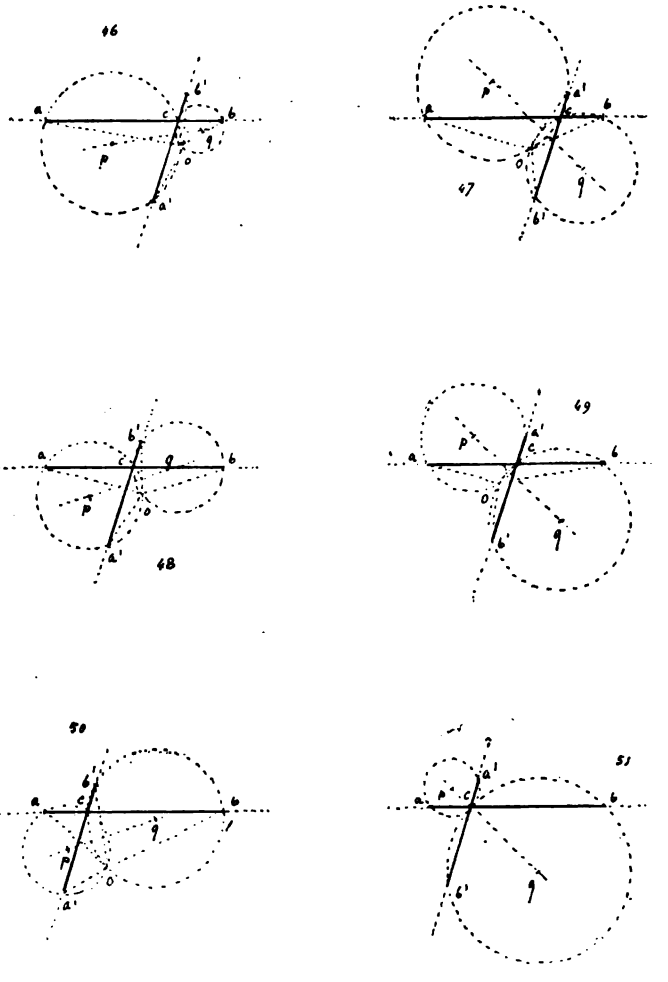
Les alignements des deux traits étant rectangulaires ou, ce qui

revient au même, les deux traits ayant pour support un sautoir rectangle, on à la suite des figures 58 à 79.

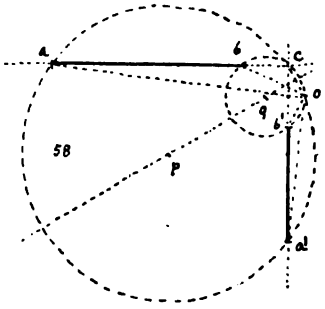


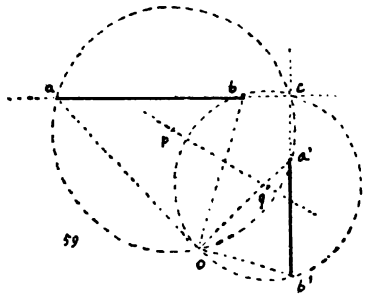
Les figures 58 et 59 ont les traits disjoints.

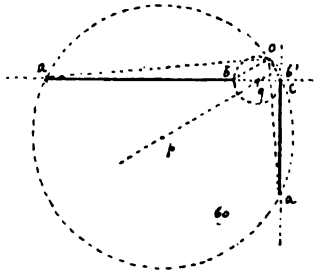
Les figures 60 et 61 ont les traits disjoints, mais l'extrémité de l'un des traits est au sommet du sautoir.

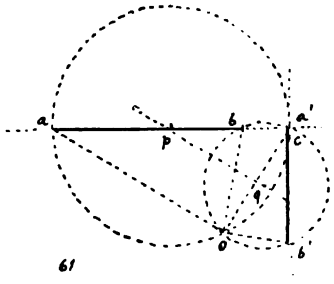


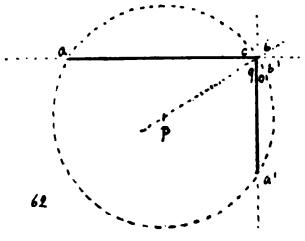
Dans les figures 62 et 63 les deux traits sont articulés bout à bout et forment un chevron rectangle et impair.

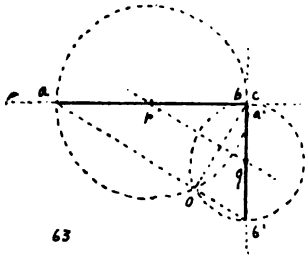

a
b
c
o
q
p
a'
58

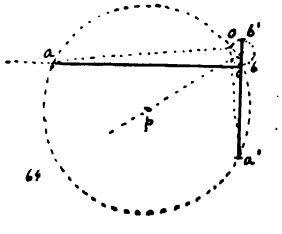

a
b
c
p
a'
q
o
b'
59

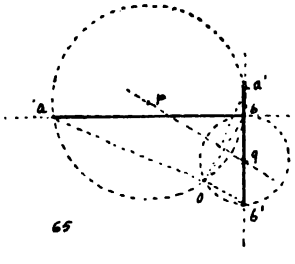

o'
a
b
b'
c'
q
p
a'
60


a
b
a'
p
c'
q
o
b'
61

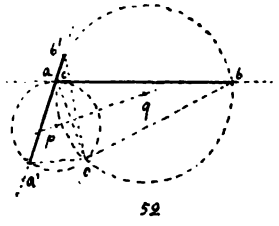

a
c
b
b'
o'
p
a'
62

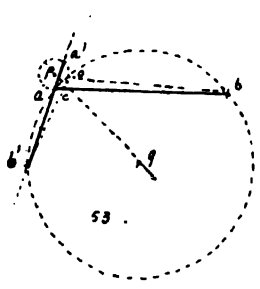

a
b
c
p
a'
q
o
b'
63

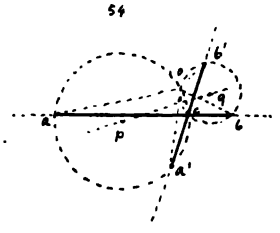

a
o
b'
c
b
p
a'
64

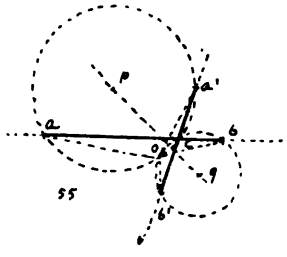

a
p
a'
b
q
o
b'
65

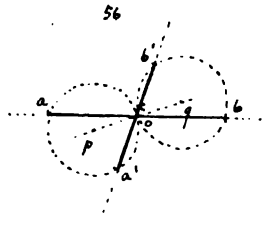
Les figures 64 et 65, 68 et 69, forment un té impair.

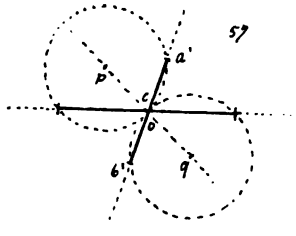






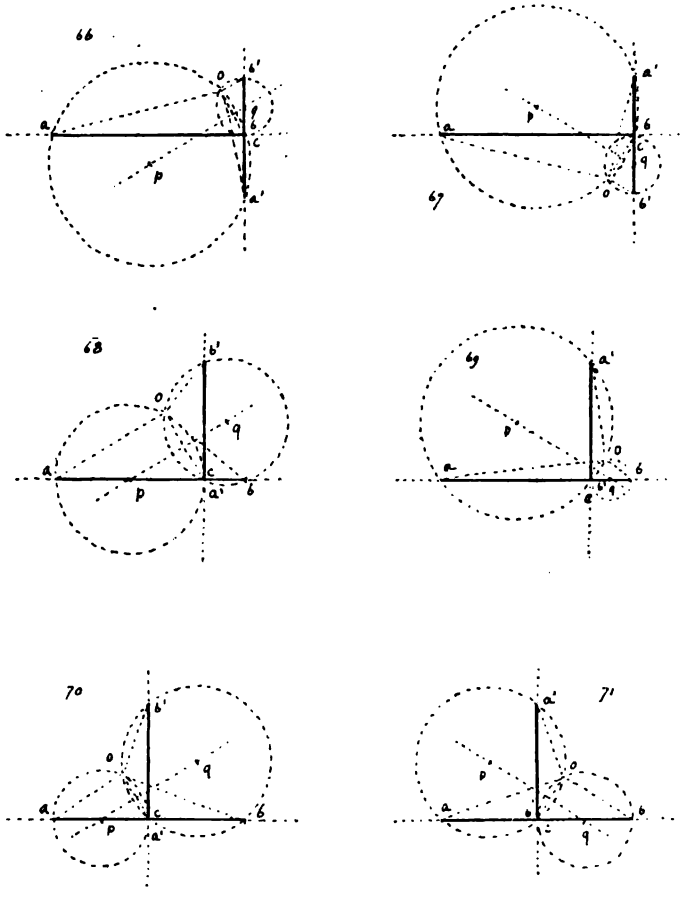






Les figures 66 et 67, 70 et 71 forment un té pair.
Les figures 72 et 73 forment une croix impaire.

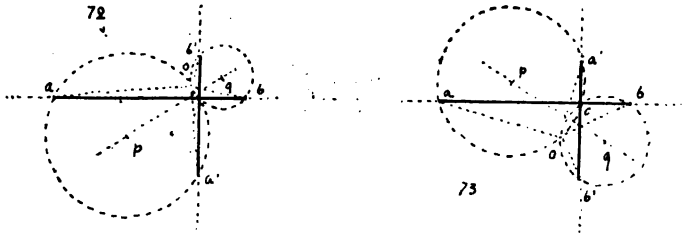
Les figures 74 et 75, 76 et 77 formentune croix paire.



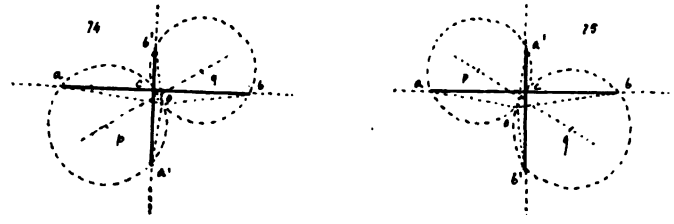
Les figures 78 et 79 forment une croix pairement paire ou écartelée.

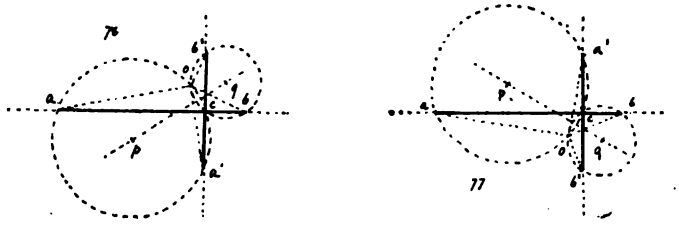
Toutes ces figures donneraient lieu à bien d'autres remarques sur lesquelles nous ne pouvons insister ici. Cependant nous ferons encore observer que toutes les constructions accessoires aux deux traits initiaux et leur notation par lettres ont seulement pour but d'aider à la pleine intelligence des figures en en marquant le détail nécessairement analytique et discursif. Cet échafaudage purement logique, ces béquilles toutes sco-

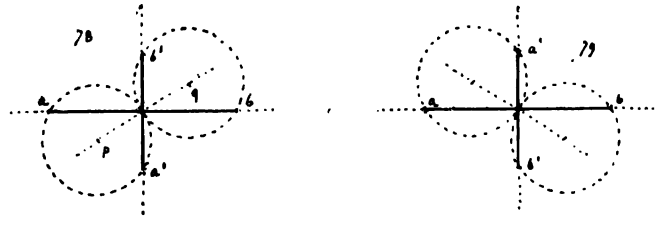
lastiques, après qu'on s'en est aidé doivent être éliminées pour faire



retour à la pleine intuition qui est rendue par ce détour non seulement

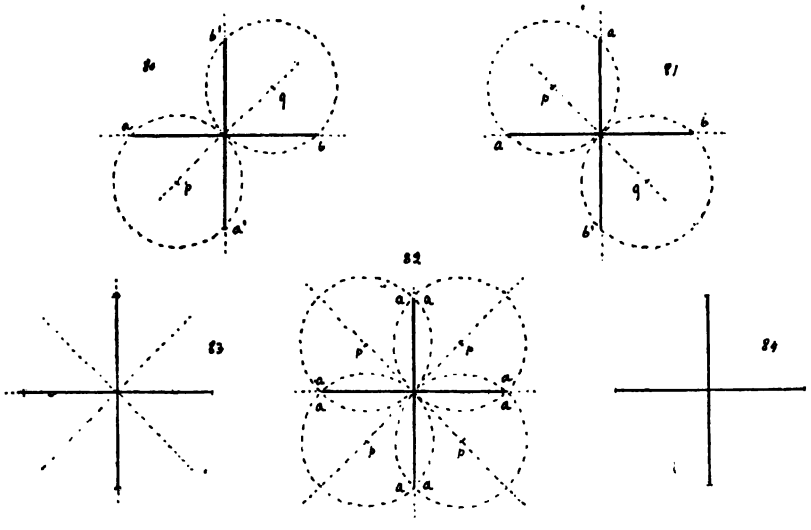






plus évidente, mais encore plus intime et plus profonde, l'intelligible et le sensible devenant désormais simultanés.

C'est ainsi par exemple que les figures 78 et 79 étant dépouillées de ce qui est accessoire aux deux traits initiaux se réduisent à une croix à branches inégales, mais symétriques deux à deux. Si les deux traits étaient égaux (fig. 80 à 84), la croix serait alors d'une régularité absolue



et complètement équilibrée et c'est ce qui se voit d'emblée au seul aspect de la figure (fig. 84). La régularité qu'elle présente, évidente pour le sentiment, est appuyée pour l'esprit par les axes de symétrie graphiés (fig. 83). Avec le système logique d'apposition des lettres pour signifier chacun des traits composant la croix, on aurait les figures 80 et 81. Enfin en réduisant la notation et, puisque les traits jouent un même rôle, les notant chacun d'une même lettre on aurait la figure 82 où le système propre de symétrie gironnée de la figure est expressément accusé.

Dans les deux colonnes que forment les figures réciproques on remarquera que la ligne des centres est symétrique d'une colonne à l'autre et qu'elle a même inclinaison l'une en barre, l'autre en bande (fig. 58 à 79). Cette inclinaison dépend du coefficient angulaire qui est déterminé par la proportion des deux traits. Si les deux traits étaient égaux (fig. 80

et 81), les lignes des centres seraient rectangulaires entre elles; elles formeraient un sautoir rectangle.

Deux traits projetés au hasard sur le plan peuvent être : 1° sur une même ligne droite; 2° répartis sur les deux côtés d'une jumelle; 3° répartis sur les deux côtés d'un sautoir; 4° compris entre les côtés d'une jumelle d'un trait à l'autre, et égaux ou inégaux, parallèles ou antiparallèles, ou enfin d'inégales inclinaisons; 5° compris entre les côtés d'un sautoir et équiangles à ces côtés — c'est-à-dire parallèles ou antiparallèles — ou inéquiangles; 6° enfin, les traits égaux ou inégaux sont les cordes d'un même cercle ou de deux cercles distincts, éloignés ou rapprochés à volonté. Leurs positions relatives sont déterminées par leur rotation autour du centre. Les traits, tout en s'appuyant par leurs extrémités sur un même cercle, s'appuient en même temps sur les côtés d'une jumelle ou d'un sautoir.

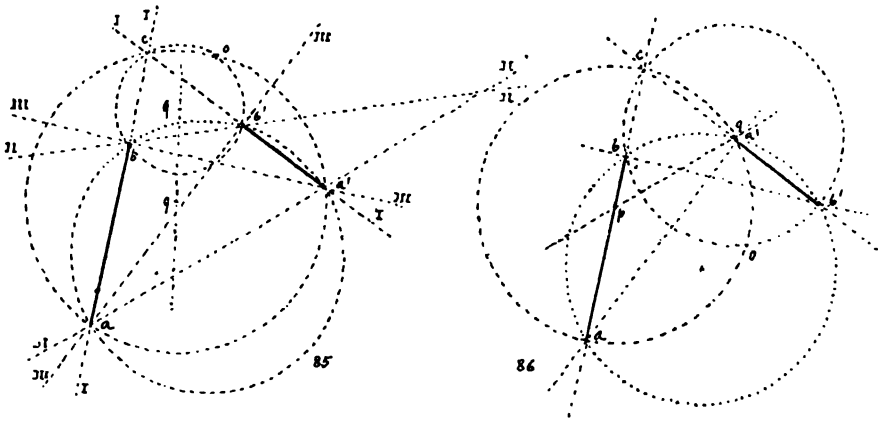
Soit pour exemple le cas de deux traits inégaux s'appuyant par leurs extrémités sur la circonférence du cercle dont ils sont alors des cordes (fig. 85 à 90).

Si les traits sont disjoints on a les figures 85 et 86. Les quatre extrémités des traits étant reliées deux à deux, on a un quadrilatère complet dont la maille est un quadrilatère inscrit au cercle et que l'on peut considérer aussi comme formé par trois sautoirs concomitants: I-I, II-II et III-III. Par rapport aux sautoirs II-II et III-III les traits sont antiparallèles. Les traits sont sur les côtés du sautoir I-I et l'on a la relation géométrique suivante: les sécantes *ca* et *ca'* sont inversement proportionnelles à leurs parties extérieures *cb* et *cb'*.

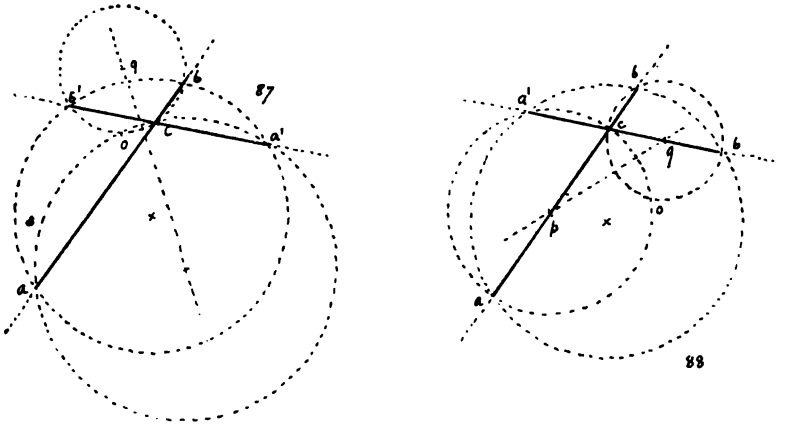
Si les traits *ab*, *a'b'* se croisent on a les figures 87 et 88 dans lesquelles les traits s'entrecoupent en parties inversement proportionnelles: $ca : ca' :: cb' : cb$.

Si les traits sont parallèles (fig. 89) on a une jumelle I-I et deux sautoirs II-II, III-III.

Si les traits se coupent d'équerre (fig. 90), on a trois sautoirs dont un rectangle.

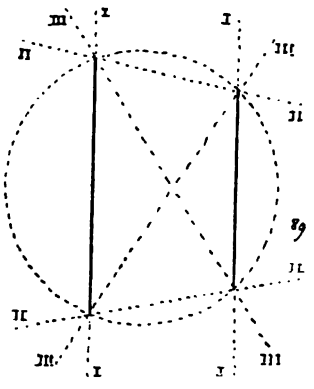


Le quadrilatère inscrit (fig. 91 à 93) comprend trois couples de segments distincts: AB-CD, AD-BC, AC-BD, distingués par le pointillé des lignes ou des côtés des sautoirs auxquels ils appartiennent. Les traits des

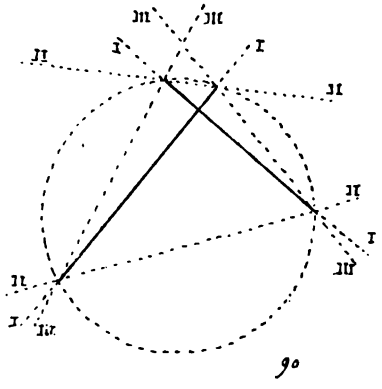


couples, à cause que leur quadrilatère est inscrit dans un même cercle, sont antiparallèles, savoir: AB-CD par rapport au sautoir II-II, et au

sautoir III-III; AD-BC par rapport aux sautoirs I-I et III-III, et enfin AC-BD par rapport aux sautoirs I-I et II-II.



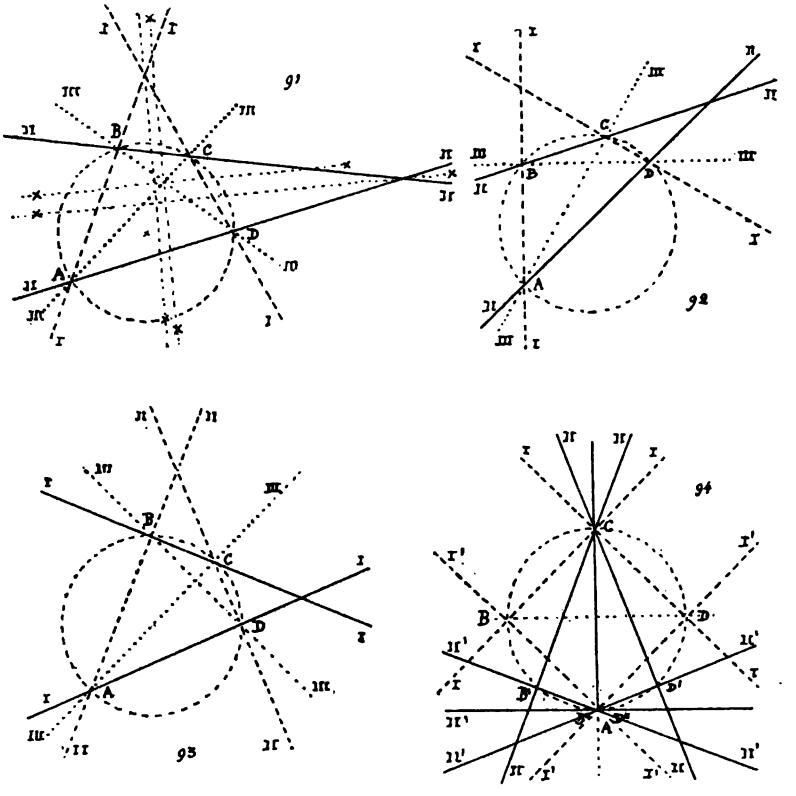
89



90

Plus généralement si l'on se donne quatre points A, B, C, D sur la circonférence, on peut les rassembler ou les disperser sur son contour, en général les distribuer d'une infinité de manières : dans la figure 91 les quatre arcs déterminés par les points sont inégaux, l'ensemble est impair ; dans la figure 92, un des segments AD passe par le centre du cercle ; dans la figure 93, l'ensemble est pair. Tous les sautoirs ont leurs axes réciproquement parallèles et perpendiculaires. Si (fig. 94) les quatre points déterminent quatre arcs égaux, les sautoirs qui contiennent les segments sont rectangles et déterminent deux jumelles égales entrecroisées. Puisque les deux sautoirs égaux sont contrariés d'équerre et conaxiaux, il s'ensuit que s'ils sont rectangles l'un à l'autre comme I-I et I'-I', on a la maille carrée ABCD ; s'ils sont obliquangles comme II-II et II'-II' on a la maille en coin et paire. Quand les points B, A, D sont unis ou se confondent en un seul, les sautoirs correspondants se réduisent à deux lignes CA et B''AD'' passées en croix, ce qui constitue l'une des

limites de la variation des quatre points initiaux. Une autre limite est



quand la maille est carrée, après quoi recommencement les variations continues.

Poitiers. — Imp. BLAIS et ROY, 7, rue Victor-Hugo.